Построение графиков функций путем преобразования

Цели урока:

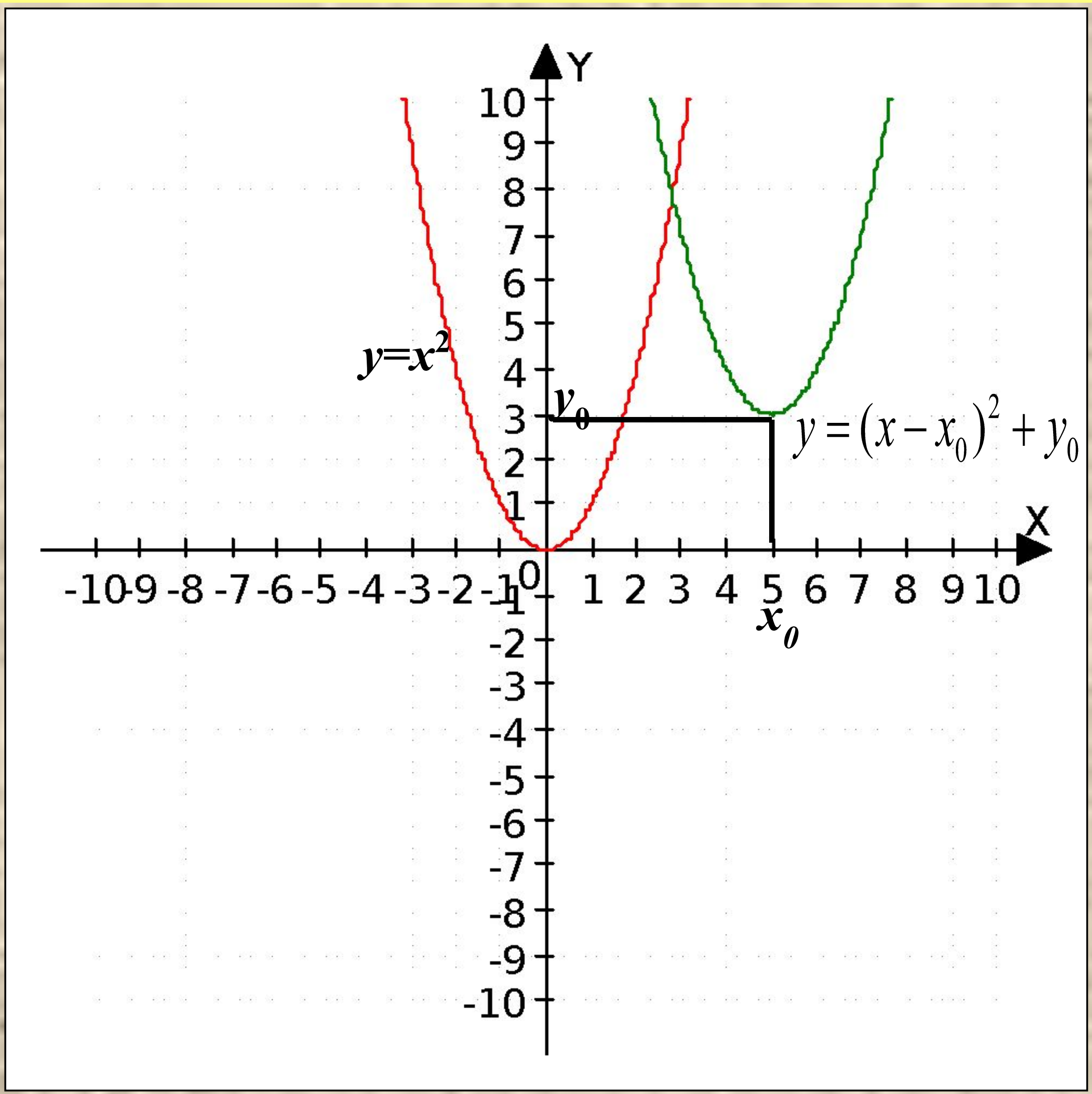
Повторить способы преобразования графиков функций.

Проверить знания учащихся.

Преобразования:

1. $y = f(x - a)$
2. $y = f(x) + b$
3. $y = - f(x)$
4. $y = f(-x)$
5. $y = kf(x)$, где $k>0$
6. $y = f(kx)$, где $k>0$
7. $y = |f(x)|$
8. $y = f(|x|)$

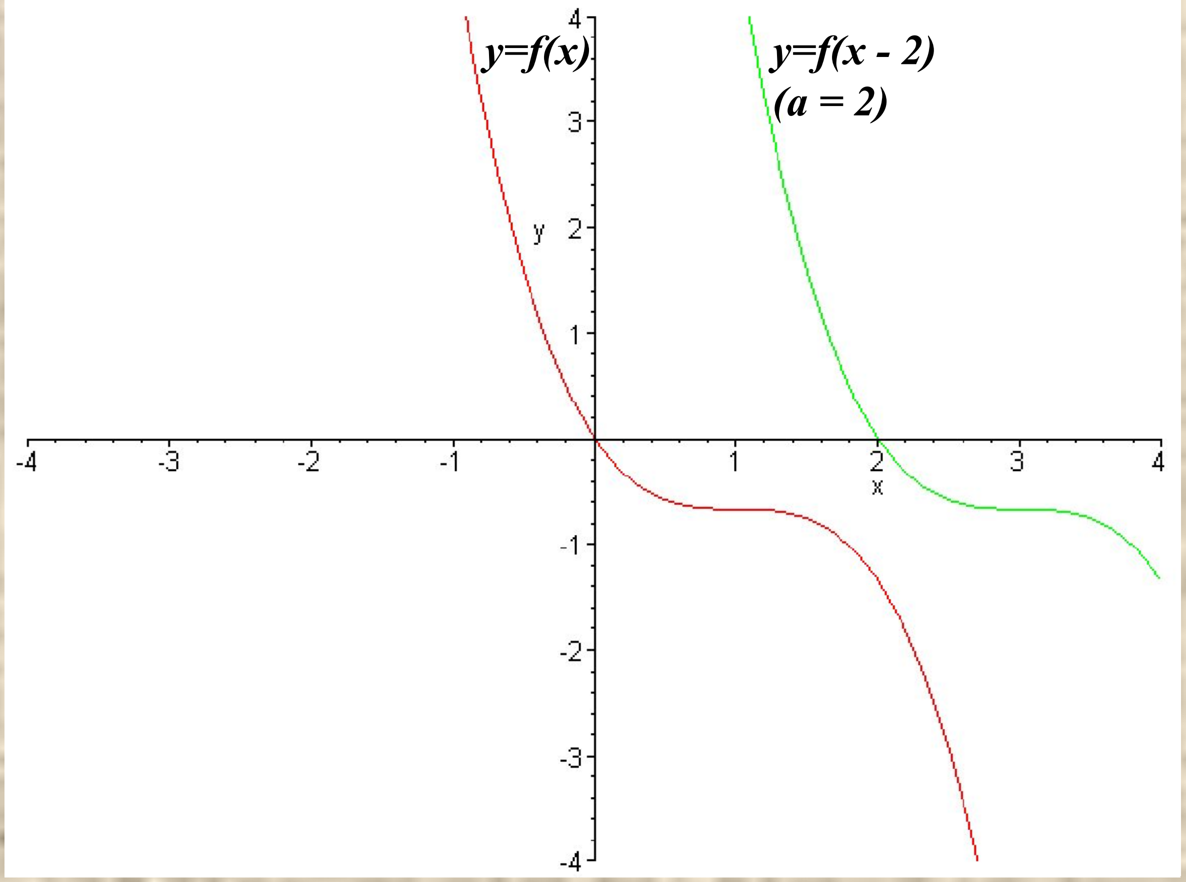
Запишите уравнение параболы с координатами вершины ($x_0;y_0$)



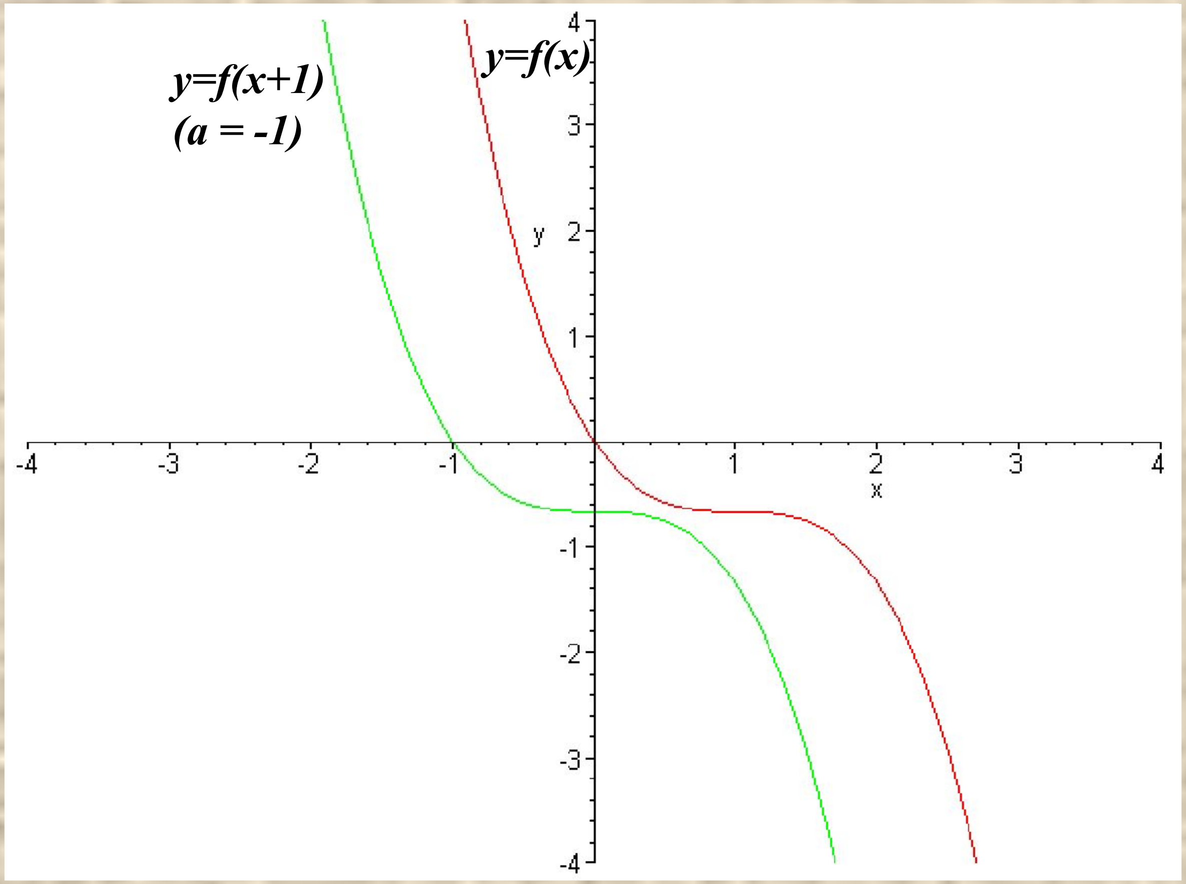
1. Параллельный перенос (сдвиг).

Рассмотрим параллельный перенос вдоль оси абсцисс. Пусть дан график функции $y = f(x)$. Как по отношению к нему будет расположен график функции $y = f(x - a)$, $a>0$?

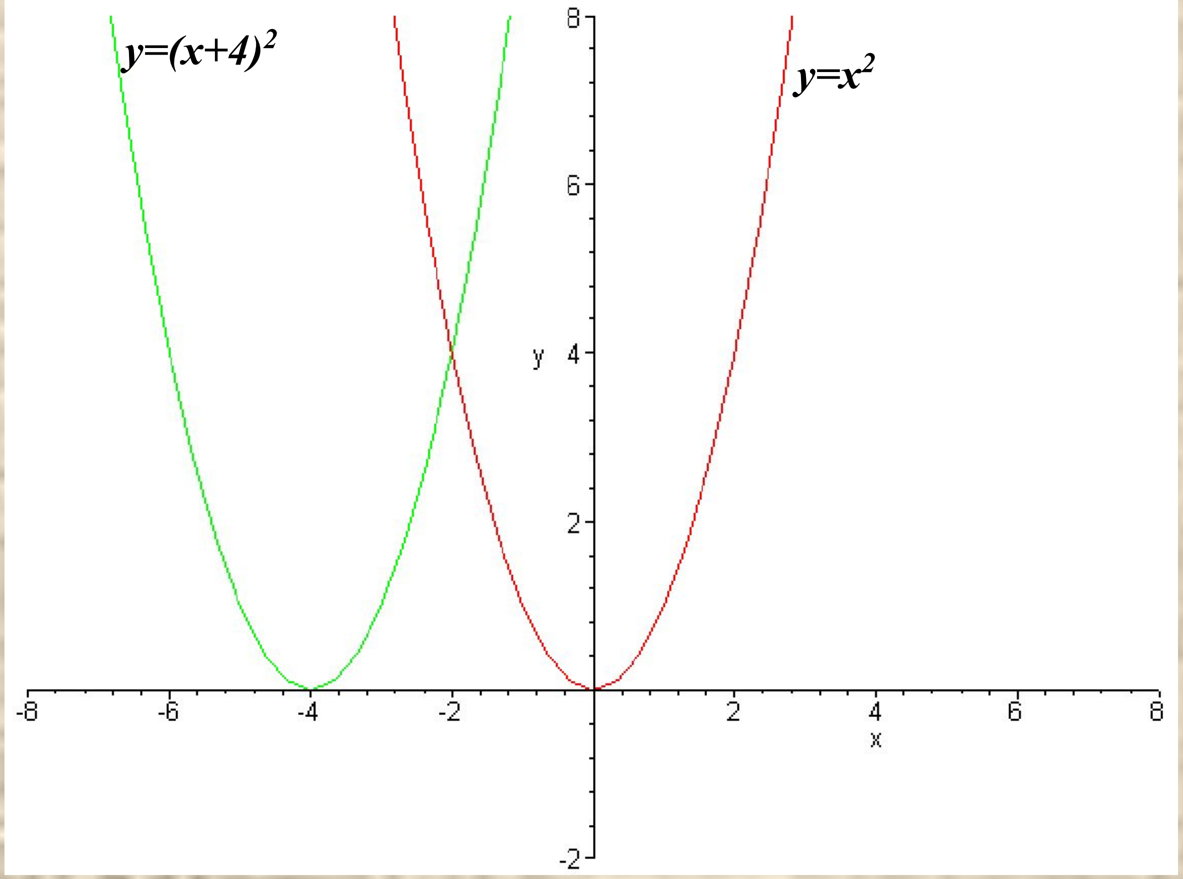
График функции $y = f(x - a)$, $a > 0$, получается из графика функции $y = f(x)$ сдвигом (переносом) вдоль оси Ox на a единиц вправо.



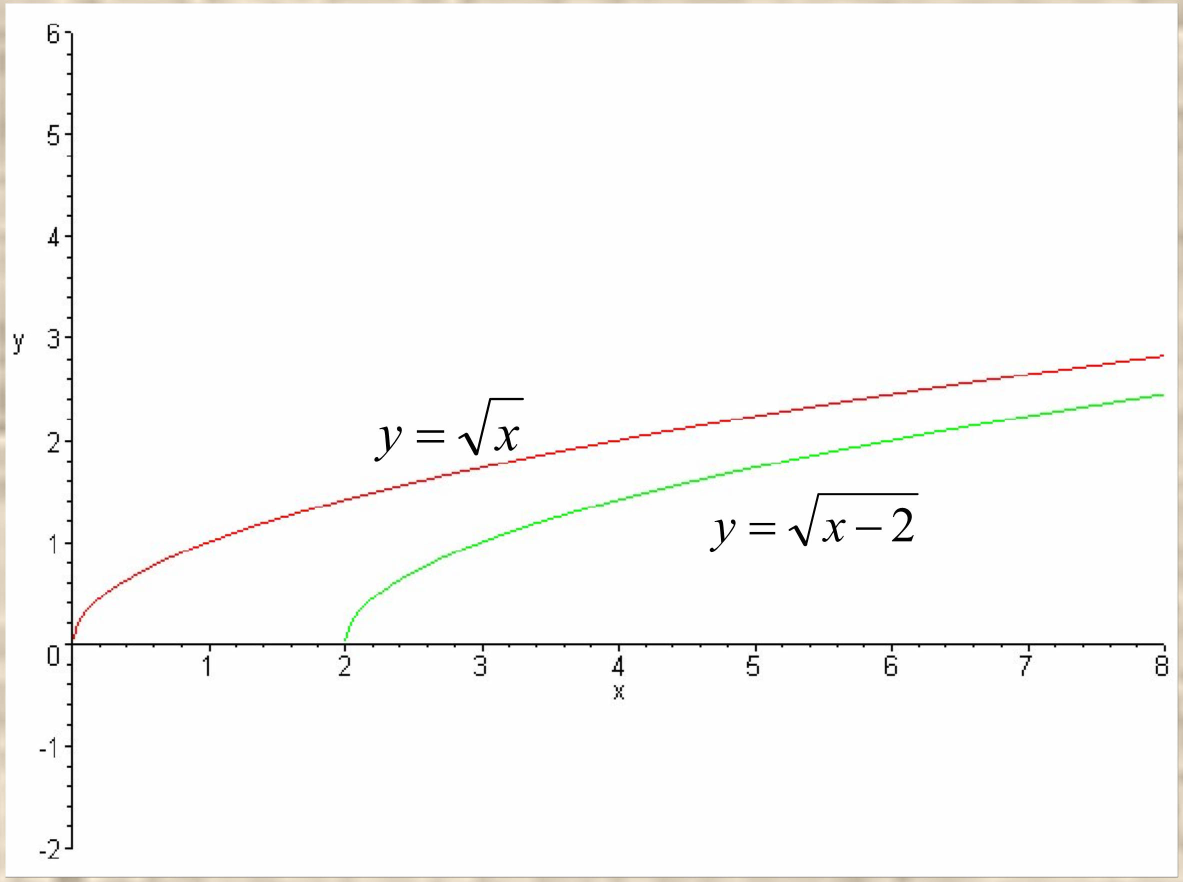
Ясно, что если $a<0$, то график функции $y = f(x - a)$ получается из графика функции $y = f(x)$ сдвигом (переносом) вдоль оси Ox на a единиц влево.



Пример 1. График функции $y = (x + 4)^2$ получается из графика функции $y = x^2$ сдвигом (переносом) вдоль оси Ox на 4 единицы влево.

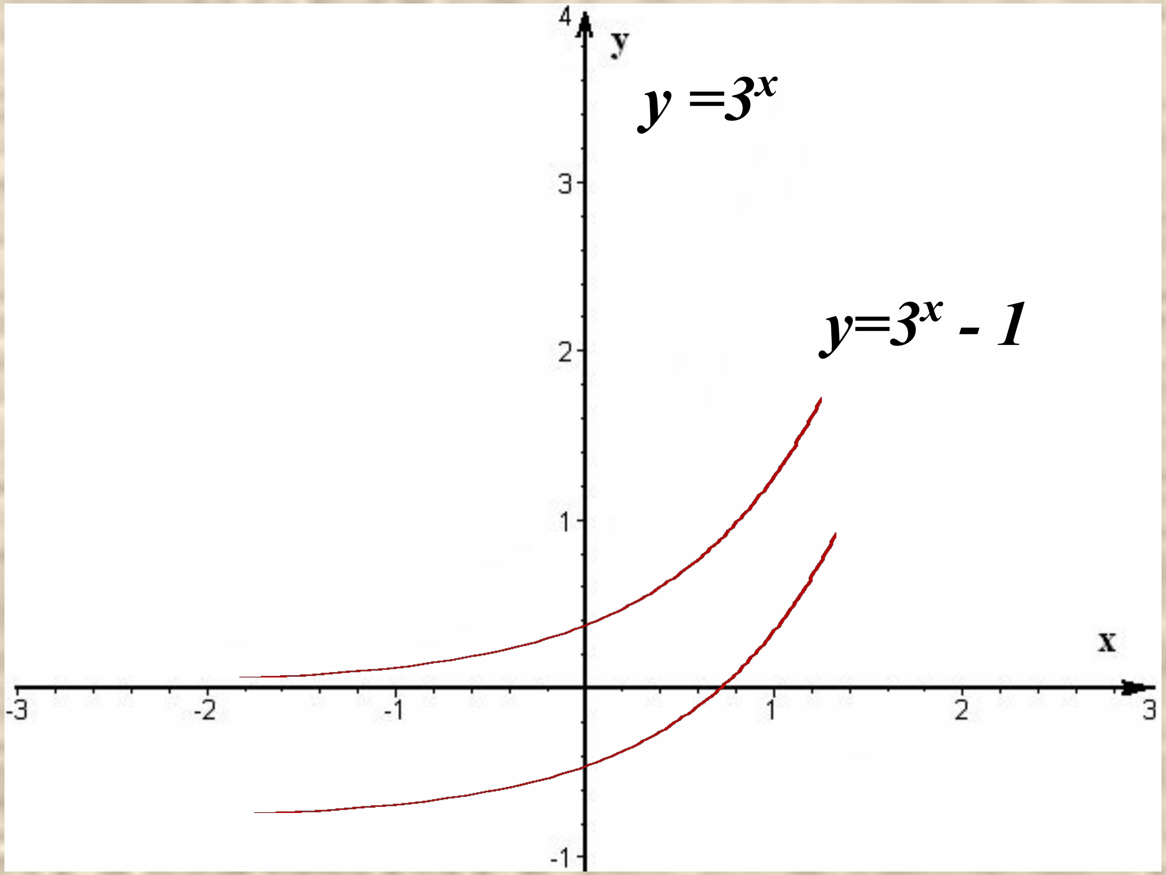


Пример 2. График функции $y=\sqrt{x-2}$ получается из графика функции $y=\sqrt{x}$ сдвигом (переносом) вдоль оси *Ox* на 2 единицы вправо.

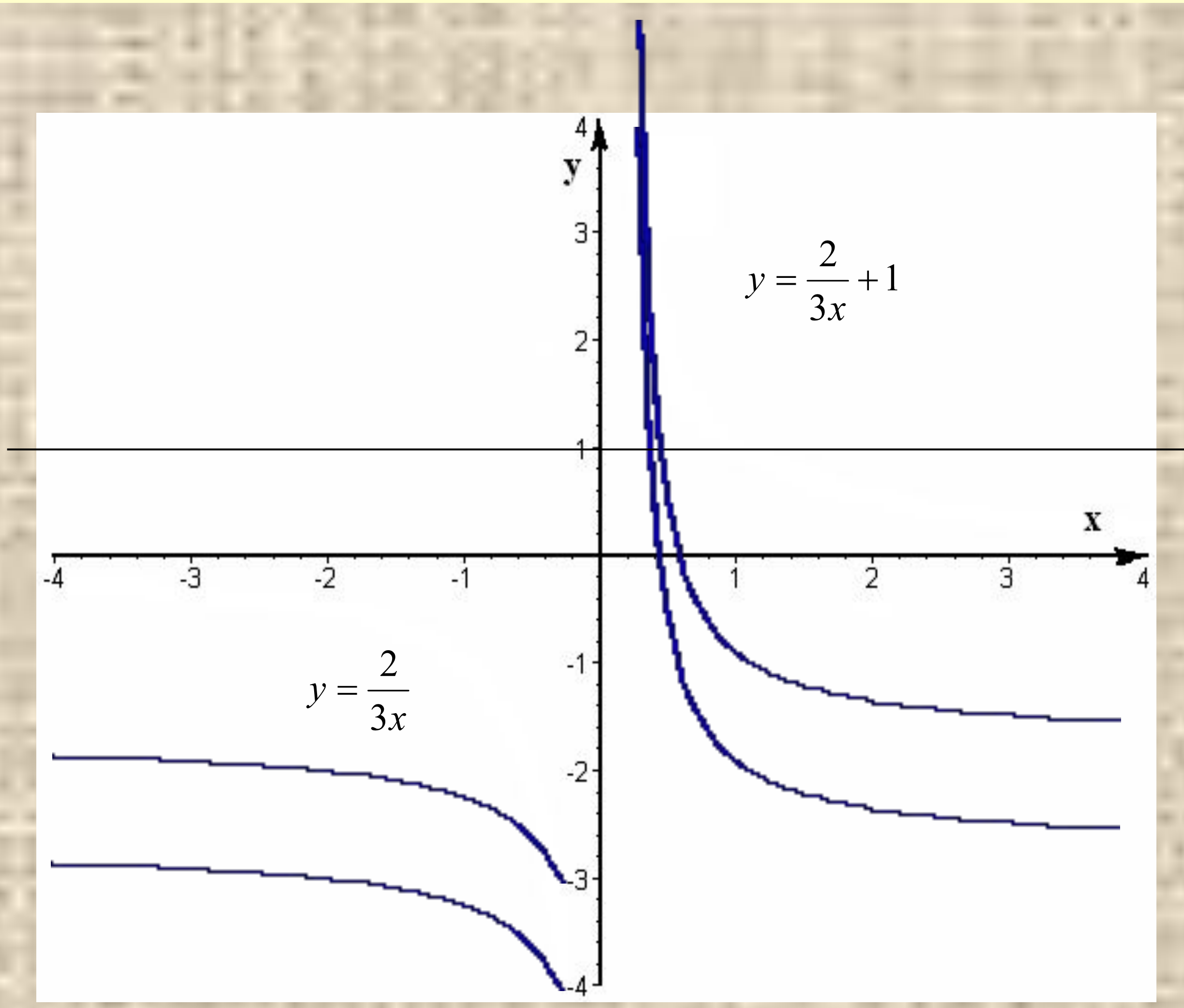


Рассмотрим теперь параллельный перенос вдоль оси ординат. В этом случае график функции $y = f(x) + b$ получается из графика функции $y=f(x)$ при $b > 0$ смещением на b единиц вверх, а при $b < 0$ – на $|b|$ единиц вниз.

Пример 3. Чтобы построить график функции $y=3^x - 1$, сначала строим график функции $y=3^x$, а затем сдвигаем его вниз на единицу.



Пример 4. Чтобы построить график функции $y = \frac{2}{3x} + 1$, сначала строим график функции $y = \frac{2}{3x}$, а затем сдвигаем его вверх на единицу.

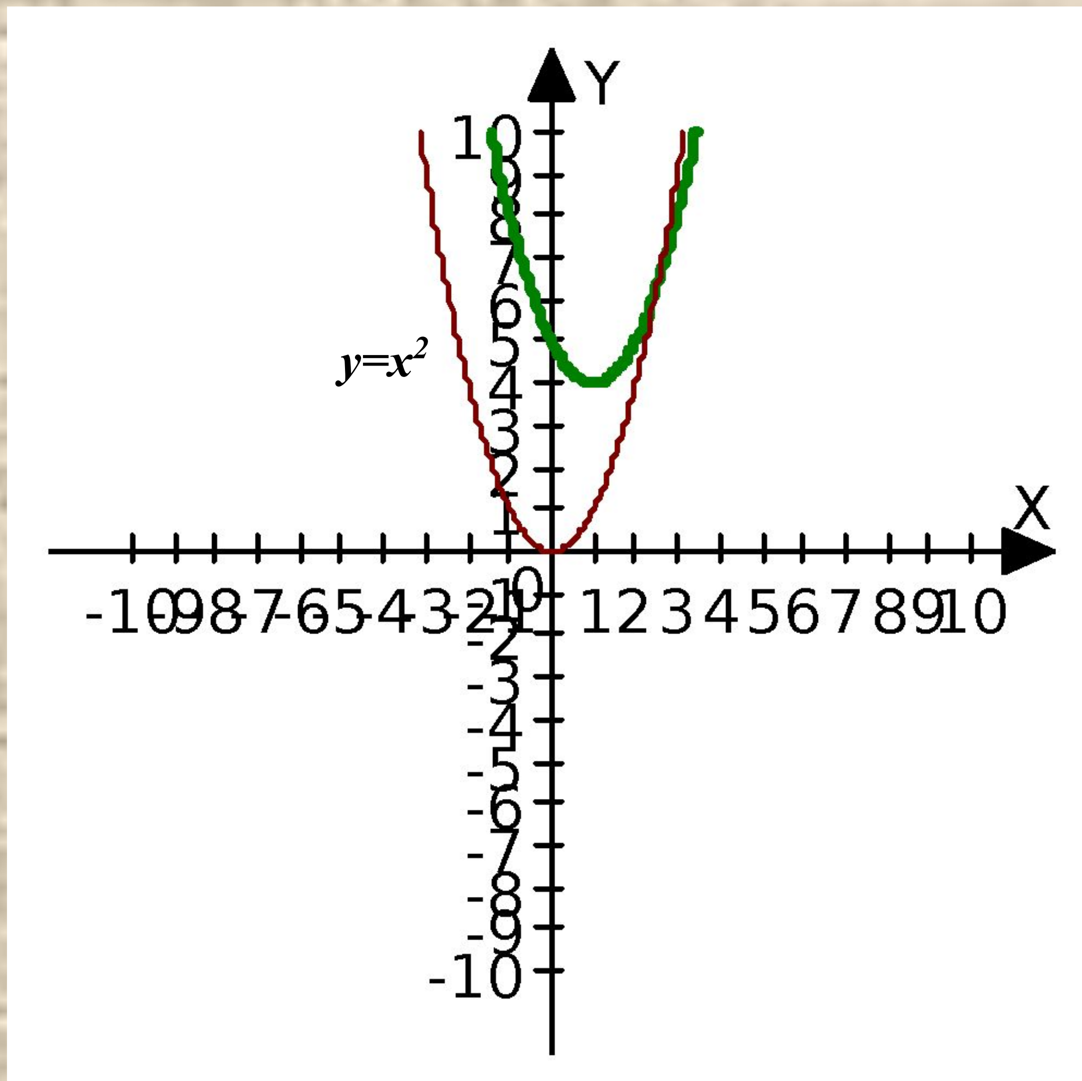


Тест

Тест

Вопрос 1.

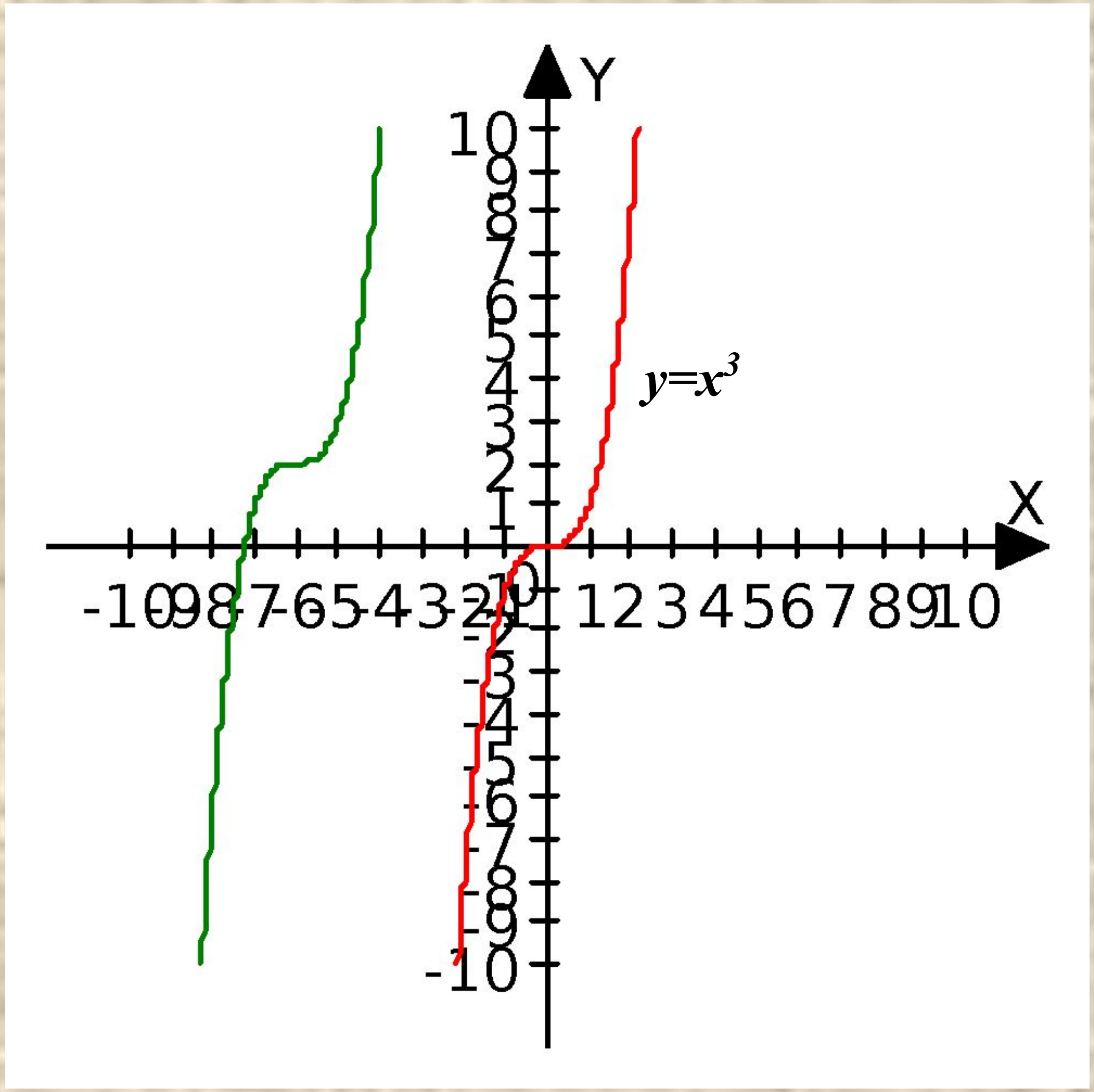
График функции (зеленый) получен из графика функции $y=x^2$ с помощью параллельного переноса. Выберите соответствующую формулу.



1. $y=(x+1)^2+4$
2. $y=(x-1)^2-4$
3. $y=(x-1)^2+4$
4. $y=(x+1)^2+4$

Вопрос 2.

График функции (зеленый) получен из графика функции $y=x^3$ с помощью параллельного переноса. Выберите соответствующую формулу.



1. $y=(x-6)^3+2$

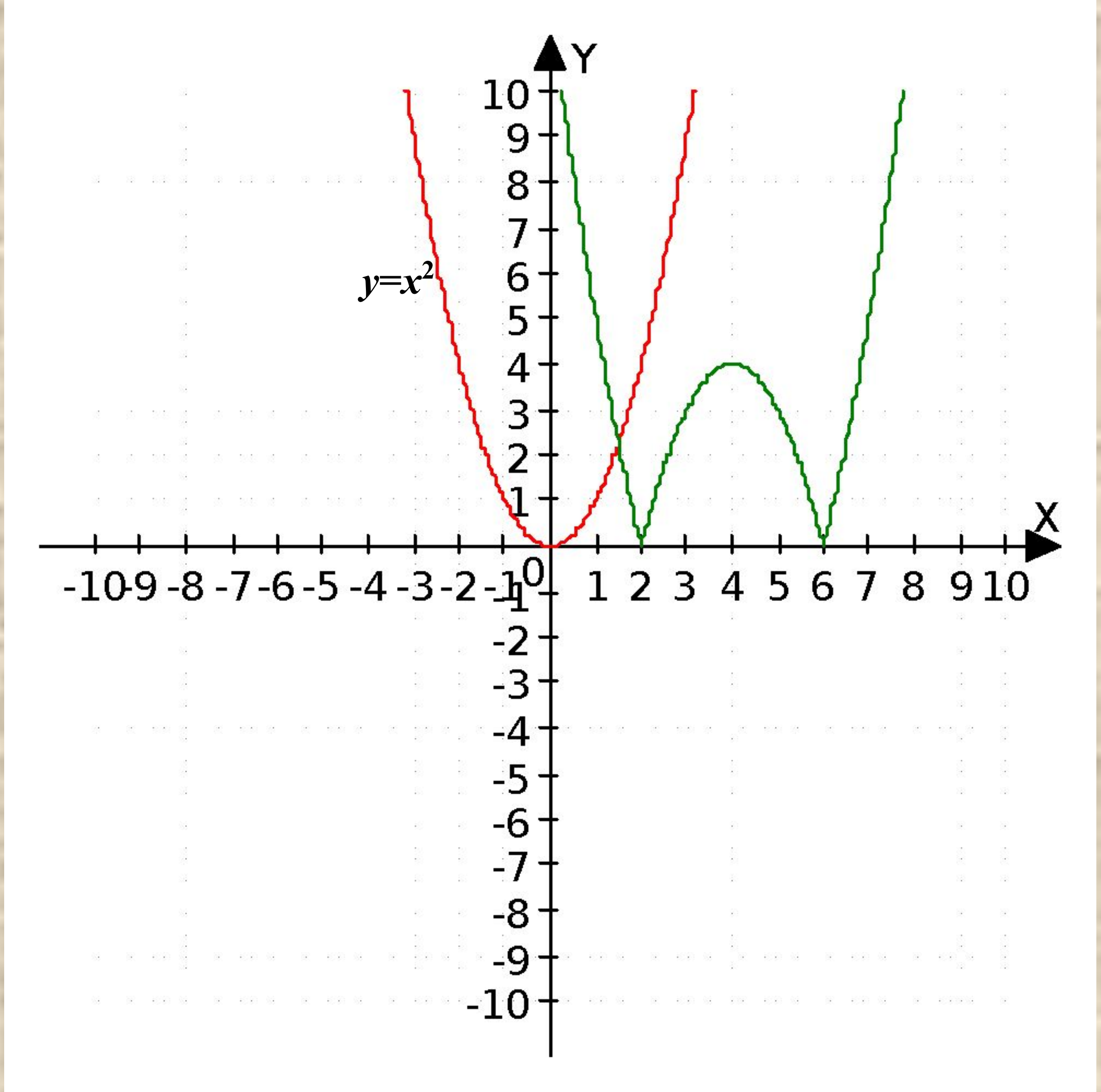
2. $y=(x-6)^3-2$

3. $y=(x+6)^3-2$

4. $y=(x+6)^3+2$

Вопрос 3.

График функции получен из данного с помощью параллельного переноса и симметричного отображения относительно прямой Ох. Напишите соответствующую формулу.



1. $y=\left|(x-4)^2-4\right|$

2. $y=\left|(x-4)^2+4\right|$

3. $y=\left|(x+4)^2+4\right|$

4. $y=\left|(x+4)^2-4\right|$

2. Деформация (растяжение и сжатие) графика.

График функции $y = f(\omega \cdot x)$, $\omega > 0$, получается из графика функции $y = f(x)$, «сжатием» к оси y в ω раз при $\omega > 1$ и «растяжением» от оси y в $\frac{1}{\omega}$ раз при $0 < \omega < 1$.

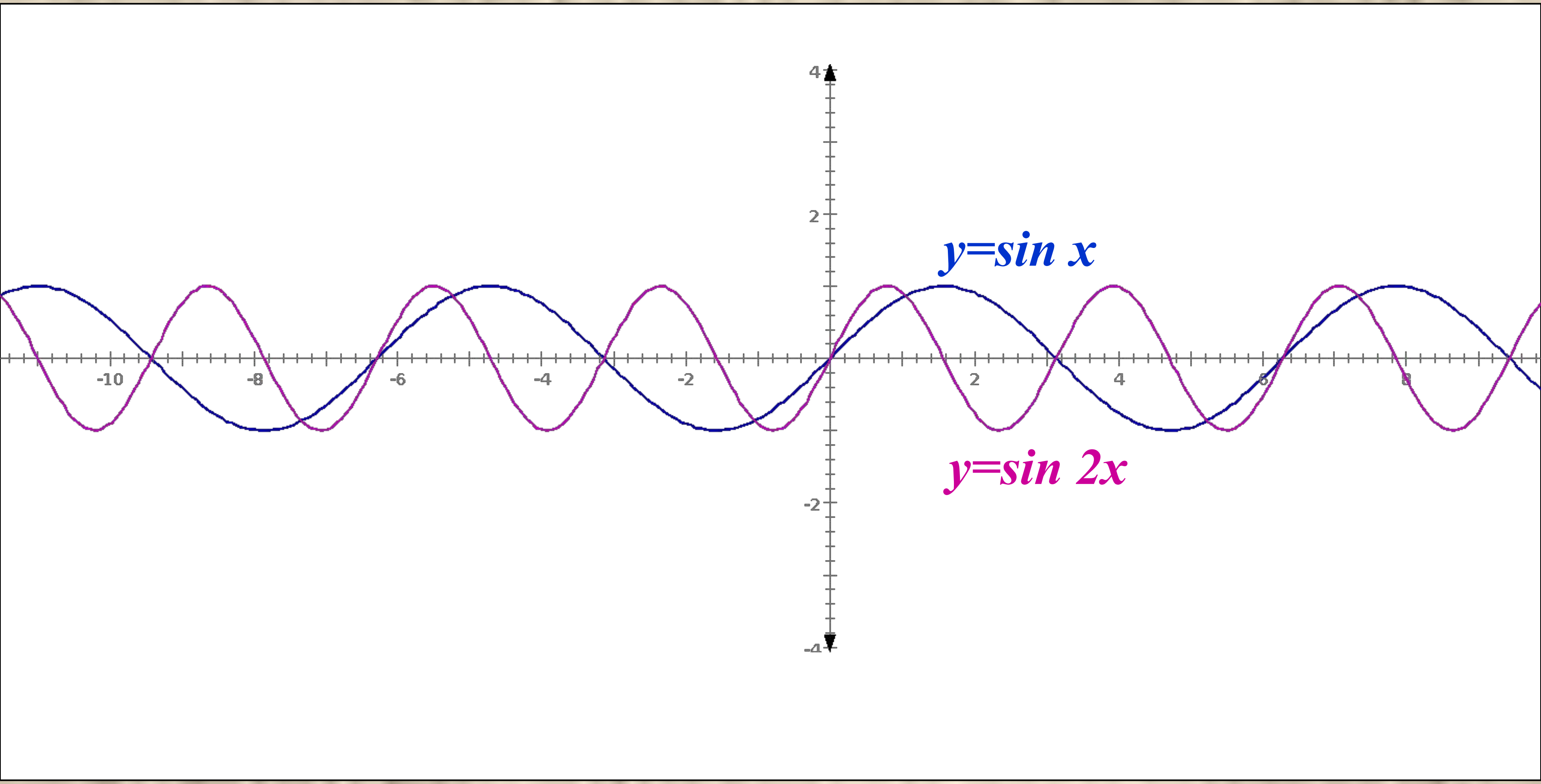
Показать

График функции $y = k \cdot f(x)$, $k > 0$, получается из графика функции $y = f(x)$, «растяжением» от оси x в k раз при $k > 1$ и «сжатием» к оси x в раз при $0 < k < 1$.

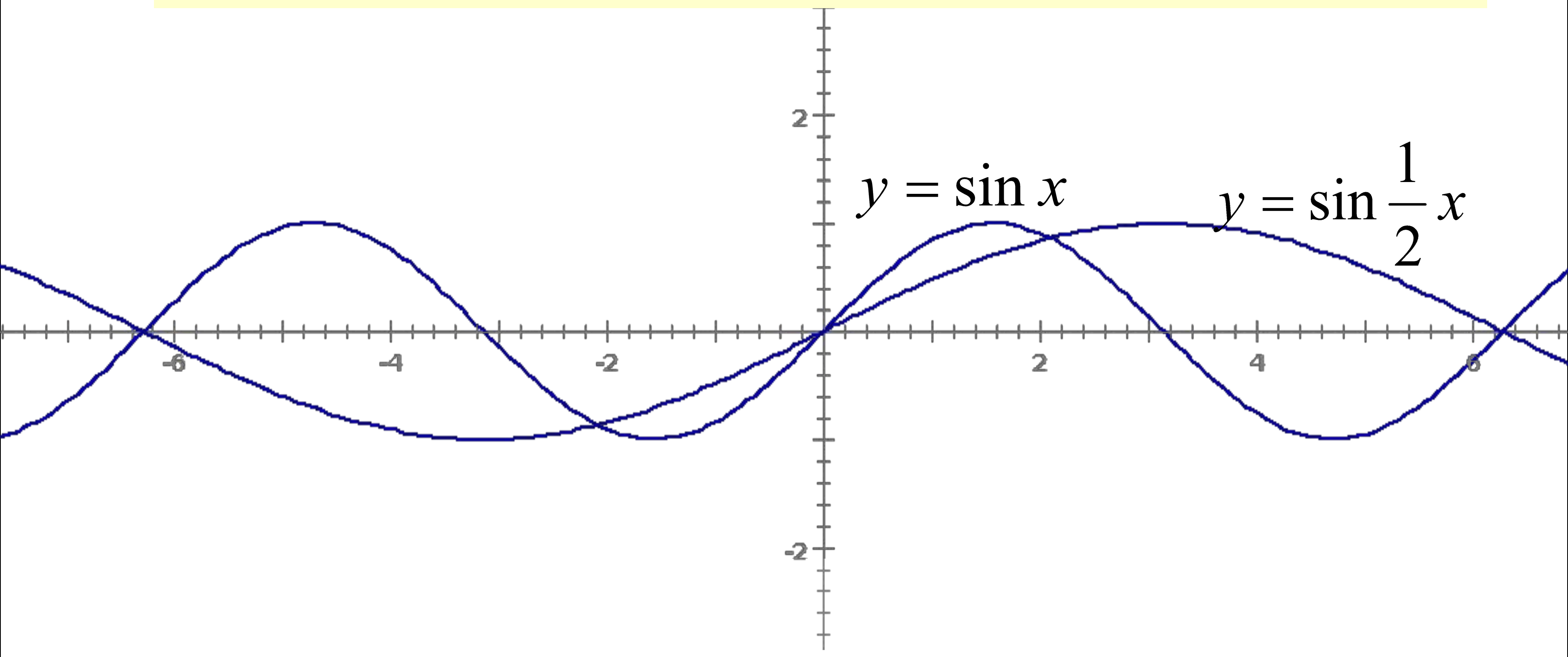
Показать

Замечание.

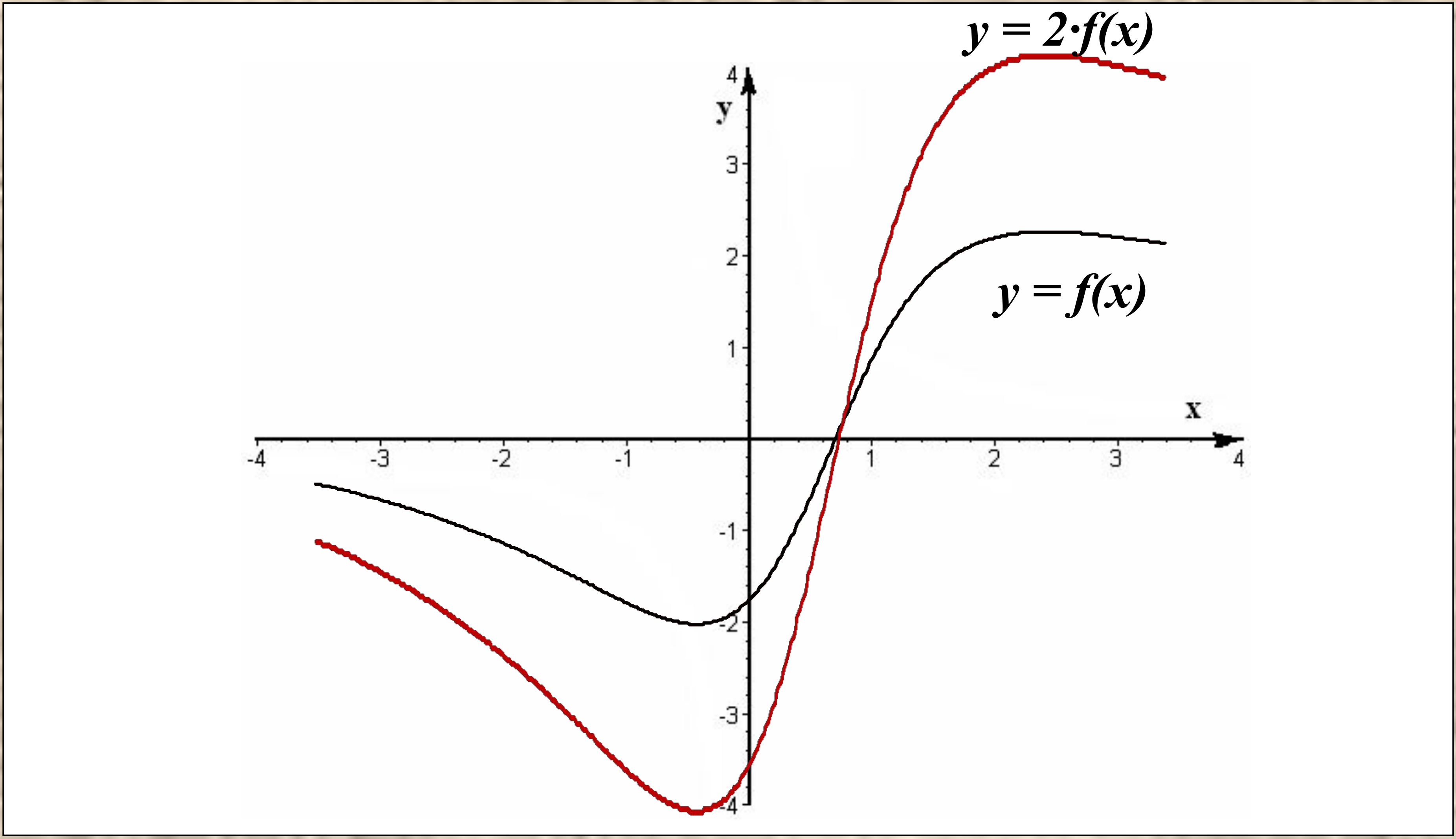
Пример 5. График функции *y =sin 2x* получается из графика функций *y = sin x* «сжатием» к оси *y* в 2 раза.



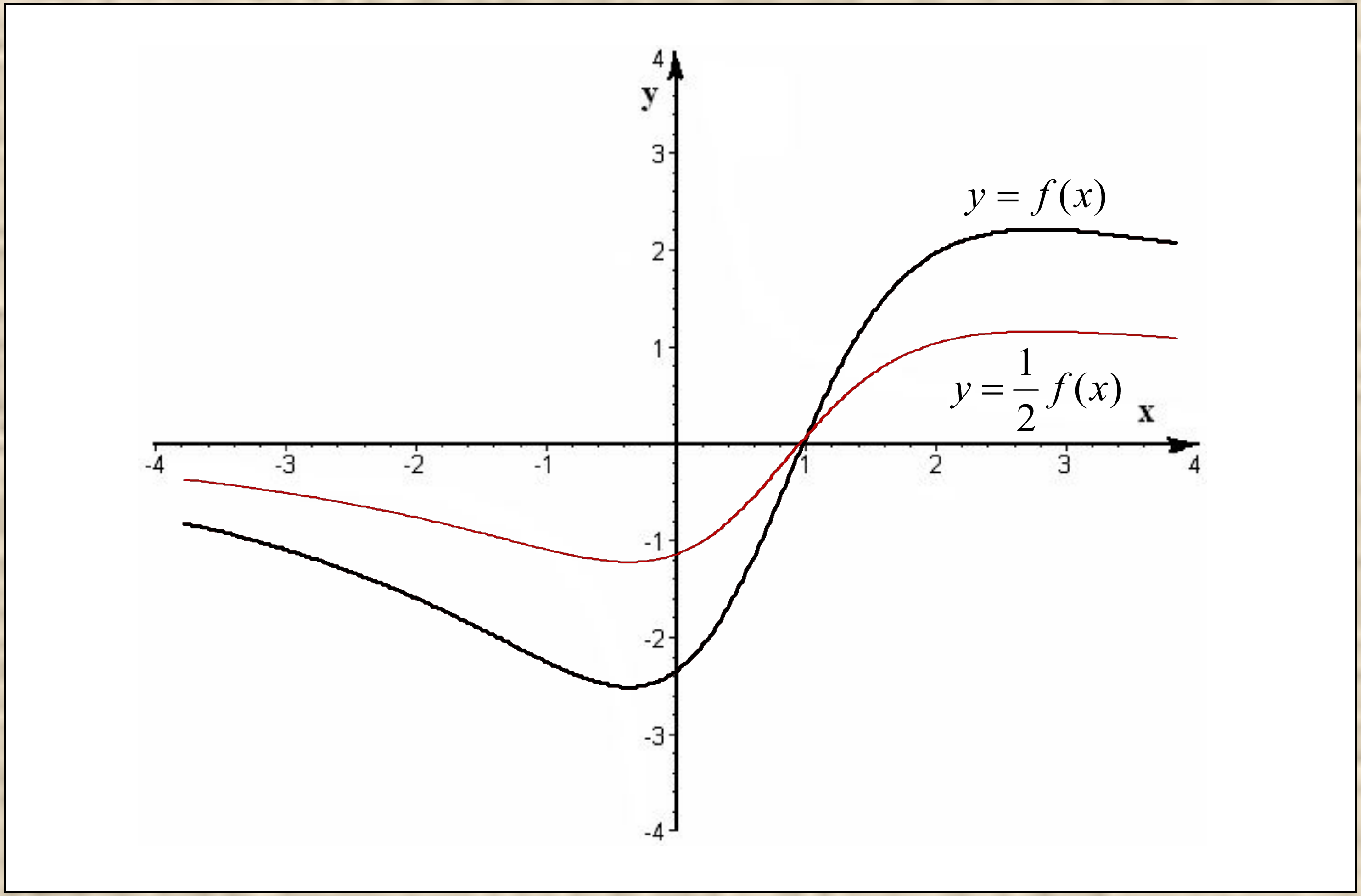
Пример 6. График функции $y = \sin\frac{1}{2}x$ получается из графика функции $y = \sin x$ «растяжением» от оси y в 2 раза.



Пример 7. График функции $y = 2 \cdot f(x)$ получается из графика функции $y = f(x)$ «растяжением» от оси x в 2 раза.



Пример 8. График функции $y = \frac{1}{2} f(x)$ получается из графика функции $y = f(x)$ «сжатием» к оси x в 2 раза .



3. Отражение.

График функции *y = - f(x)* получается зеркальным отражением графика функции *y = f(x)* относительно оси *x*.

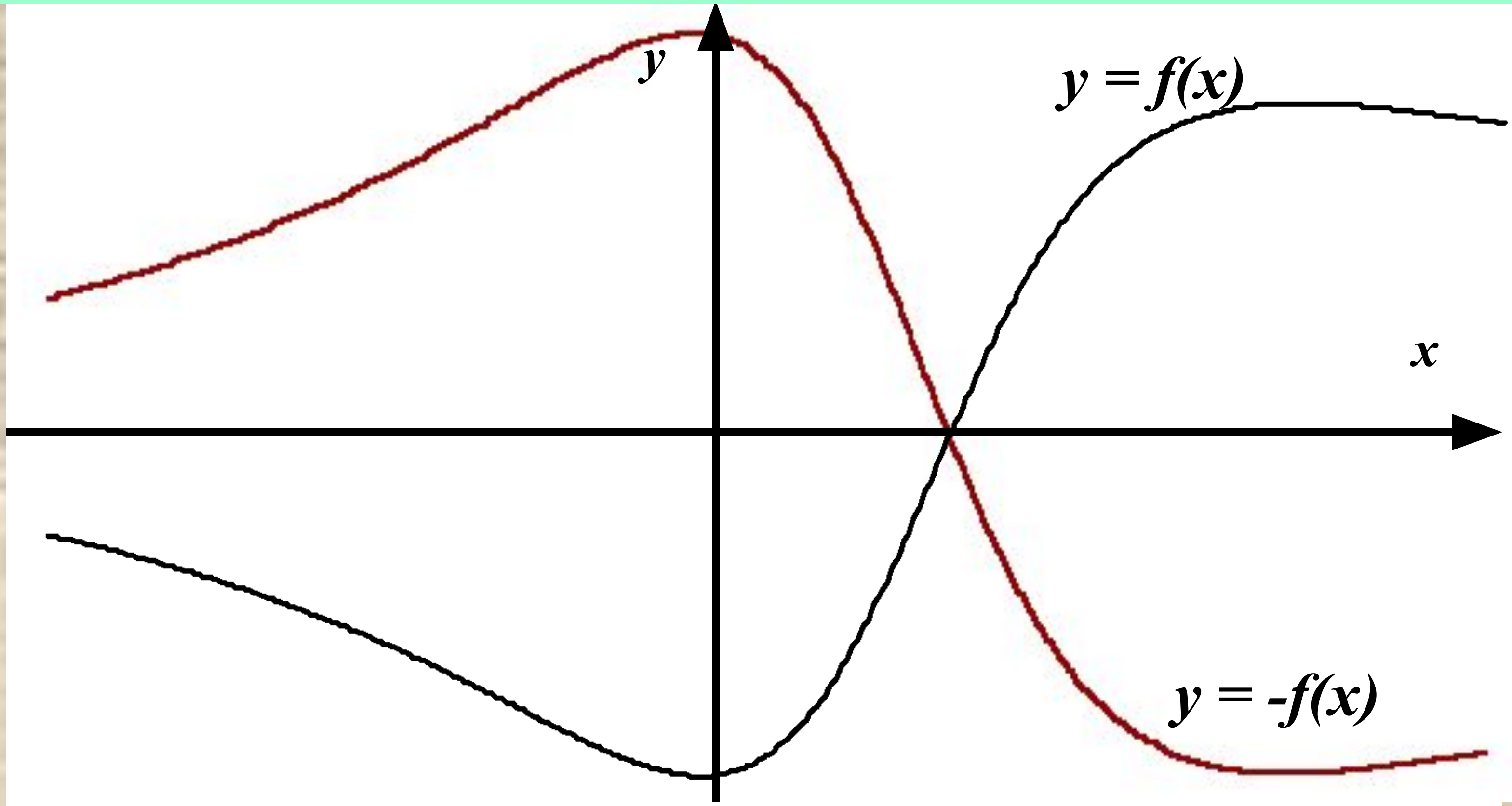


График функции $y = f(-x)$ получается зеркальным отражением графика функции $y = f(x)$ относительно оси y.

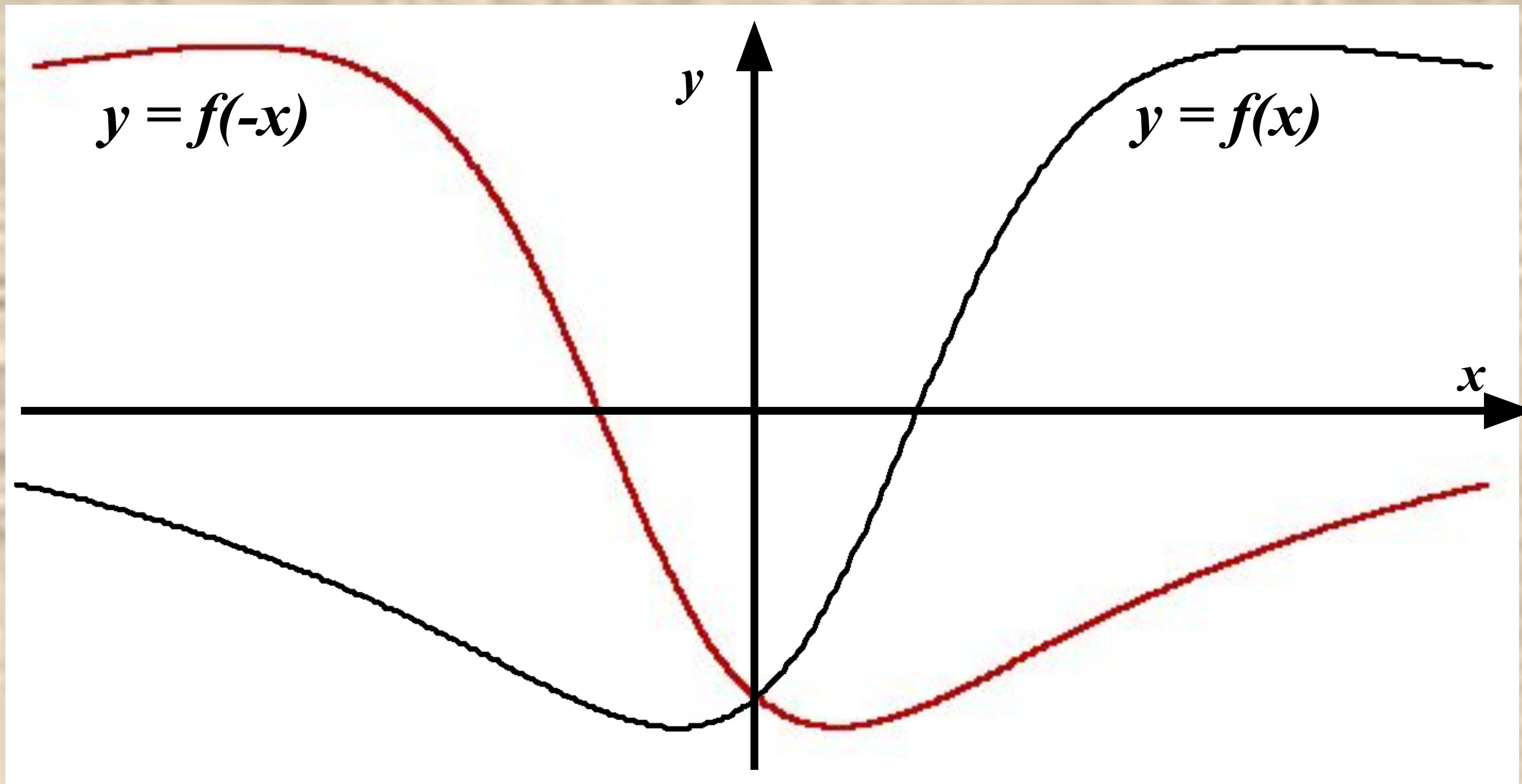
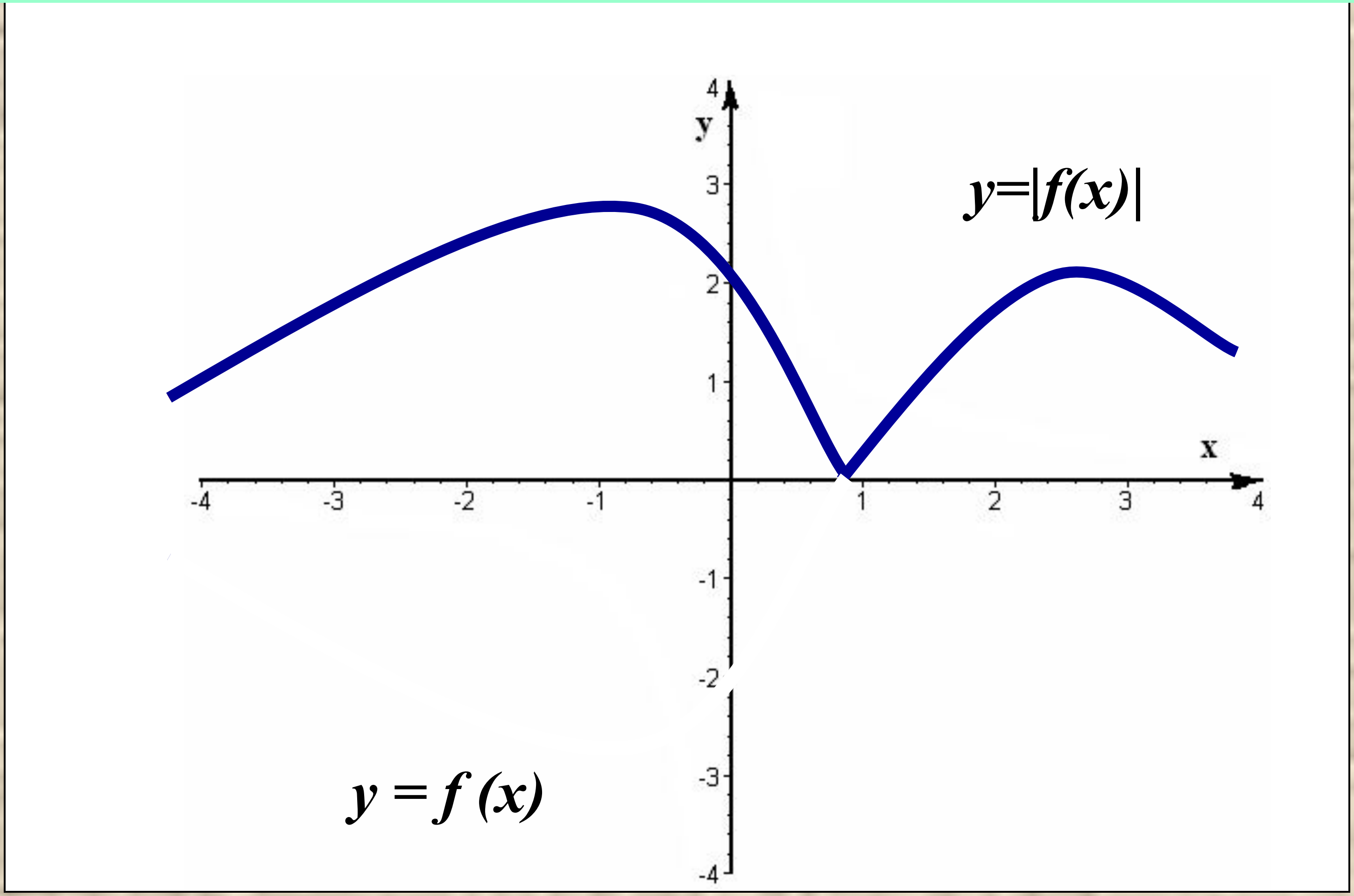


График функции ***y*=|*f*(*x*)|** получается из графика функции ***y*= *f*(*x*)** следующим образом:

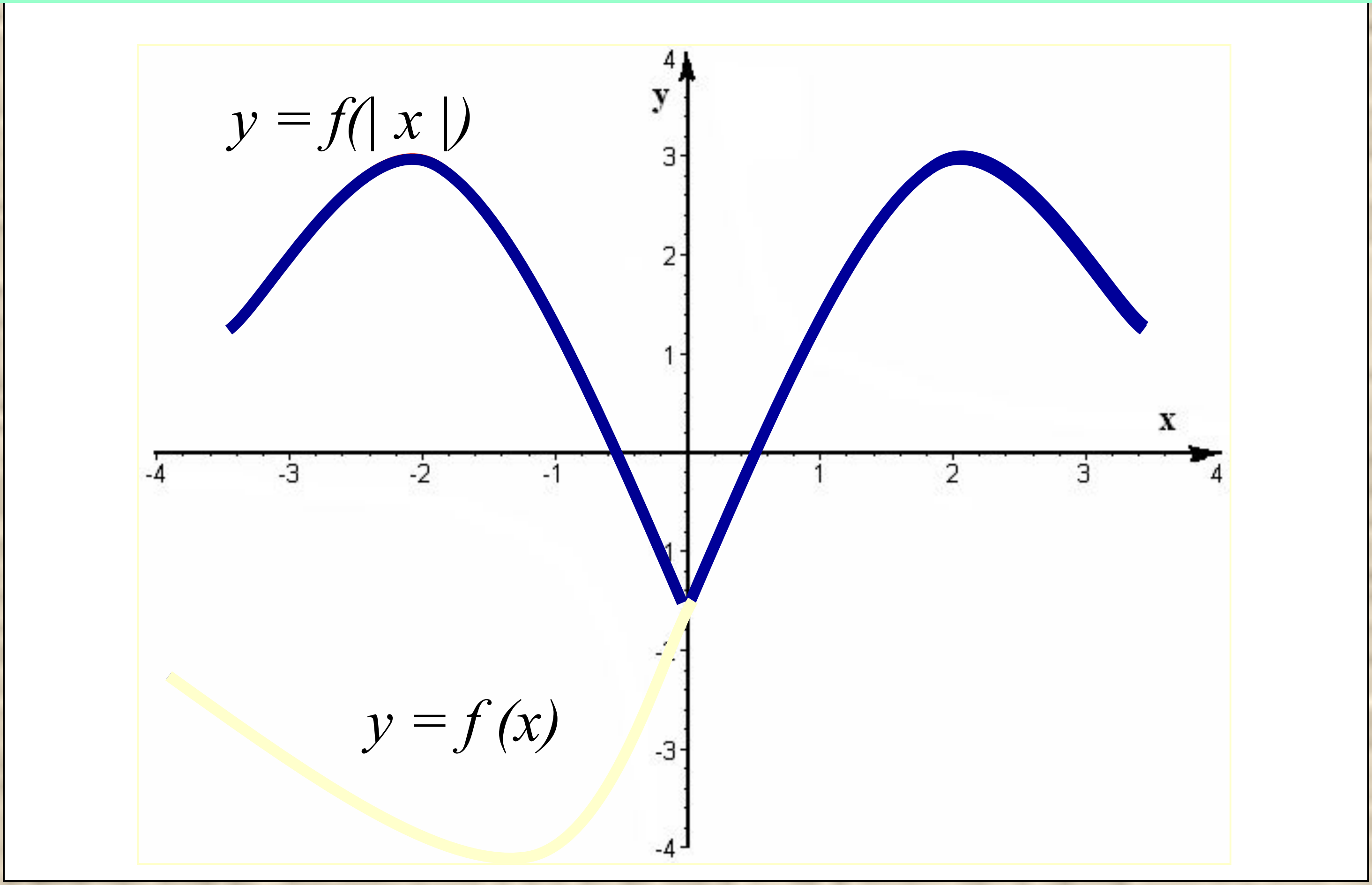
а) Часть графика, лежащую над осью *x*, оставляем без изменения;

б) Часть графика, лежащую под осью *x*, отражаем симметрично относительно оси *x*. Таким образом, ниже оси *Ox* графика нет.



$y = f(|x|);$

$y=f(|x|)$ – **четная функция, ее график получится отражением ветви при** $x \geq 0$ **графика функции** $y = f(x)$ **симметрично относительно оси** Oy. **Ветвь графика** $y = f(x)$ **при** $x < 0$ **пропадает.**



Замечание.

Нетрудно показать, что если *y = f(x)* − периодическая функция с периодом *T*, то функция *y = f(ω·x), ω > 0*, является периодической с периодом $\frac{T}{\omega}$. В самом деле, так как функция *f(x)* имеет период *T*, то при любом *x* выполняется равенство *f(x + T) = f(x)*. Положим *φ(x)=f(ω·x)* ; тогда для любого *x* получим

$$\varphi\left(x+\frac{T}{\omega}\right)=f\left(\omega\left(x+\frac{T}{\omega}\right)\right)=f(\omega\cdot x+T)=f(\omega\cdot x)=\varphi(x)$$

и, следовательно, функция *φ(x)* имеет период $\frac{T}{\omega}$.

Например, функция *y = sin2x* имеет период $\frac{2\pi}{2}=\pi$, а функция $y=\sin\frac{1}{2}x$ − период $\frac{2\pi}{\frac{1}{2}}=4\pi$.

Автор:

Аверкина Татьяна Петровна,

учитель математики и информатики МОУ «Тархановская средняя школа» Ичалковского района РМ.

Список использованной литературы:

1. Бахтина Т. П. «Таблетки» и «компрессы» при построении графиков. // Математика в школе. 2000. № 8.
2. Игудисман О. С. Математика на устном экзамене. Пособие для поступающих в вузы с повышенными требованиями по математике. ─ М: «Московский Лицей», 1997.
3. Райхмист Р. Б. Графики функций: задачи и упражнения. ─ М: Школа-Пресс, 1997. - 384с. (Серия «ШАНС» — «Школа Абитуриента: Научись Сам»).