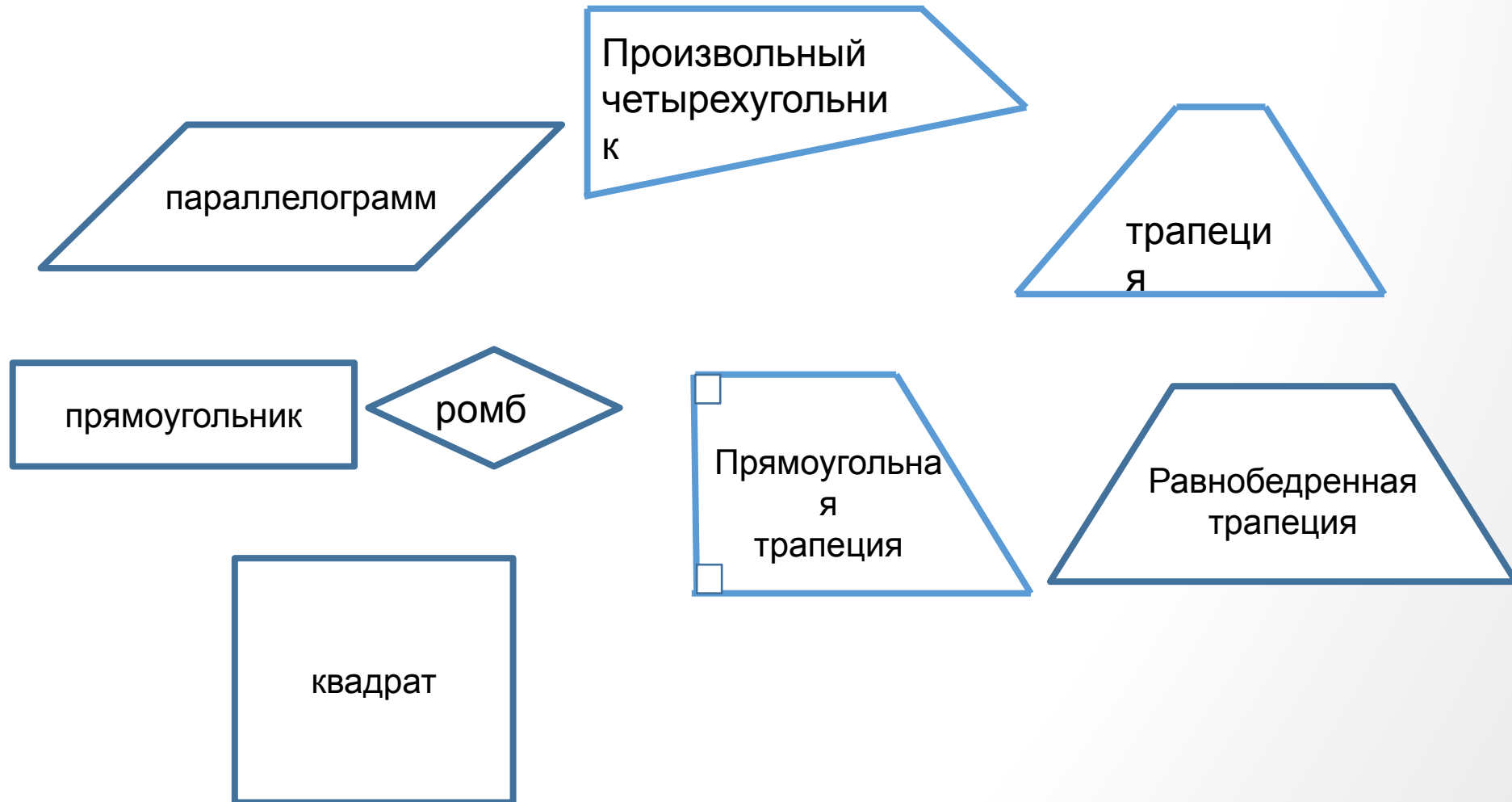


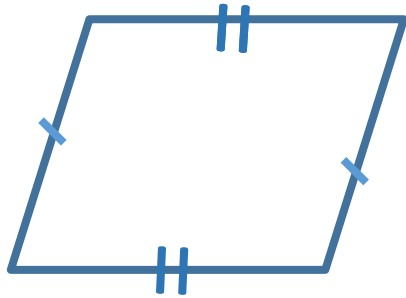
Весь курс геометрии  
8 класса в ОГЭ

# Четырехугольники

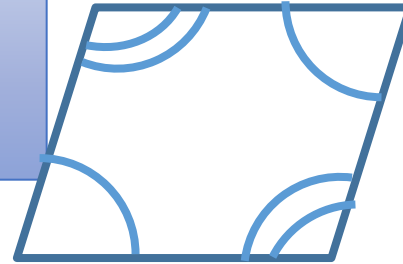
# Виды четырехугольников



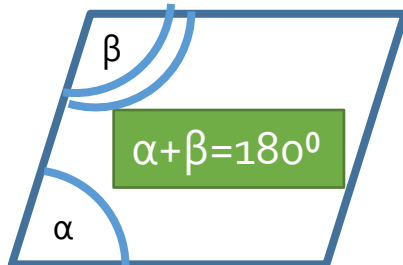
# Свойства и признаки параллелограмма



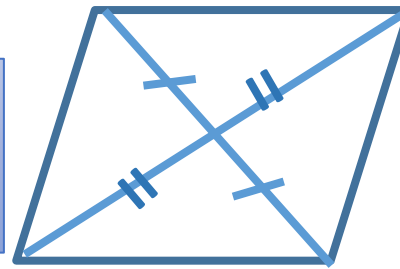
Противоположные стороны попарно равны.



Противолежащие углы попарно равны.



Сумма углов, прилежащих к любой стороне, равна  $180^\circ$

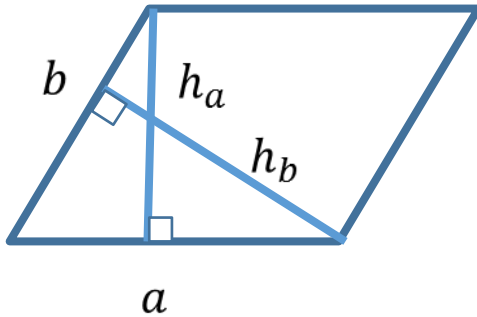


Диагонали точкой пересечения делятся пополам.

Каждая диагональ делит параллелограмм, на два равных треугольника, обе на четыре равновеликих треугольника (одинаковой площади).

Точка пересечения диагоналей является центром симметрии.

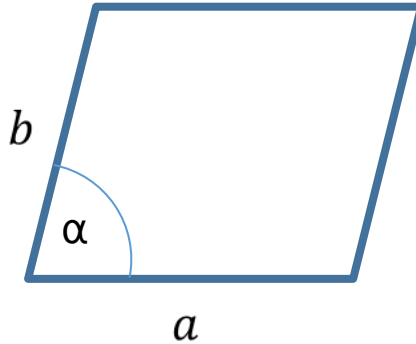
# Площадь параллелограмма



Через  
сторону  
и опущенную  
к ней

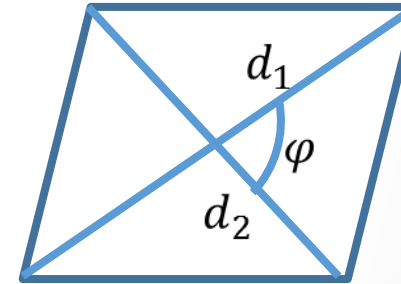
$$S = ah_a$$

$$S = bh_b$$



Через две  
прилежащие  
стороны и угол  
между ними.

$$S = ab \sin \alpha$$

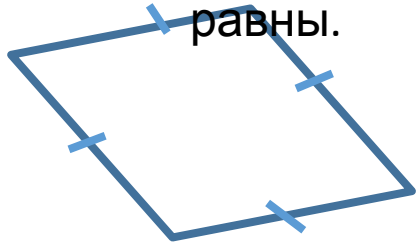


Через диагонали  
и угол между  
ними.

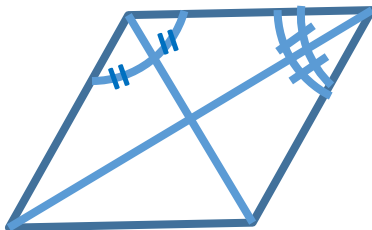
$$S = \frac{d_1 d_2 \sin \varphi}{2}$$

# Свойства и признаки ромба

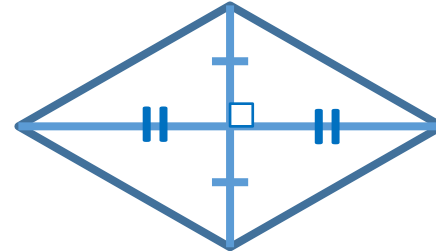
Ромб – это параллелограмм у которого все стороны равны.



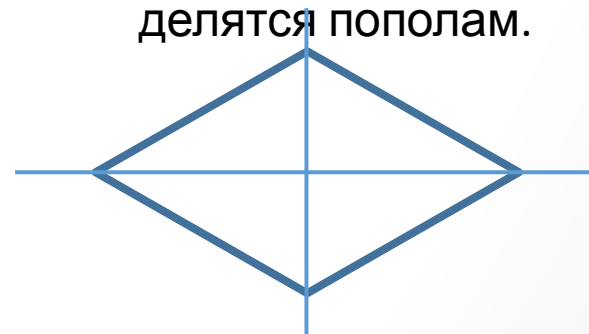
Все стороны равны.



Обе диагонали являются биссектрисами внутренних углов.



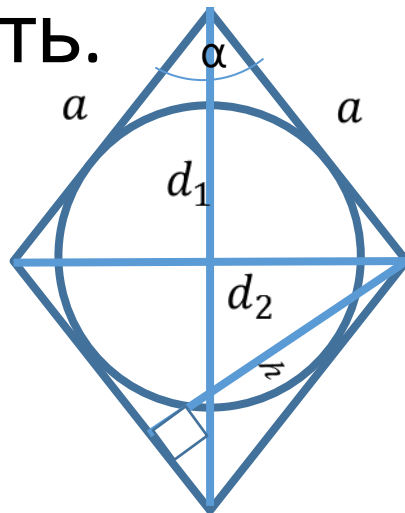
Диагонали перпендикулярны и точкой пересечения делятся пополам.



Прямые, содержащие диагонали, являются осями симметрии.

# Площадь ромба

В любой ромб можно вписать окружность.



Через сторону и  
высоту

$$S = ah$$

Через стороны и угол  
ромба

$$S = a^2 \sin \alpha$$

Через  
диагонали

$$S = \frac{d_1 d_2}{2}$$

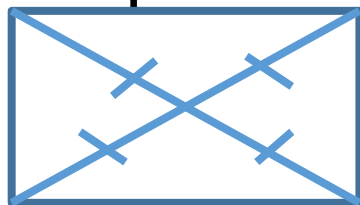
# Свойства и признаки

## прямоугольника

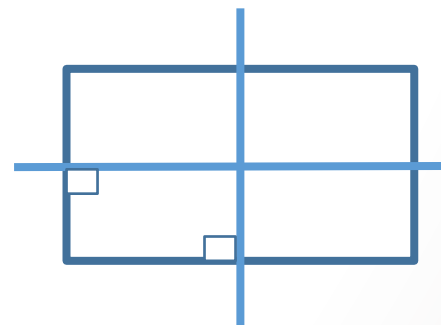
Прямоугольник – параллелограмм, у которого все углы прямые.



Прямоугольник обладает всеми свойствами параллелограмма.



Диагонали равны и точкой пересечения делятся пополам.

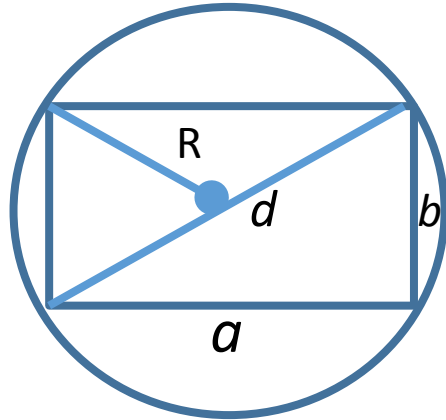


Перпендикуляры к сторонам проходящие через их середины, являются осями симметрии

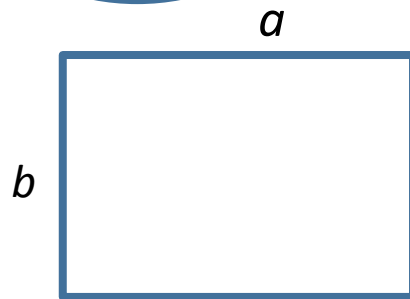


# Площадь прямоугольника

Около любого прямоугольника можно описать окружность.

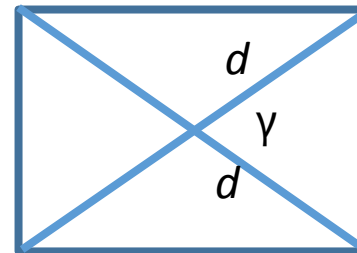


$$R = \frac{d}{2} \quad d = \sqrt{a^2 + b^2}$$



Через

СТ  $S = ab$

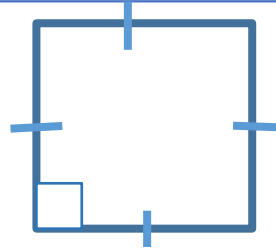


Через диагональ и угол между диагоналями.

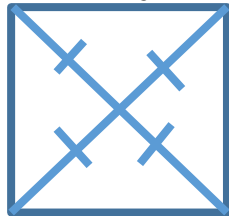
$$S = \frac{d^2 \sin \gamma}{2}$$

# Свойства и признаки квадрата

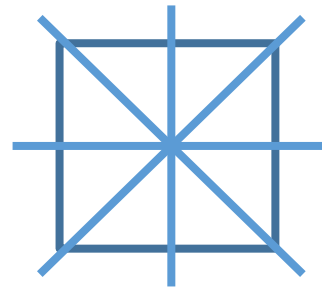
Квадрат – прямоугольник у которого все стороны равны.



Квадрат обладает всеми свойствами  
прямоугольника

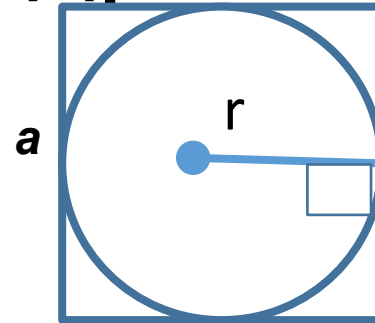
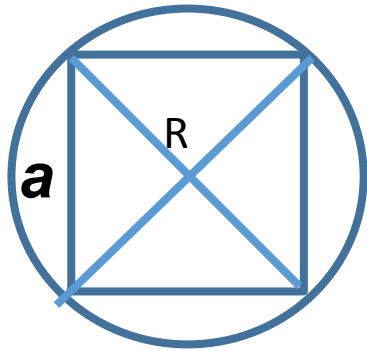


Диагонали  
равны,  
перпендикулярны  
и, пересекаясь,  
делятся пополам



Квадрат  
имеет  
четыре оси  
симметрии.

# Площадь квадрата

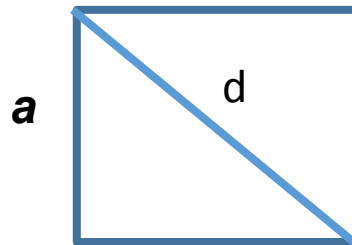


Около квадрата можно описать окружность. В квадрат можно вписать окружность.

$$R = \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{d}{2}$$

Через  
сторону

$$S = a^2$$



$$r = \frac{a}{2}$$

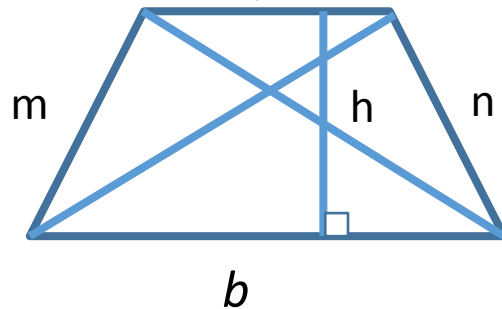
Через  
диагональ.

$$S = \frac{d^2}{2}$$

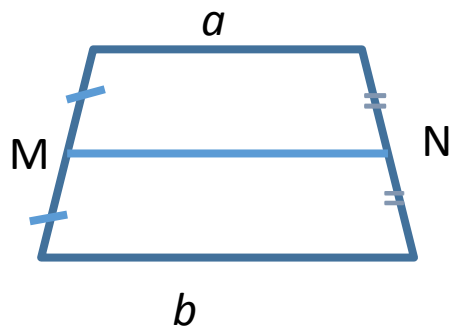
# Трапеция. Свойства трапеции.

Трапеция – четырехугольник, у которого две стороны параллельны

Основания, а две другие не параллельны (боковые стороны)



$a, b$  – основания трапеции,  
 $a \parallel b$   
 $m, n$  – боковые стороны  
 $d_1, d_2$  – диагонали трапеции  
 $h$  – высота



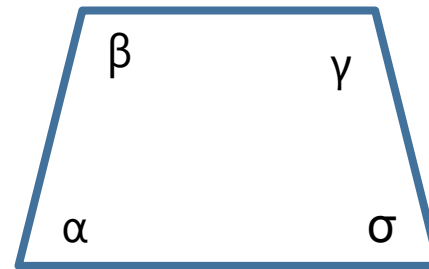
$$MN \parallel a, MN \parallel b$$

$$MN = \frac{a + b}{2}$$

Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме.

Марченко И.Л.

=

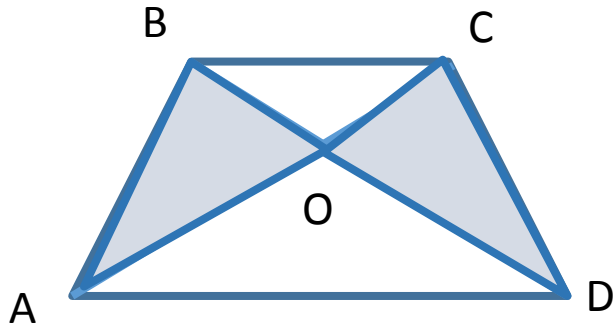


$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

$$\sigma + \gamma = 180^\circ$$

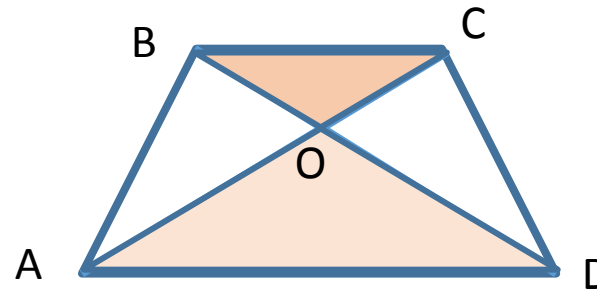
Сумма углов, прилежащих к любой боковой стороне, равна  $180^\circ$

# Свойства трапеции



Треугольник AOB и DOC образованные боковыми сторонами и отрезками диагоналей, равновелики.

$$S_{\triangle AOB} = S_{\triangle DOC}$$



Треугольники AOD и COB образованные основаниями и отрезками диагоналей, подобны

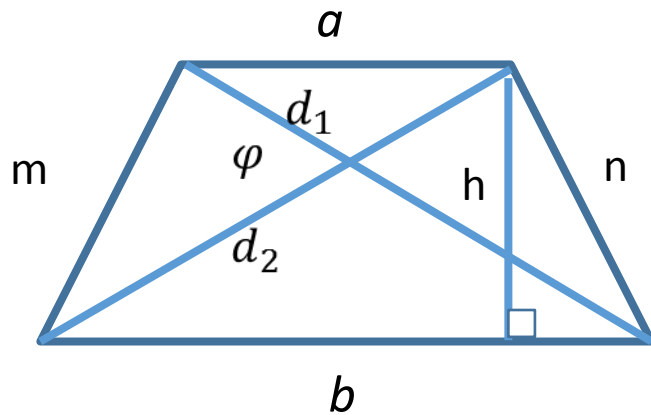
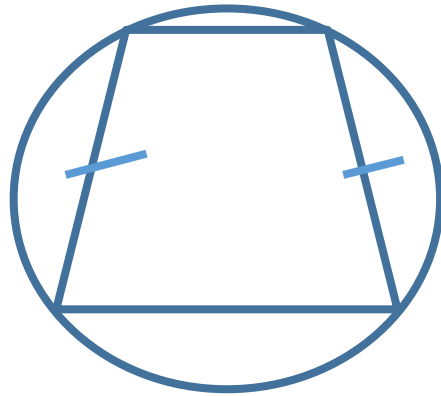
$$\triangle AOD \sim \triangle COB$$

$$k = \frac{AD}{BC}$$

$$\frac{S_1}{S_2} = k^2$$

# Площадь трапеции

Любую равнобедренную трапецию можно вписать в окружность.



Через полусумму оснований и высоту

$$S = \frac{(a + b)h}{2}$$

Через диагонали и угол между ними

$$S = \frac{d_1 d_2 \sin \varphi}{2}$$

1

## Вариант 1

Один из углов равнобедренной трапеции равен  $43^\circ$ . Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

## Вариант 2

Один из углов равнобедренной трапеции равен  $74^\circ$ . Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



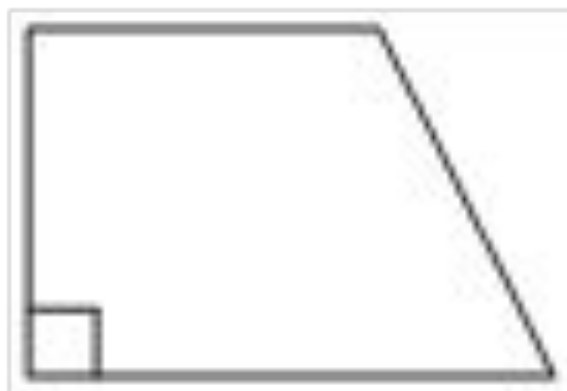
## 2

### Вариант 1

Один из углов прямоугольной трапеции равен  $51^\circ$ . Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

### Вариант 2

Один из углов прямоугольной трапеции равен  $82^\circ$ . Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.





**Вариант 1**

Один из углов параллелограмма равен  $61^\circ$ . Найдите больший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

**Вариант 2**

Один из углов параллелограмма равен  $33^\circ$ . Найдите больший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах.



4

Вариант 1

Один из углов параллелограмма равен  $102^\circ$ . Найдите меньший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

Вариант 2

Один из углов параллелограмма равен  $91^\circ$ . Найдите меньший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах.



5

Вариант 1

Один из углов ромба равен  $62^\circ$ . Найдите больший угол этого ромба. Ответ дайте в градусах.

Вариант 2

Один из углов ромба равен  $35^\circ$ . Найдите больший угол этого ромба. Ответ дайте в градусах.



6

Вариант 1

Один из углов ромба равен  $104^\circ$ . Найдите меньший угол этого ромба. Ответ дайте в градусах.

Вариант 2

Один из углов ромба равен  $93^\circ$ . Найдите меньший угол этого ромба. Ответ дайте в градусах.

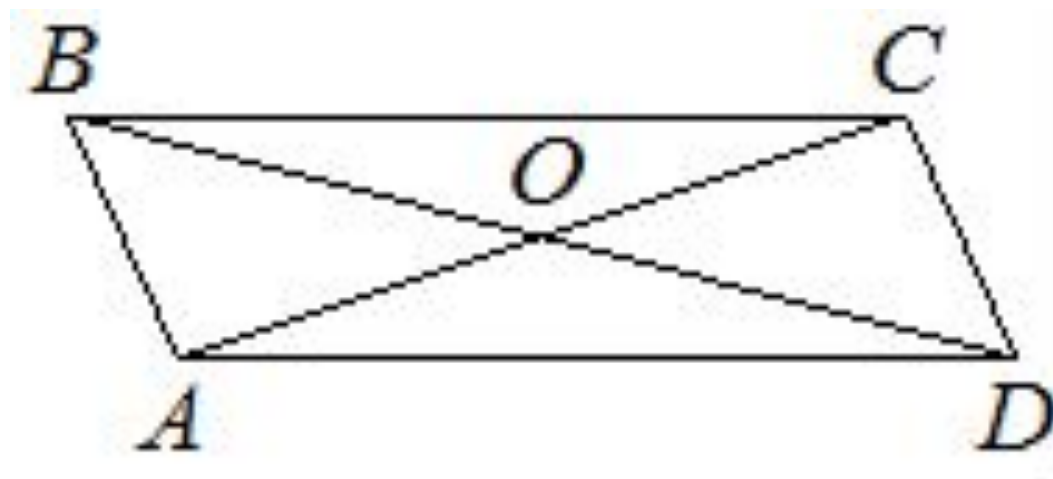


## Вариант 1

Диагонали  $AC$  и  $BD$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ ,  $AC=14$ ,  $BD=18$ ,  $AB=5$ . Найдите  $DO$ .

## Вариант 2

Диагонали  $AC$  и  $BD$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ ,  $AC=16$ ,  $BD=20$ ,  $AB=5$ . Найдите  $DO$ .

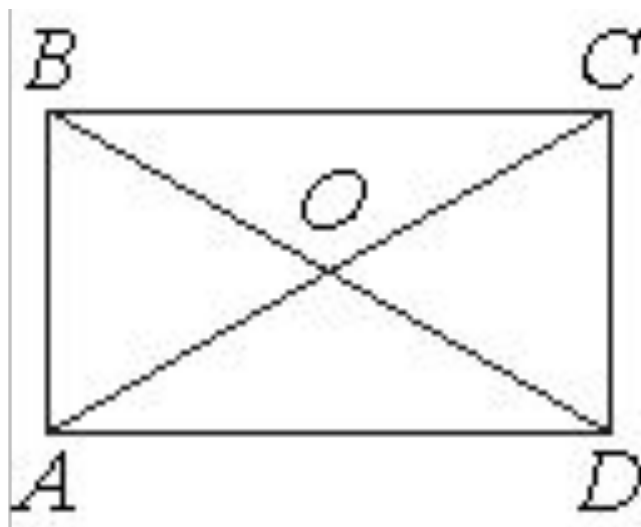


## Вариант 1

Диагонали  $AC$  и  $BD$  прямоугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ ,  $BO=8$ ,  $AB=9$ . Найдите  $AC$ .

## Вариант 2

Диагонали  $AC$  и  $BD$  прямоугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ ,  $BO=11$ ,  $AB=10$ . Найдите  $AC$ .



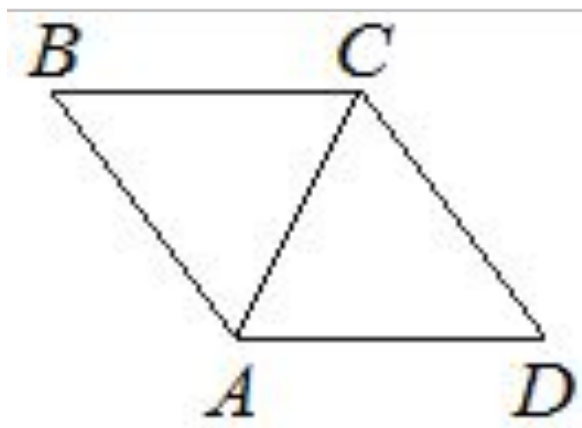
9

### Вариант 1

В ромбе  $ABCD$  угол  $ABC$  равен  $40^\circ$ . Найдите угол  $ACD$ . Ответ дайте в градусах.

### Вариант 2

В ромбе  $ABCD$  угол  $ABC$  равен  $84^\circ$ . Найдите угол  $ACD$ . Ответ дайте в градусах.



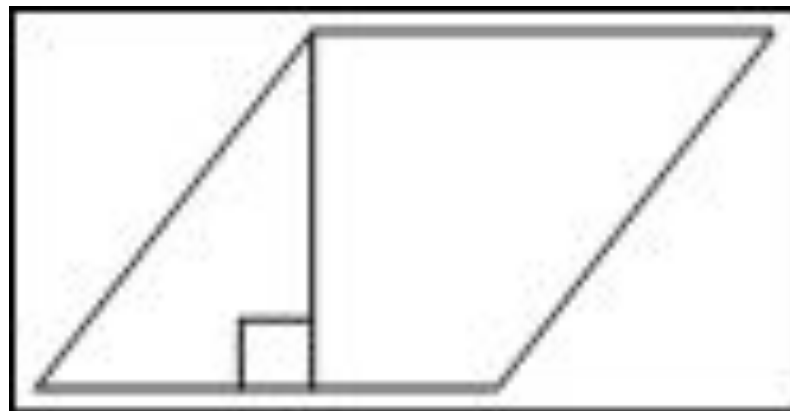
10

Вариант 1

Сторона ромба равна 14, а один из углов этого ромба равен  $150^\circ$ . Найдите высоту этого ромба.

Вариант 2

Сторона ромба равна 18, а один из углов этого ромба равен  $150^\circ$ . Найдите высоту этого ромба.

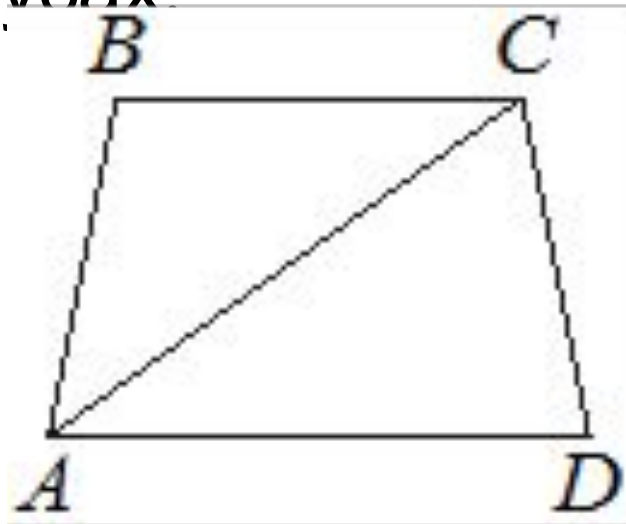




### Вариант 1

11

Найдите больший угол равнобедренной трапеции  $ABCD$ , если диагональ  $AC$  образует с основанием  $AD$  и боковой стороной  $AB$  углы, равные  $33^\circ$  и  $13^\circ$  соответственно. Ответ дайте в градусах.



### Вариант 2

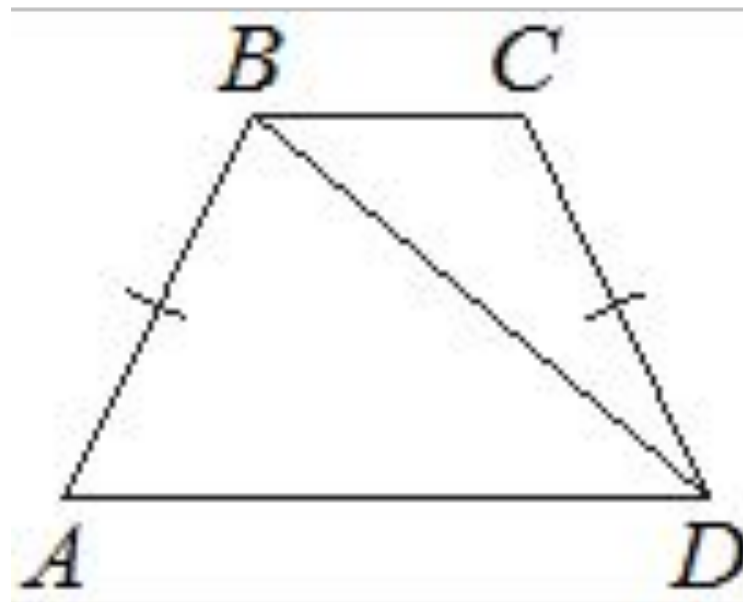
Найдите больший угол равнобедренной трапеции  $ABCD$ , если диагональ  $AC$  образует с основанием  $AD$  и боковой стороной  $AB$  углы, равные  $62^\circ$  и  $9^\circ$  соответственно. Ответ дайте в градусах.

**12****Вариант 1**

В трапеции  $ABCD$  известно, что  $AB=CD$ ,  $\angle BDA=40^\circ$  и  $\angle BDC=24^\circ$ . Найдите угол  $ABD$ .  
Ответ дайте в градусах.

**Вариант 2**

В трапеции  $ABCD$  известно, что  $AB=CD$ ,  $\angle BDA=30^\circ$  и  $\angle BDC=110^\circ$ . Найдите угол  $ABD$ .  
Ответ дайте в градусах.



## Вариант 1

Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна  $102^\circ$ . Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

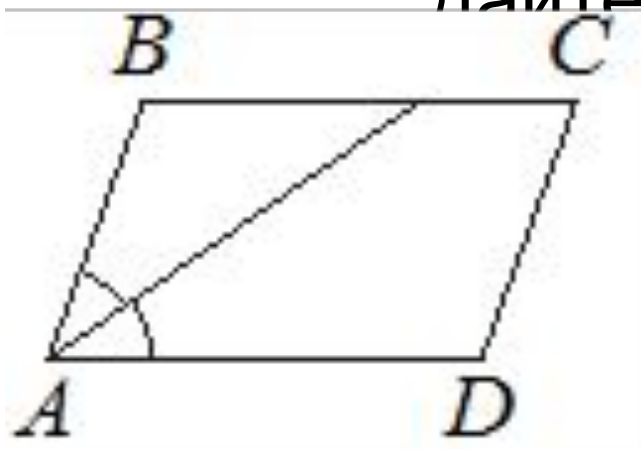
## Вариант 2

Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна  $46^\circ$ . Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



## Вариант 1

Найдите острый угол параллелограмма  $ABCD$ , если биссектриса угла  $A$  образует со стороной  $BC$  угол, равный  $33^\circ$ . Ответ дайте в градусах.

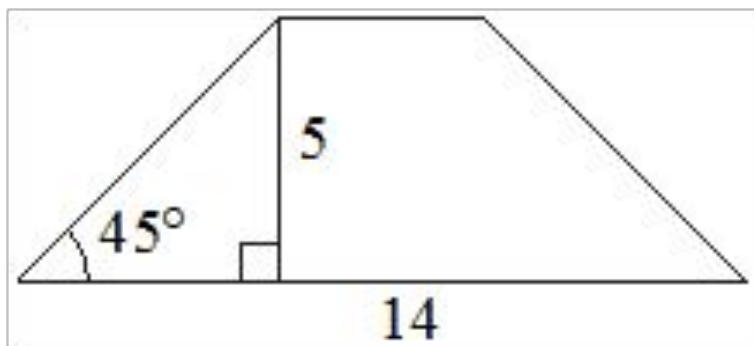


## Вариант 2

Найдите острый угол параллелограмма  $ABCD$ , если биссектриса угла  $A$  образует со стороной  $BC$  угол, равный  $41^\circ$ . Ответ дайте в градусах.

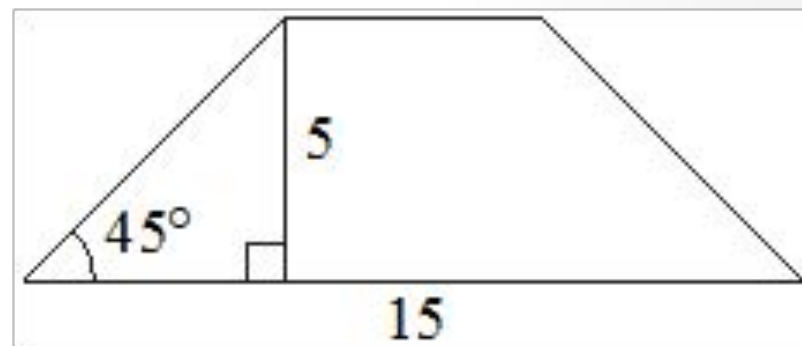
## Вариант 1

В равнобедренной трапеции известна высота, большее основание и угол при основании (см. рисунок). Найдите меньшее основание.



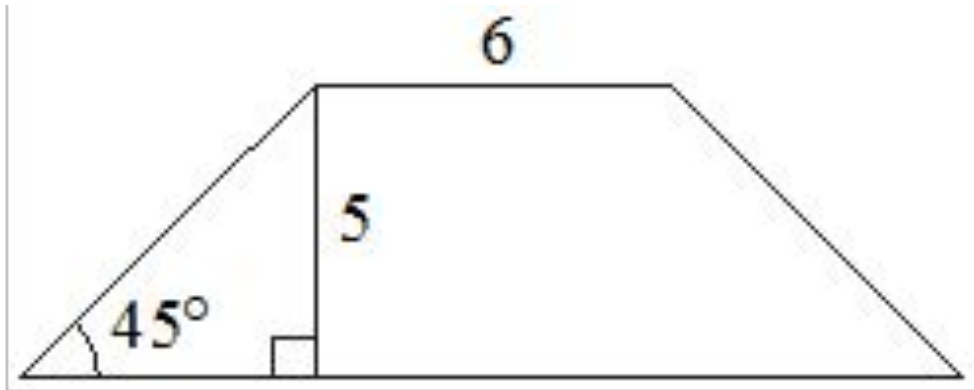
## Вариант 2

В равнобедренной трапеции известна высота, большее основание и угол при основании (см. рисунок). Найдите меньшее основание.



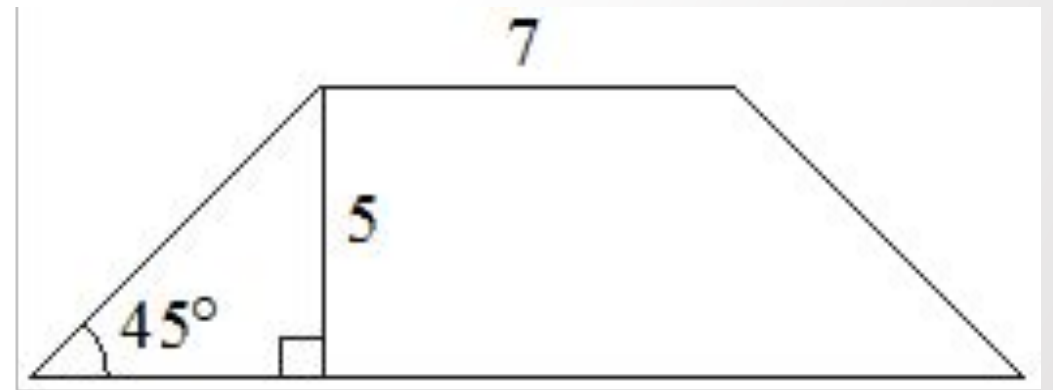
## Вариант 1

В равнобедренной трапеции известны высота, меньшее основание и угол при основании (см. рисунок). Найдите большее основание.



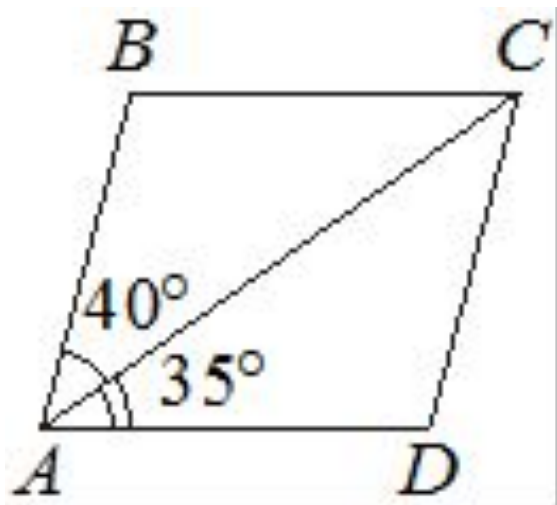
## Вариант 2

В равнобедренной трапеции известны высота, меньшее основание и угол при основании (см. рисунок). Найдите большее основание.



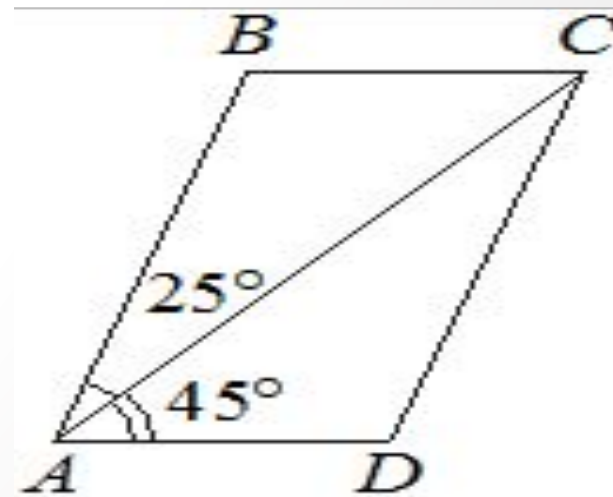
## Вариант 1

Диагональ  $AC$  параллелограмма  $ABCD$  образует с его сторонами углы, равные  $40^\circ$  и  $35^\circ$ .  
Найдите больший угол этого параллелограмма.  
Ответ дайте в градусах.



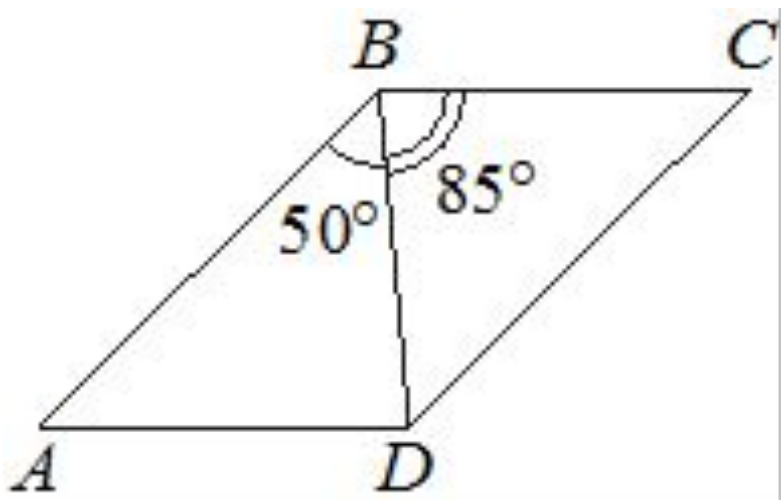
## Вариант 2

Диагональ  $AC$  параллелограмма  $ABCD$  образует с его сторонами углы, равные  $45^\circ$  и  $25^\circ$ .  
Найдите больший угол этого параллелограмма.  
Ответ дайте в градусах.



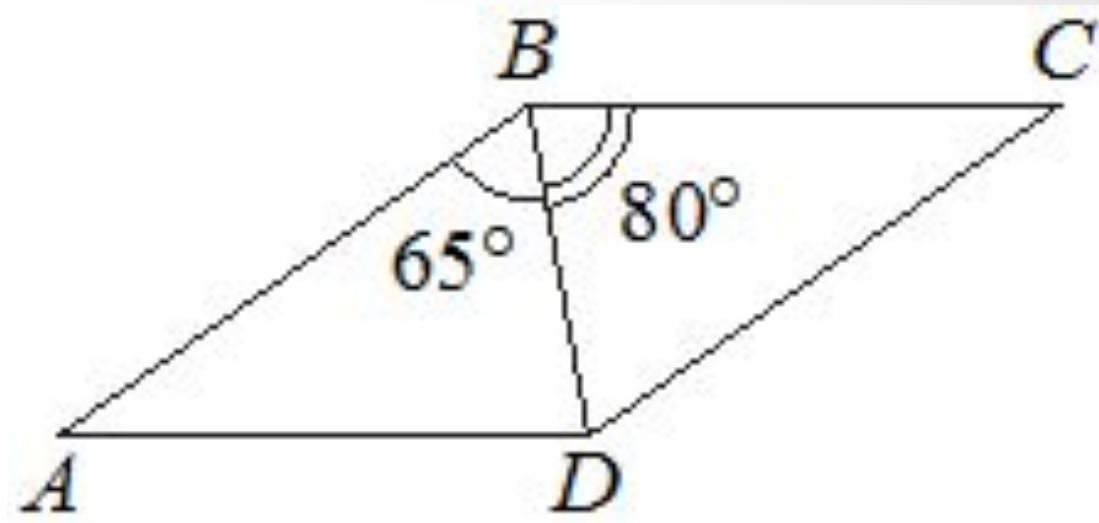
## Вариант 1

Диагональ  $BD$  параллелограмма  $ABCD$  образует с его сторонами углы, равные  $50^\circ$  и  $85^\circ$ .  
Найдите меньший угол этого параллелограмма.  
Ответ дайте в градусах.



## Вариант 2

Диагональ  $BD$  параллелограмма  $ABCD$  образует с его сторонами углы, равные  $65^\circ$  и  $80^\circ$ .  
Найдите меньший угол этого параллелограмма.  
Ответ дайте в градусах.



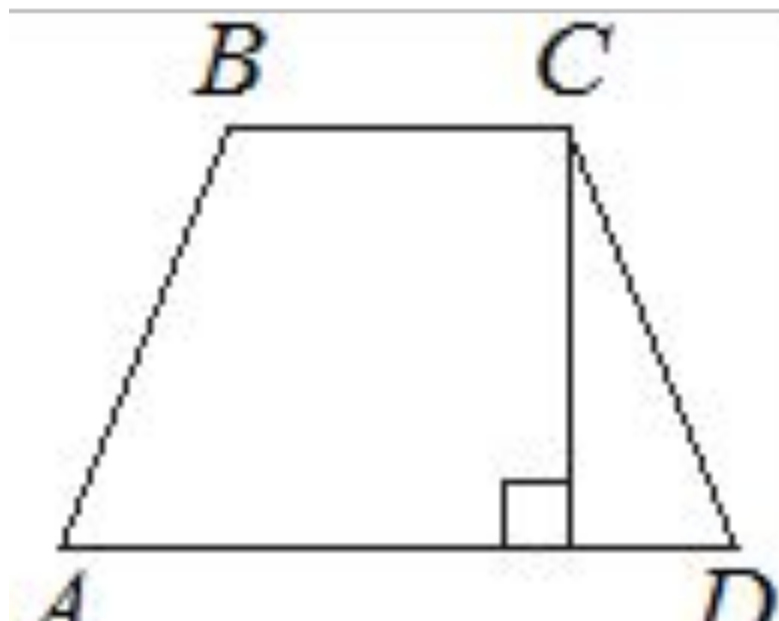


## Вариант 1

Высота равнобедренной трапеции, проведённая из вершины  $C$ , делит основание  $AD$  на отрезки длиной 1 и 11. Найдите длину основания  $BC$ .

## Вариант 2

Высота равнобедренной трапеции, проведённая из вершины  $C$ , делит основание  $AD$  на отрезки длиной 10 и 11. Найдите длину основания  $BC$ .



## Вариант 1

Диагональ прямоугольника образует угол  $44^\circ$  с одной из его сторон. Найдите острый угол между диагоналями этого прямоугольника.  
Ответ дайте в градусах.

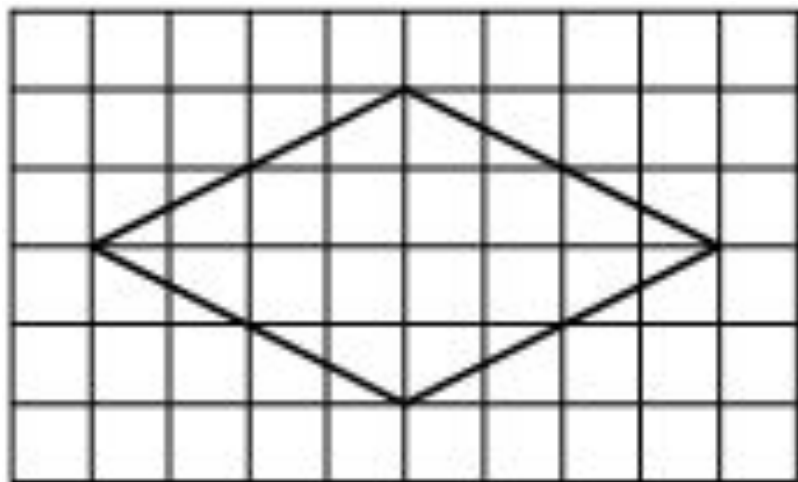
## Вариант 2

Диагональ прямоугольника образует угол  $86^\circ$  с одной из его сторон. Найдите острый угол между диагоналями этого прямоугольника.  
Ответ дайте в градусах.



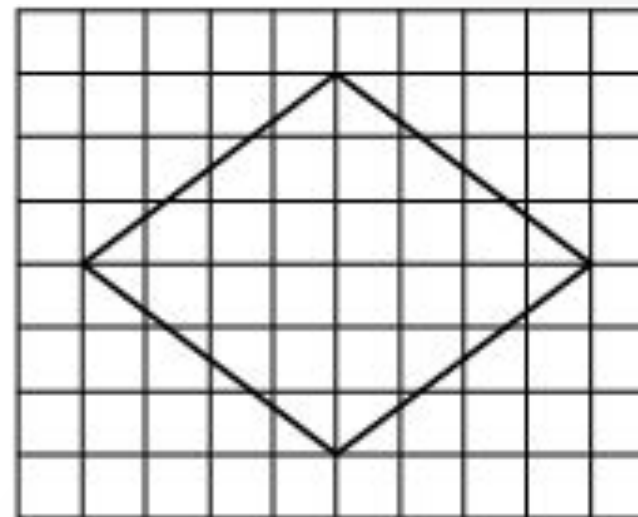
## Вариант 1

На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён ромб. Найдите длину его большей диагонали.



## Вариант 2

На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён ромб. Найдите длину его большей диагонали.



# Часть 2

1

## Вариант 1

Биссектриса угла  $A$  параллелограмма  $ABCD$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $K$ . Найдите периметр параллелограмма, если  $BK=4$ ,  $CK=19$ .

## Вариант 2

Биссектриса угла  $A$  параллелограмма  $ABCD$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $K$ . Найдите периметр параллелограмма, если  $BK=9$ ,  $CK=15$ .

## 2

### Вариант 1

Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 11, а одна из диагоналей ромба равна 44. Найдите углы ромба.

### Вариант 2

Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 12, а одна из диагоналей ромба равна 48. Найдите углы ромба.

**Вариант 1**

Сторона  $AB$   
параллелограмма  $ABCD$   
вдвое больше стороны  $AD$ .  
Точка  $L$  — середина  
стороны  $AB$ . Докажите, что  
 $DL$  — биссектриса угла  $ADC$ .

**Вариант 2**

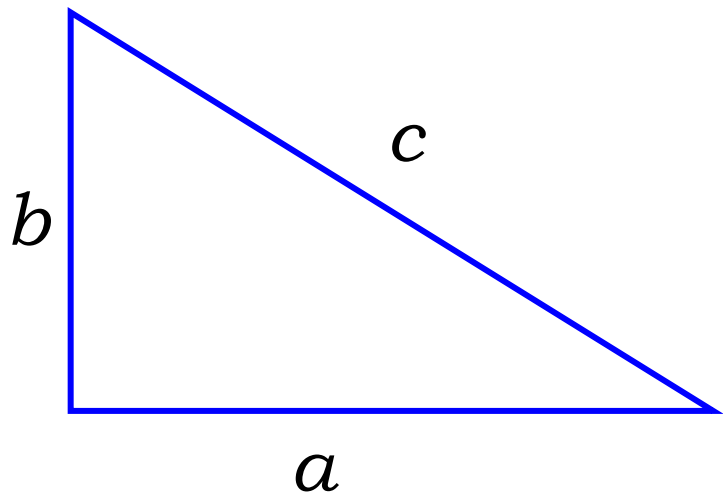
Сторона  $AD$   
параллелограмма  $ABCD$   
вдвое больше стороны  $CD$ .  
Точка  $M$  — середина  
стороны  $AD$ . Докажите, что  
 $CM$  — биссектриса угла  $BCD$ .

Площадь.  
Теорема Пифагора.



# Теорема Пифагора

В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ КВАДРАТ  
ГИПОТЕНУЗЫ РАВЕН СУММЕ КВАДРАТОВ КАТЕТОВ



$$c^2 = a^2 + b^2$$

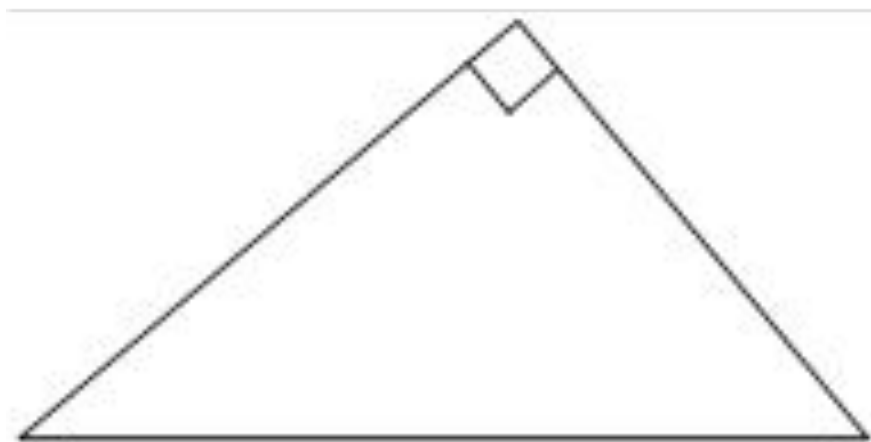
1

Вариант 1

Катеты прямоугольного  
треугольника равны 7 и 24.  
Найдите гипотенузу этого  
треугольника.

Вариант 2

Катеты прямоугольного  
треугольника равны 18 и 24.  
Найдите гипотенузу этого  
треугольника.



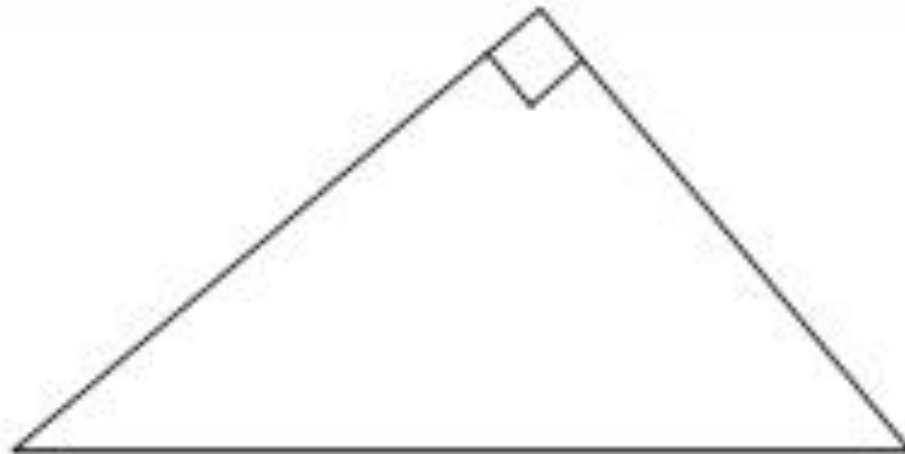
## 2

### Вариант 1

В прямоугольном треугольнике катет и гипотенуза равны 20 и 25 соответственно. Найдите другой катет этого треугольника.

### Вариант 2

В прямоугольном треугольнике катет и гипотенуза равны 12 и 20 соответственно. Найдите другой катет этого треугольника.



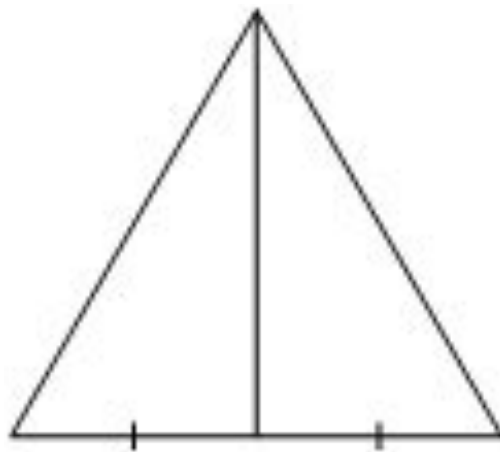
3

Вариант 1

Сторона равностороннего треугольника равна  $16\sqrt{3}$ .  
Найдите медиану этого треугольника.

Вариант 2

Сторона равностороннего треугольника равна  $14\sqrt{3}$ .  
Найдите медиану этого треугольника.



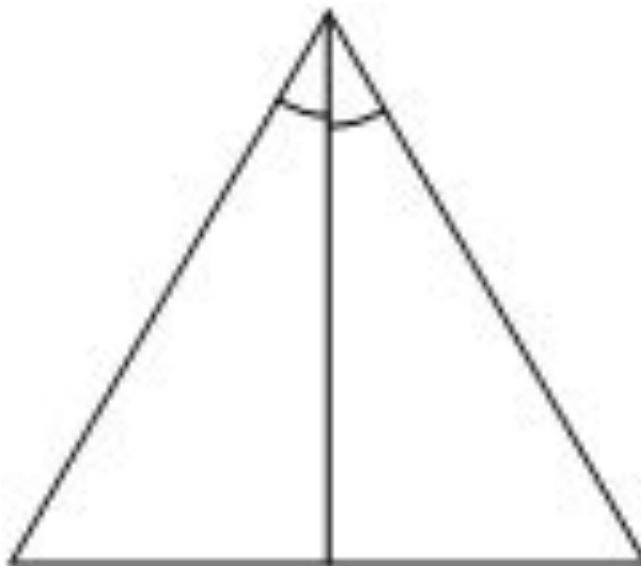
4

Вариант 1

Сторона равностороннего треугольника равна  $12\sqrt{3}$ .  
Найдите биссектрису этого треугольника.

Вариант 2

Сторона равностороннего треугольника равна  $16\sqrt{3}$ .  
Найдите биссектрису этого треугольника.



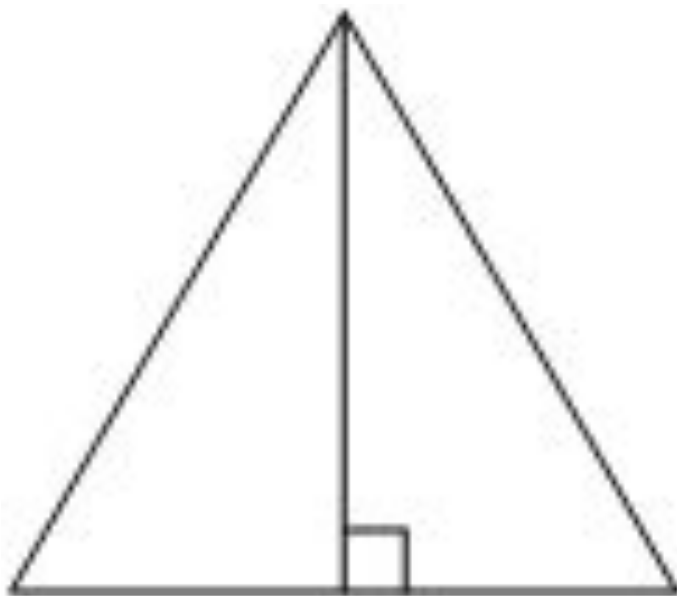
5

Вариант 1

Сторона равностороннего треугольника равна  $10\sqrt{3}$ .  
Найдите высоту этого треугольника.

Вариант 2

Сторона равностороннего треугольника равна  $12\sqrt{3}$ .  
Найдите высоту этого треугольника.



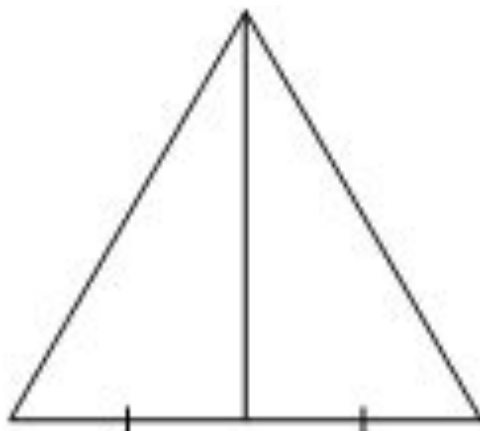
6

### Вариант 1

Медиана равностороннего треугольника равна  $13\sqrt{3}$ .  
Найдите сторону этого треугольника.

### Вариант 2

Медиана равностороннего треугольника равна  $12\sqrt{3}$ .  
Найдите сторону этого треугольника.



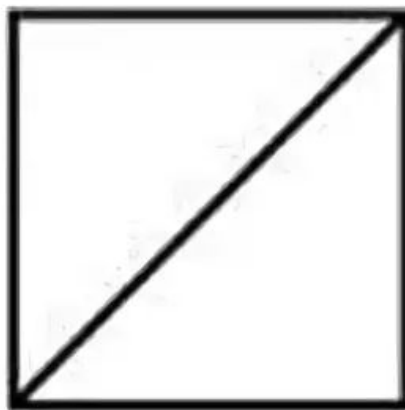
7

Вариант 1

Сторона квадрата равна  $9\sqrt{2}$ . Найдите диагональ этого квадрата.

Вариант 2

Сторона квадрата равна  $6\sqrt{2}$ . Найдите диагональ этого квадрата.



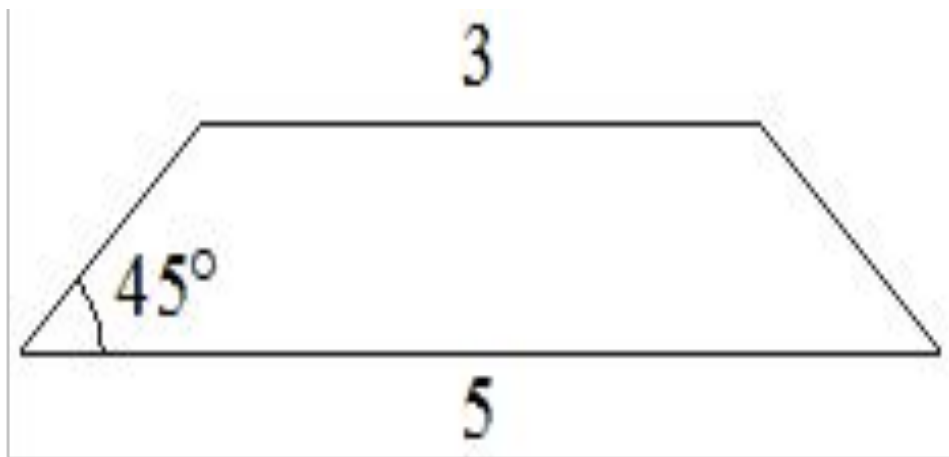


### Вариант 1

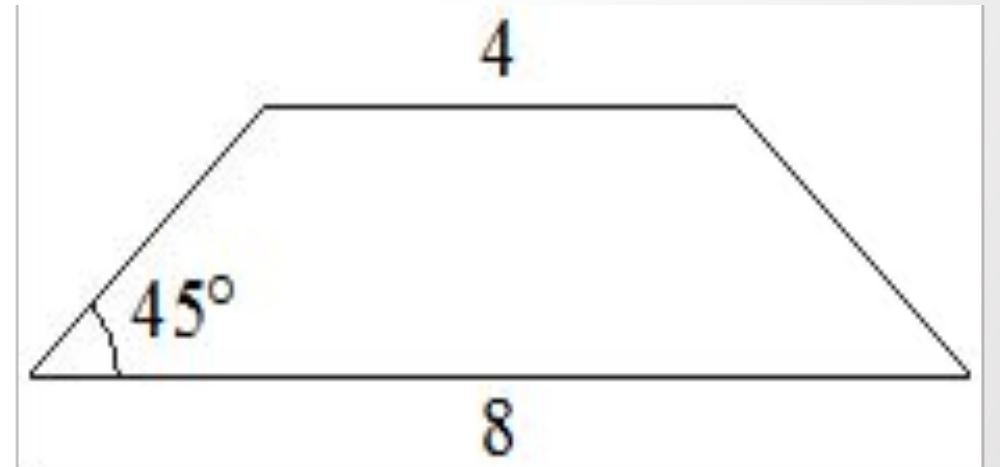
8

### Вариант 2

В равнобедренной трапеции основания равны 3 и 5, а один из углов между боковой стороной и основанием равен  $45^\circ$ . Найдите площадь этой трапеции.



В равнобедренной трапеции основания равны 4 и 8, а один из углов между боковой стороной и основанием равен  $45^\circ$ . Найдите площадь этой трапеции.



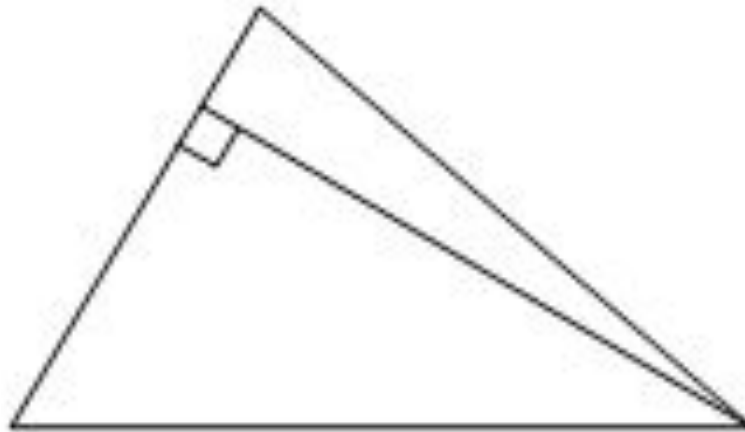
### Вариант 1

9

Сторона треугольника равна 18, а высота, проведённая к этой стороне, равна 22. Найдите площадь этого треугольника.

### Вариант 2

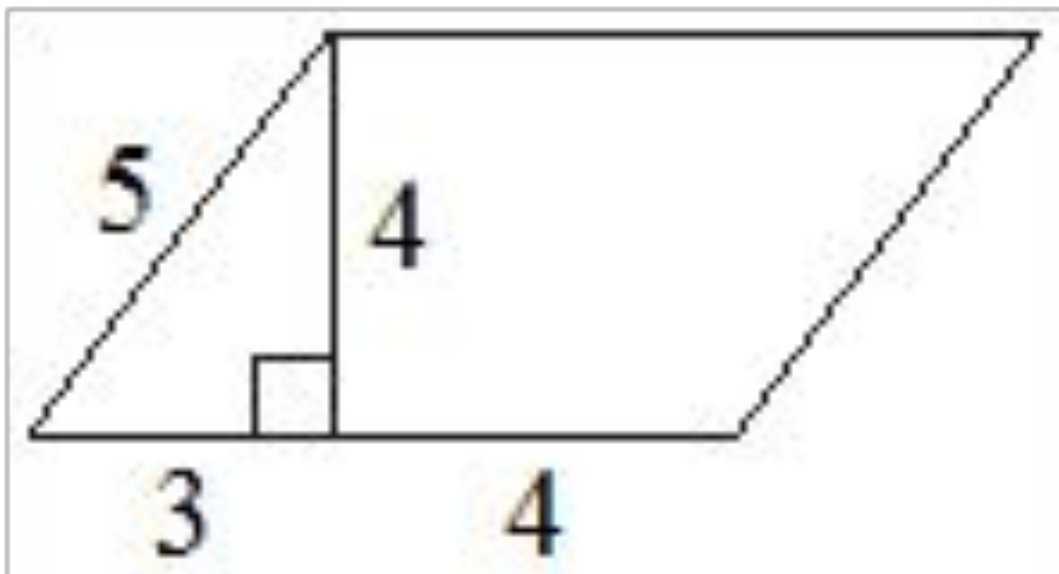
Сторона треугольника равна 8, а высота, проведённая к этой стороне, равна 31. Найдите площадь этого треугольника.



### Вариант 1

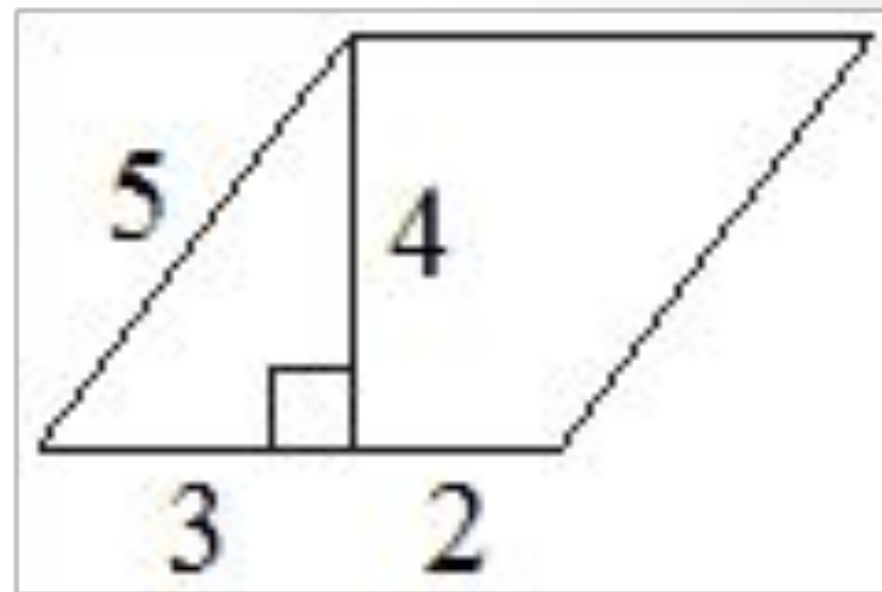
10

Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.



### Вариант 2

Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.



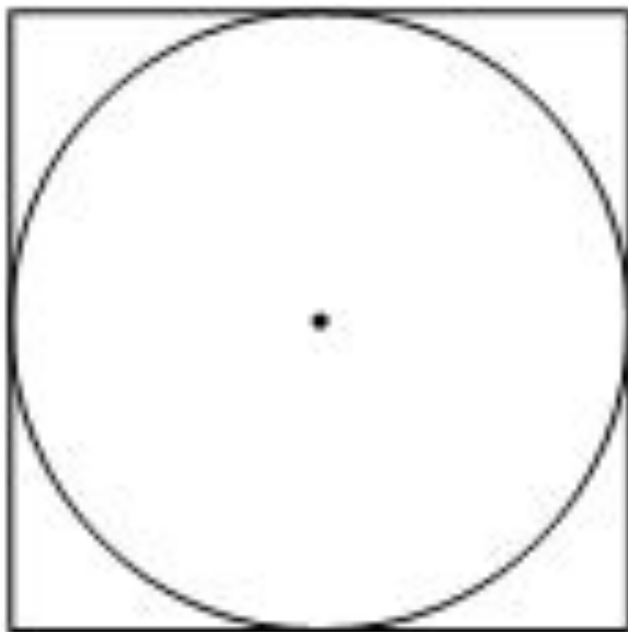
### Вариант 1

11

Найдите площадь квадрата, описанного около окружности радиуса 16.

### Вариант 2

Найдите площадь квадрата, описанного около окружности радиуса 14.



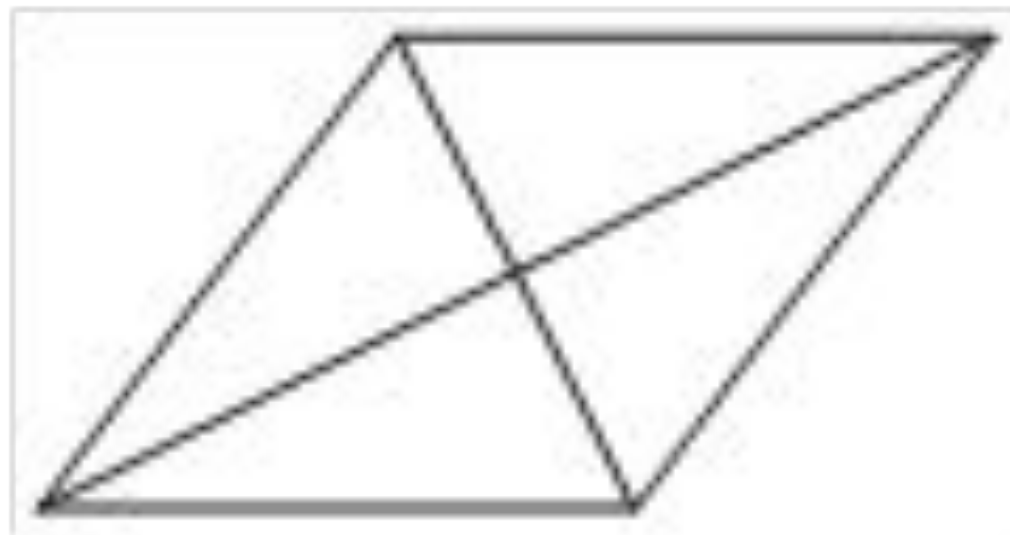
12

Вариант 1

Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 20 и 6.

Вариант 2

Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 34 и 4.



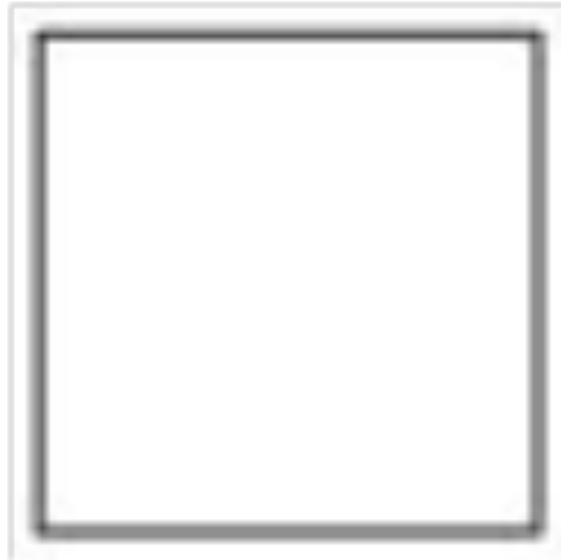
### Вариант 1

Периметр квадрата равен 24. Найдите площадь этого квадрата.

13

### Вариант 2

Периметр квадрата равен 44. Найдите площадь этого квадрата.



### Вариант 1

14

Периметр ромба равен 48, а один из углов равен  $30^\circ$ .  
Найдите площадь этого ромба.

### Вариант 2

Периметр ромба равен 12, а один из углов равен  $30^\circ$ .  
Найдите площадь этого ромба.



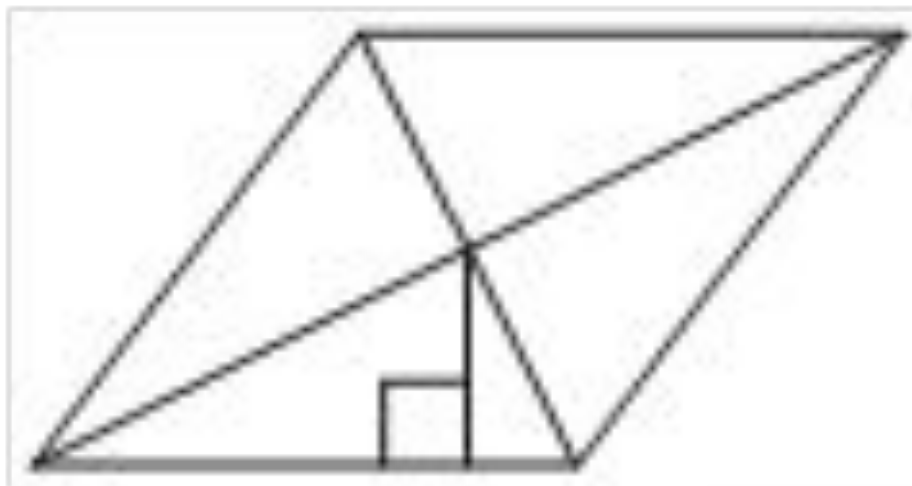
### Вариант 1

15

Сторона ромба равна 4, а расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до неё равно 1. Найдите площадь этого ромба.

### Вариант 2

Сторона ромба равна 5, а расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до неё равно 2. Найдите площадь этого ромба.



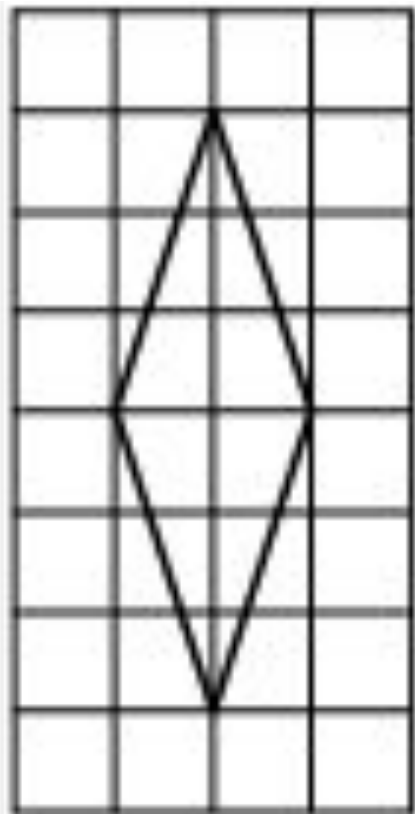


### Вариант 1

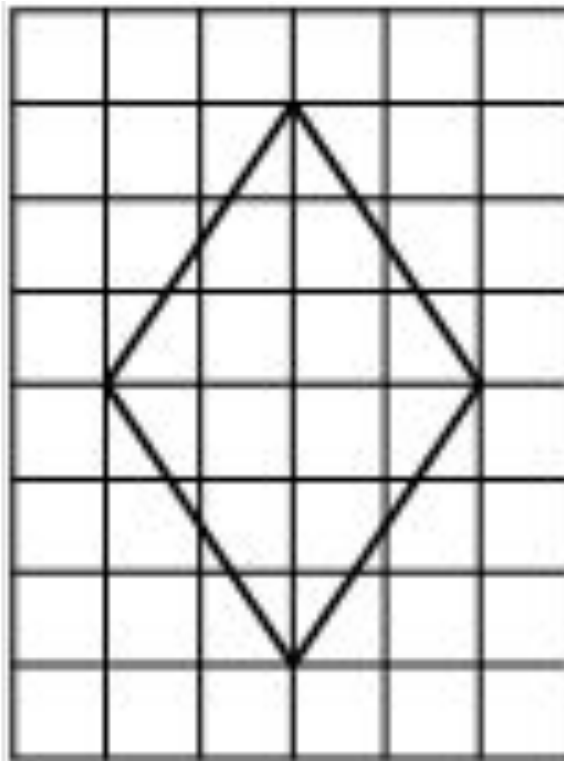
16

### Вариант 2

На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён ромб. Найдите площадь этого ромба.



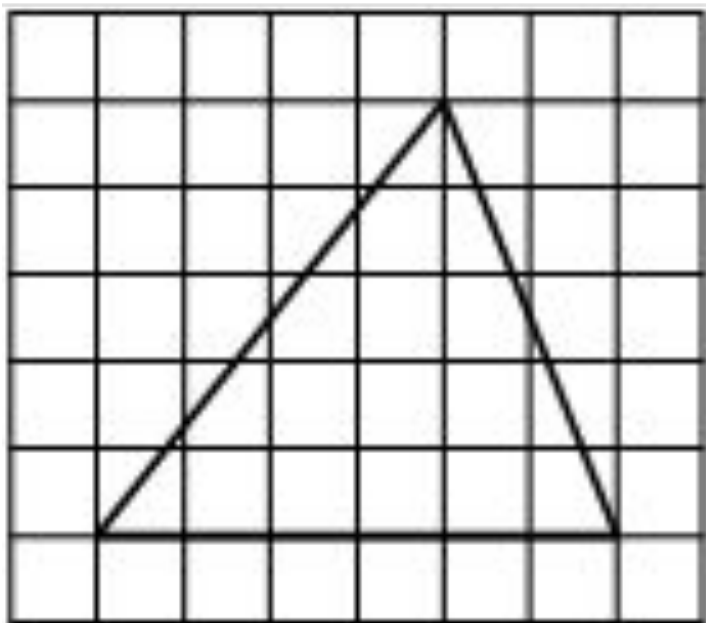
На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён ромб. Найдите площадь этого ромба.



## Вариант 1

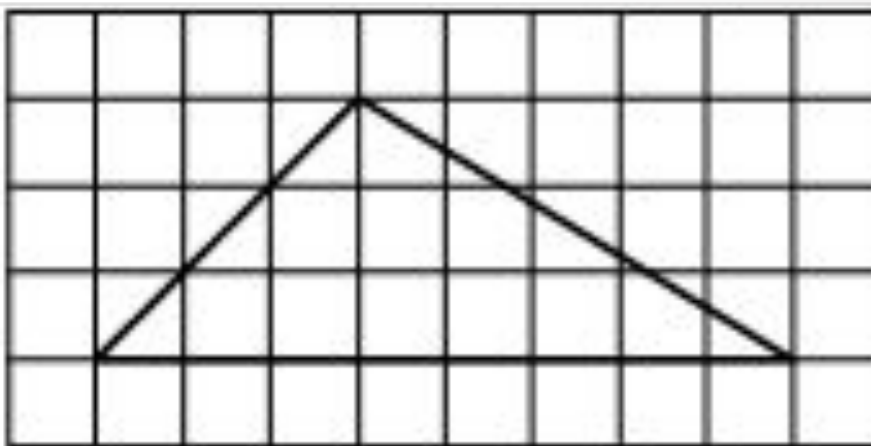
17

На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён треугольник. Найдите его площадь.



## Вариант 2

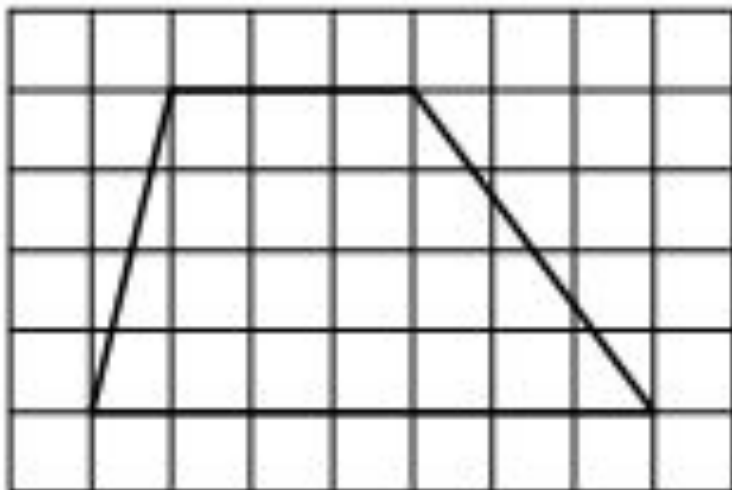
На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён треугольник. Найдите его площадь.



### Вариант 1

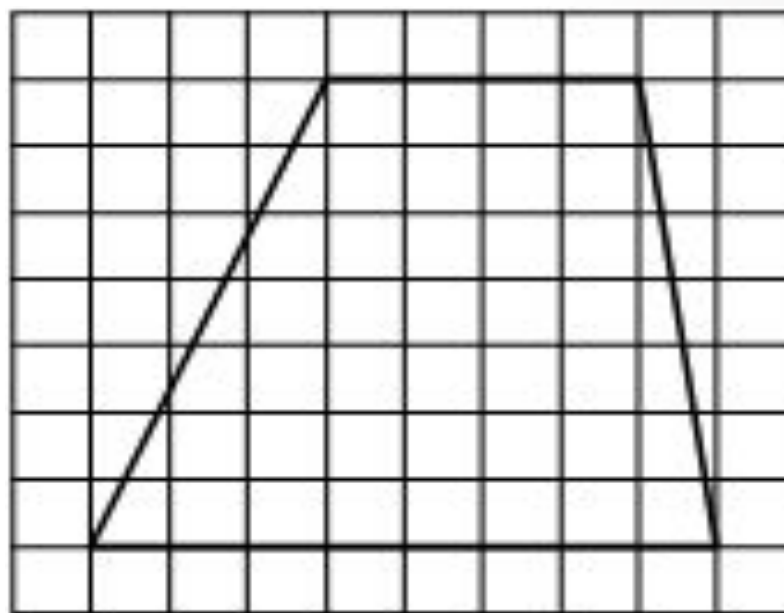
18

На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображена трапеция. Найдите её площадь.



### Вариант 2

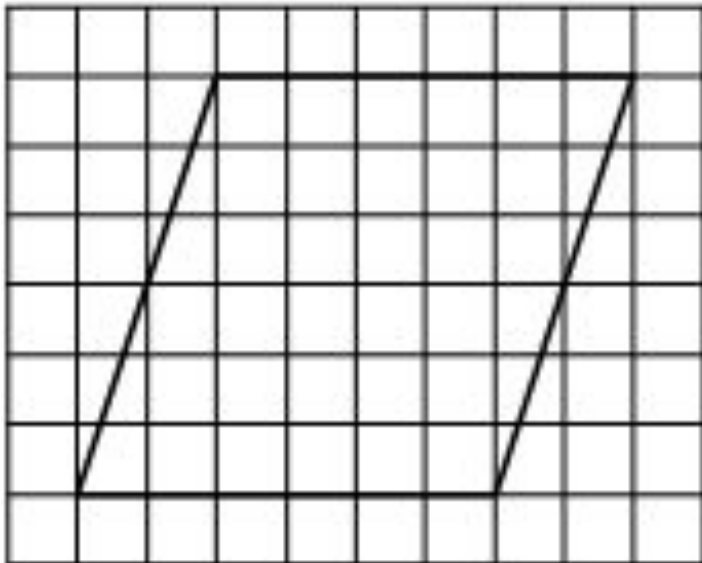
На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображена трапеция. Найдите её площадь.



## Вариант 1

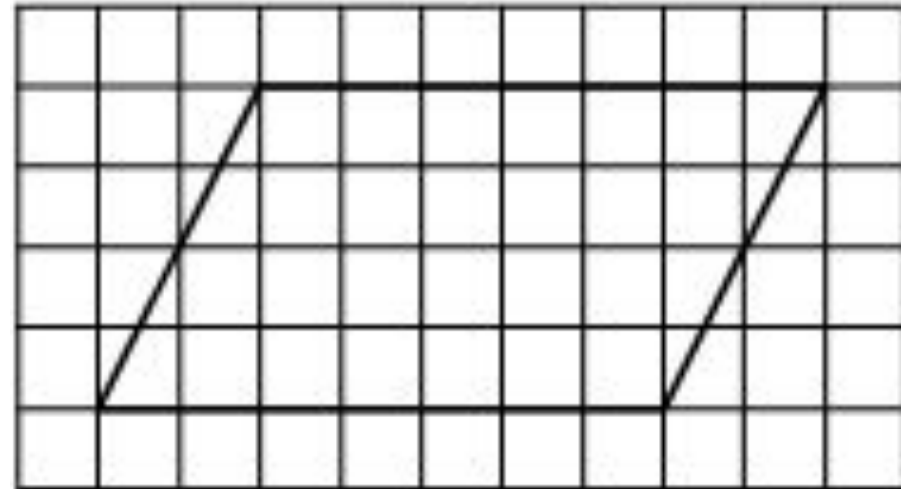
19

На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён параллелограмм. Найдите его площадь.



## Вариант 2

На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён параллелограмм. Найдите его площадь.

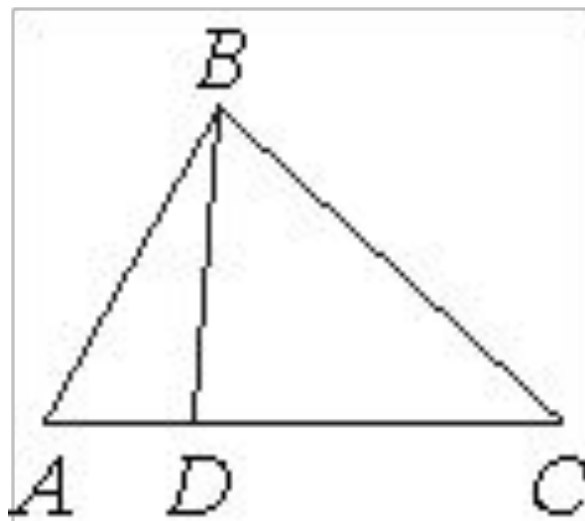


## Вариант 1

На стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  отмечена точка  $D$  так, что  $AD=3$ ,  $DC=10$ . Площадь треугольника  $ABC$  равна 39. Найдите площадь треугольника  $ABD$ .

## Вариант 2

На стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  отмечена точка  $D$  так, что  $AD=6$ ,  $DC=8$ . Площадь треугольника  $ABC$  равна 42. Найдите площадь



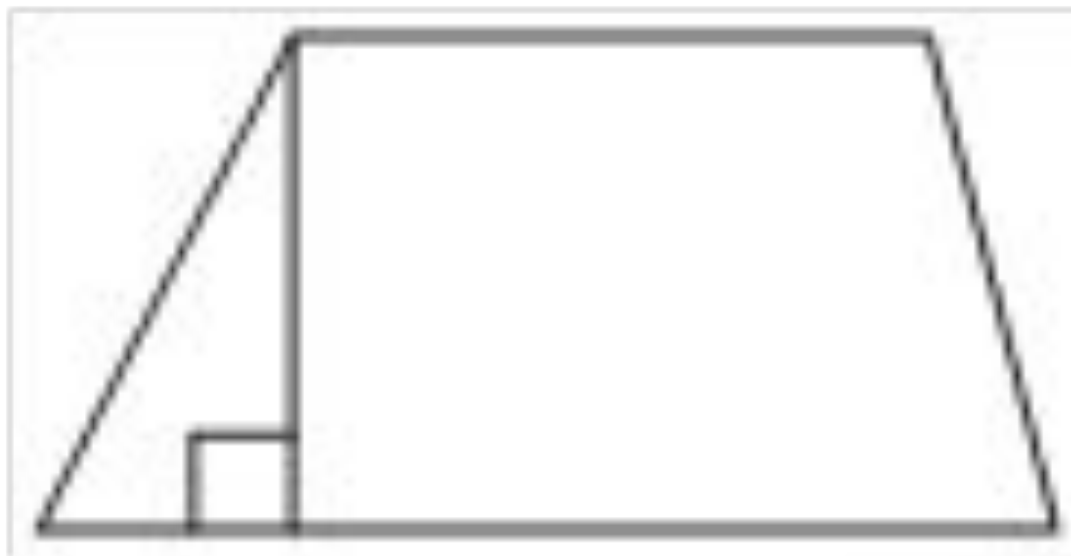
21

### Вариант 1

Основания трапеции равны 3 и 5, а высота равна 9. Найдите площадь этой трапеции.

### Вариант 2

Основания трапеции равны 4 и 12, а высота равна 6. Найдите площадь этой трапеции.



22

### Вариант 1

Сторона квадрата равна  $5\sqrt{3}$ .  
Найдите площадь этого квадрата.

### Вариант 2

Сторона квадрата равна  $10\sqrt{2}$ .  
Найдите площадь этого квадрата.

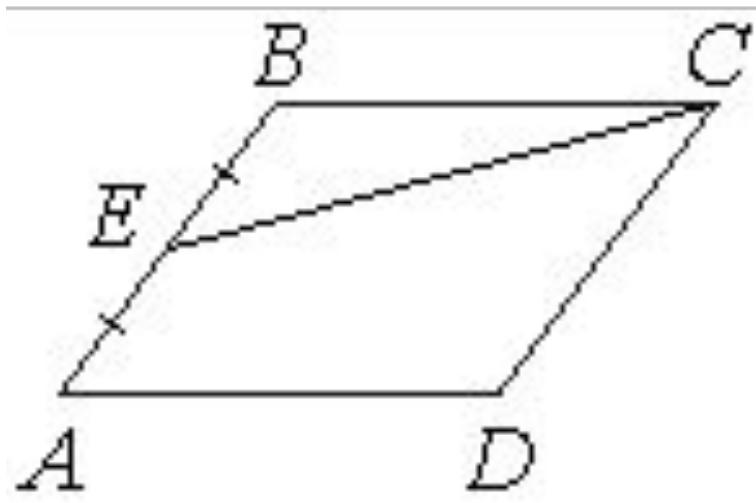


## Вариант 1

Площадь параллелограмма  $ABCD$  равна 128. Точка  $E$  — середина стороны  $AB$ .  
Найдите площадь трапеции  $DAEC$ .

## Вариант 2

Площадь параллелограмма  $ABCD$  равна 132. Точка  $E$  — середина стороны  $AB$ .  
Найдите площадь трапеции  $DAEC$ .



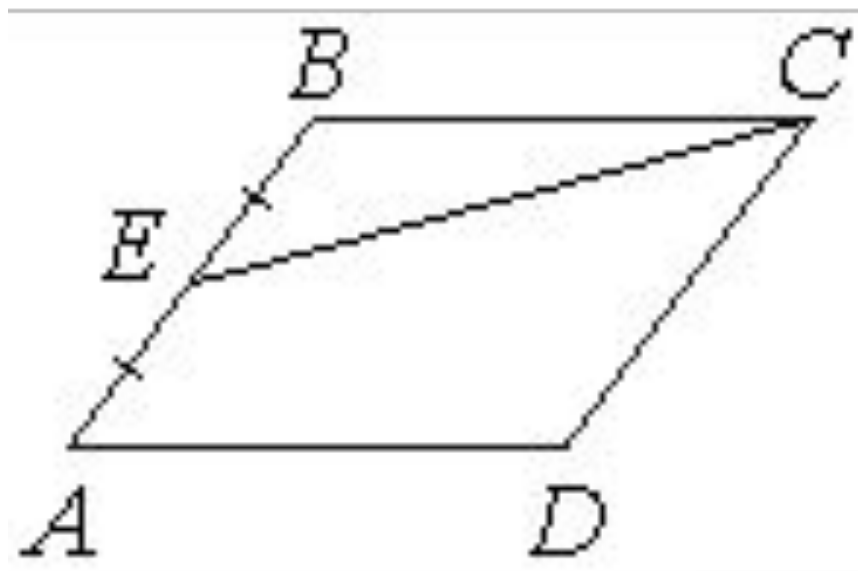


## Вариант 1

Площадь параллелограмма  $ABCD$  равна 164. Точка  $E$  — середина стороны  $AB$ .  
Найдите площадь треугольника  $CBE$

## Вариант 2

Площадь параллелограмма  $ABCD$  равна 132. Точка  $E$  — середина стороны  $AB$ .  
Найдите площадь треугольника  $CBE$



25

### Вариант 1

Два катета прямоугольного треугольника равны 14 и 5. Найдите площадь этого треугольника.

### Вариант 2

Два катета прямоугольного треугольника равны 4 и 9. Найдите площадь этого треугольника.



25

### Вариант 1

Площадь параллелограмма равна 36, а две его стороны равны 6 и 12. Найдите его высоты. В ответе укажите большую высоту.

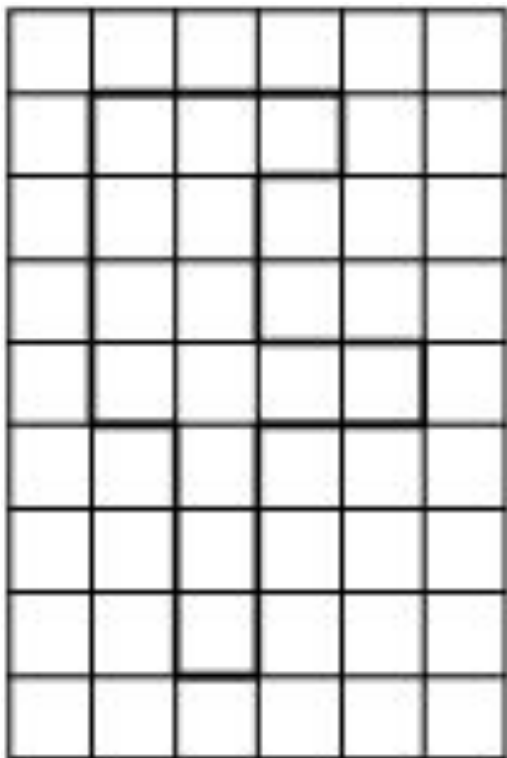
### Вариант 2

Площадь параллелограмма равна 32, а две его стороны равны 8 и 16. Найдите его высоты. В ответе укажите большую высоту.



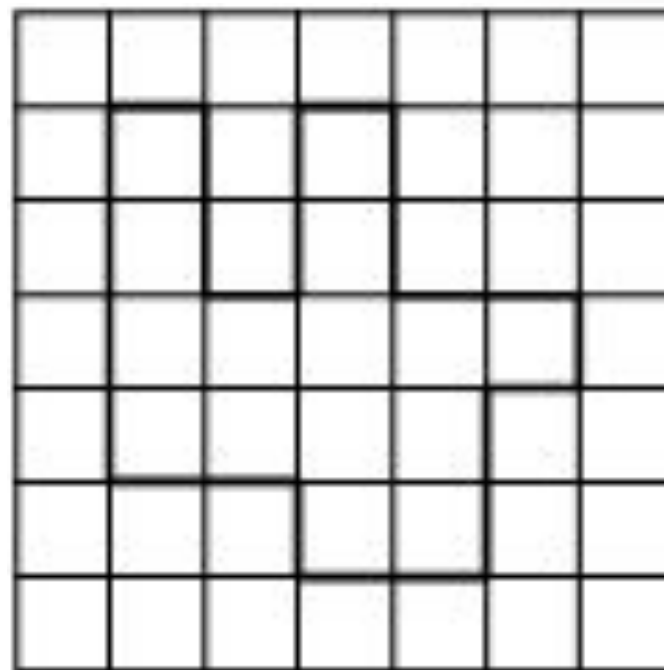
## Вариант 1

На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображена фигура. Найдите её площадь.



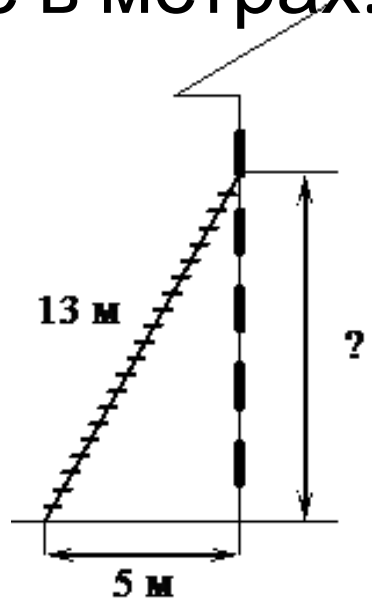
## Вариант 2

На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображена фигура. Найдите её площадь.



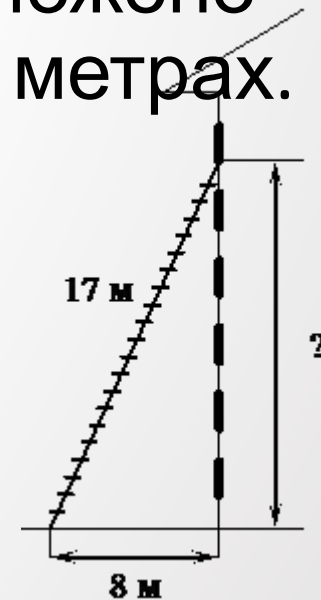
## Вариант 1

Пожарную лестницу длиной 13 м приставили к окну пятого этажа дома. Нижний конец лестницы отстоит от стены на 5 м. На какой высоте расположено окно? Ответ дайте в метрах.



## Вариант 2

Пожарную лестницу длиной 17 м приставили к окну шестого этажа дома. Нижний конец лестницы отстоит от стены на 8 м. На какой высоте расположено окно? Ответ дайте в метрах.



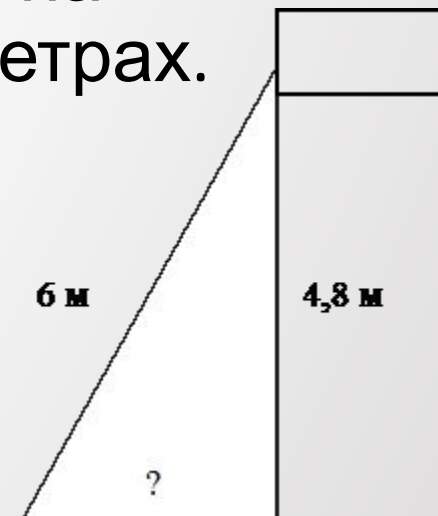
## Вариант 1

Точка крепления троса, удерживающего флагшток в вертикальном положении, находится на высоте 3,2 м от земли. Длина троса равна 4 м. Найдите расстояние от основания флагштока до места крепления троса на земле. Ответ дайте в метрах.



## Вариант 2

Точка крепления троса, удерживающего флагшток в вертикальном положении, находится на высоте 4,8 м от земли. Длина троса равна 6 м. Найдите расстояние от основания флагштока до места крепления троса на земле. Ответ дайте в метрах.



**Вариант 1**

Флагшток удерживается в вертикальном положении при помощи троса. Расстояние от основания флагштока до места крепления троса на земле равно 1,6 м. Длина троса равна 3,4 м. Найдите расстояние от земли до точки крепления троса. Ответ дайте в метрах.

**Вариант 2**

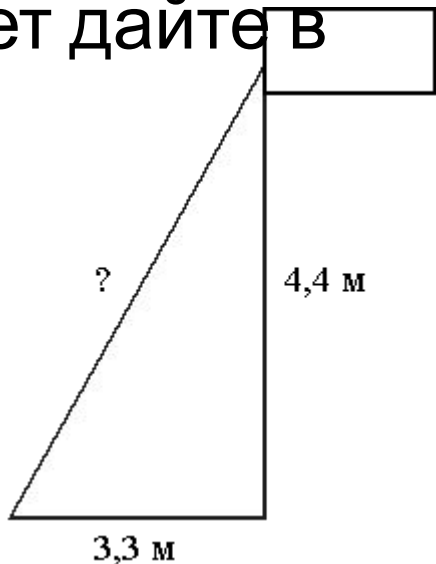
Флагшток удерживается в вертикальном положении при помощи троса. Расстояние от основания флагштока до места крепления троса на земле равно 4,2 м. Длина троса равна 7 м. Найдите расстояние от земли до точки крепления троса. Ответ дайте в метрах.



**30**

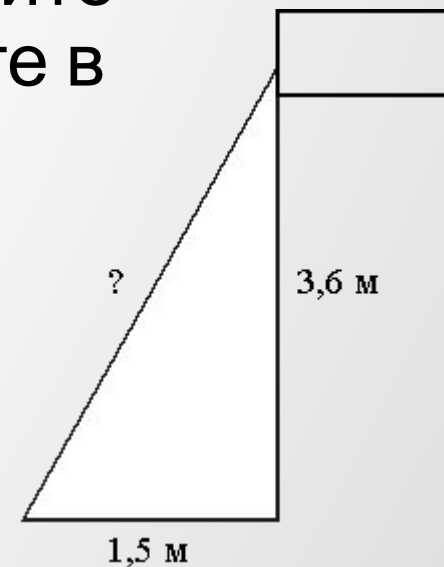
### Вариант 1

Точка крепления троса, удерживающего флагшток в вертикальном положении, находится на высоте 4,4 м от земли. Расстояние от основания флагштока до места крепления троса на земле равно 3,3 м. Найдите длину троса. Ответ дайте в метрах.



### Вариант 2

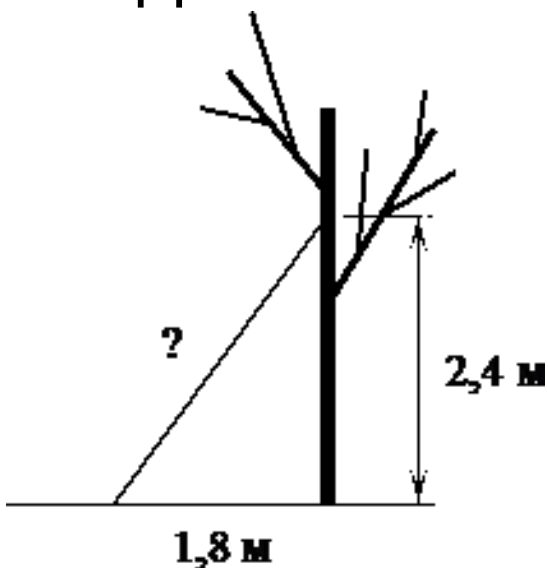
Точка крепления троса, удерживающего флагшток в вертикальном положении, находится на высоте 3,6 м от земли. Расстояние от основания флагштока до места крепления троса на земле равно 1,5 м. Найдите длину троса. Ответ дайте в метрах.





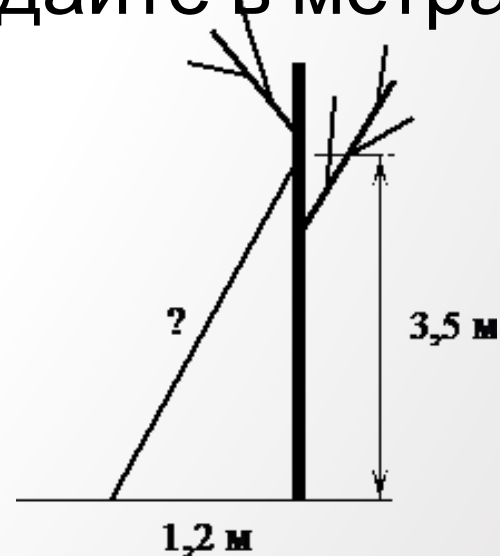
## Вариант 1

Найдите длину лестницы, которую прислонили к дереву, если её верхний конец находится на высоте 2,4 м над землёй, а нижний отстоит от ствола дерева на 1,8 м. Ответ дайте в метрах.



## Вариант 2

Найдите длину лестницы, которую прислонили к дереву, если её верхний конец находится на высоте 3,5 м над землёй, а нижний отстоит от ствола дерева на 1,2 м. Ответ дайте в метрах.



# Часть 2

1

### Вариант 1

Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  при боковой стороне  $AB$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $F$ .  
Найдите  $AB$ , если  $AF=12$ ,  $BF=9$ .

### Вариант 2

Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  при боковой стороне  $AB$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $F$ .  
Найдите  $AB$ , если  $AF=15$ ,  $BF=8$ .

### Вариант 1

В трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  диагонали пересекаются в точке  $O$ . Докажите, что площади треугольников  $AOB$  и  $COD$  равны.

### Вариант 2

В трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  диагонали пересекаются в точке  $P$ . Докажите, что площади треугольников  $APB$  и  $CPD$  равны.

**Вариант 1**

Высота  $AH$  ромба  $ABCD$  делит сторону  $CD$  на отрезки  $DH=15$  и  $CH=2$ .  
Найдите высоту ромба.

**Вариант 2**

Высота  $AH$  ромба  $ABCD$  делит сторону  $CD$  на отрезки  $DH=16$  и  $CH=4$ .  
Найдите высоту ромба.

# 4

## Вариант 1

Боковые стороны  $AB$  и  $CD$  трапеции  $ABCD$  равны соответственно 40 и 41, а основание  $BC$  равно 16. Биссектриса угла  $ADC$  проходит через середину стороны  $AB$ . Найдите площадь трапеции.

## Вариант 2

Боковые стороны  $AB$  и  $CD$  трапеции  $ABCD$  равны соответственно 24 и 25, а основание  $BC$  равно 9. Биссектриса угла  $ADC$  проходит через середину стороны  $AB$ . Найдите площадь трапеции.

5

### Вариант 1

Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $K$ . Найдите площадь параллелограмма, если  $BC=11$ , а расстояние от точки  $K$  до стороны  $AB$  равно  $3$ .

### Вариант 2

Биссектрисы углов  $A$  и  $B$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $K$ . Найдите площадь параллелограмма, если  $BC=12$ , а расстояние от точки  $K$  до стороны  $AB$  равно  $9$ .

6

### Вариант 1

Найдите боковую сторону  $AB$  трапеции  $ABCD$ , если углы  $ABC$  и  $BCD$  равны соответственно  $60^\circ$  и  $135^\circ$ , а  $CD=24$ .

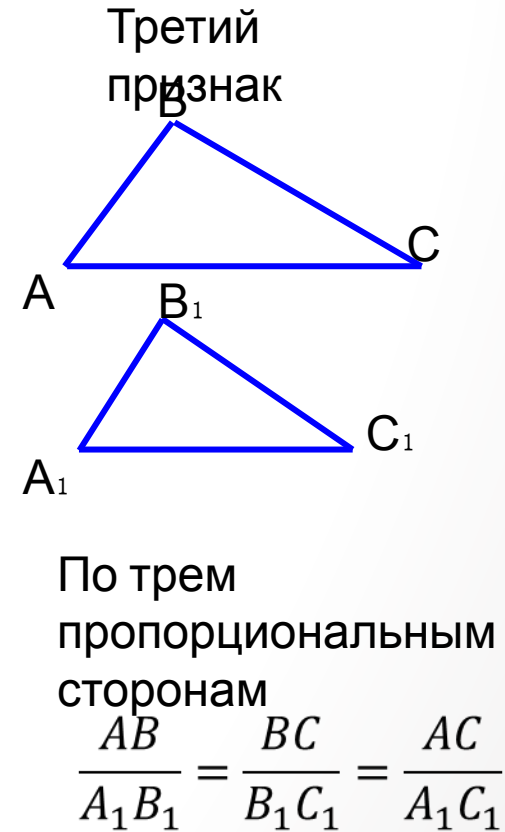
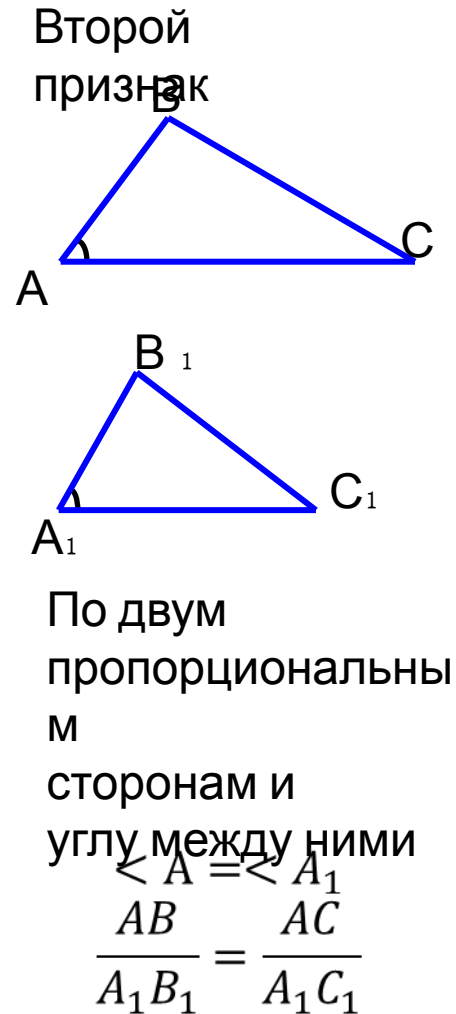
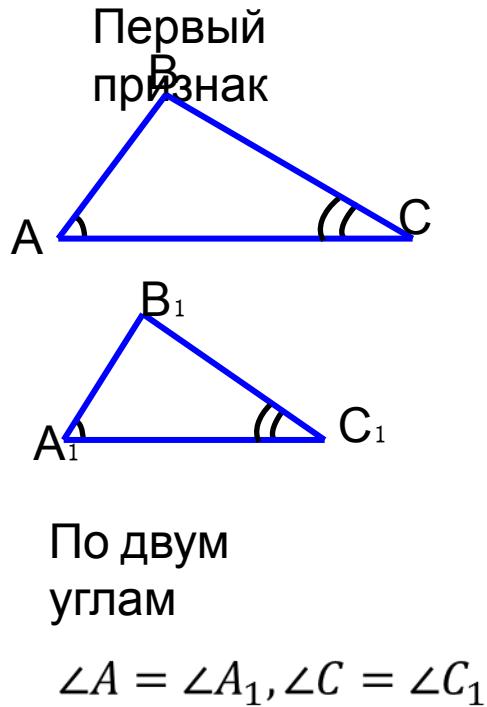
### Вариант 2

Найдите боковую сторону  $AB$  трапеции  $ABCD$ , если углы  $ABC$  и  $BCD$  равны соответственно  $30^\circ$  и  $135^\circ$ , а  $CD=29$ .

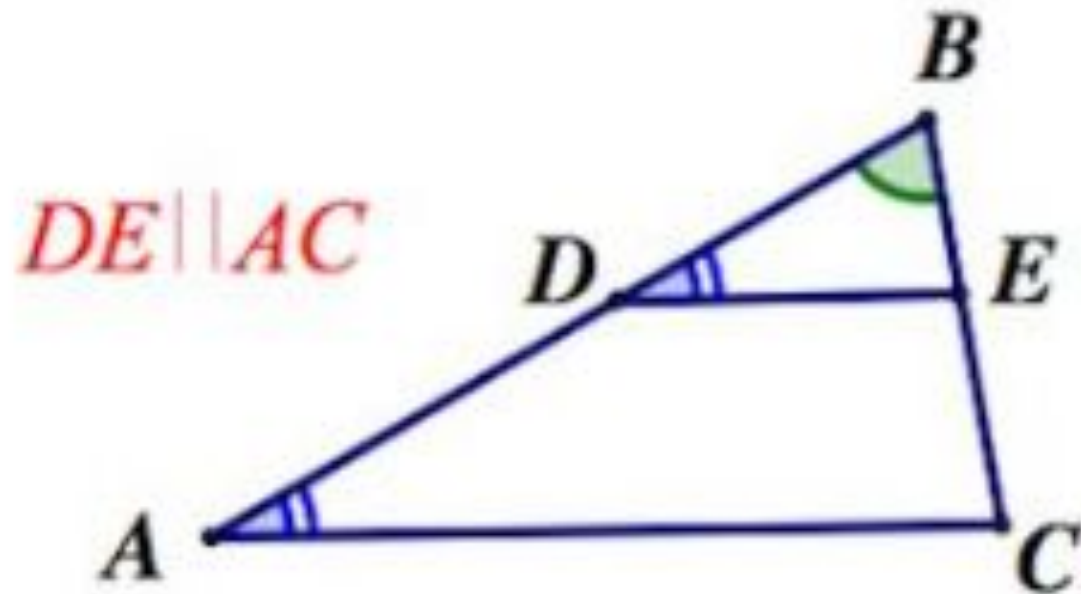


Подобные треугольники.  
Применение подобия к  
доказательству и  
решению задач.

# Признаки подобия треугольников



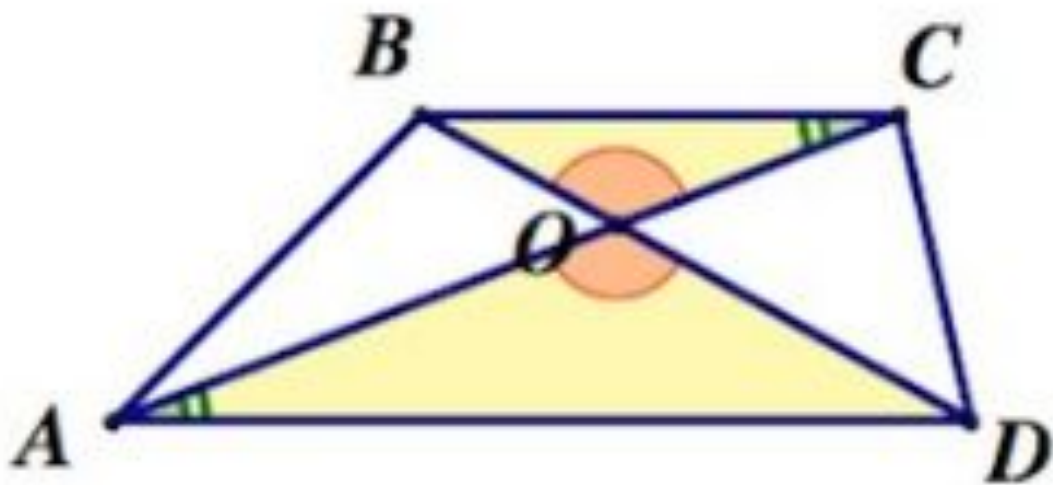
Прямая, **параллельная стороне** треугольника отсекает от него треугольник подобный данному.



$\triangle ABC \sim \triangle DBE$   
(по I признаку)

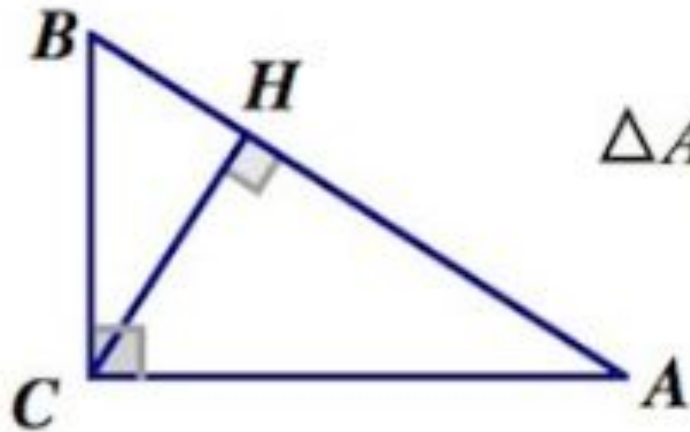
• Треугольники  $AOD$  и  $COB$ , образованные отрезками диагоналей и основаниями трапеции, подобны.

Коэффициент подобия -  $k = \frac{AO}{OC}$ .



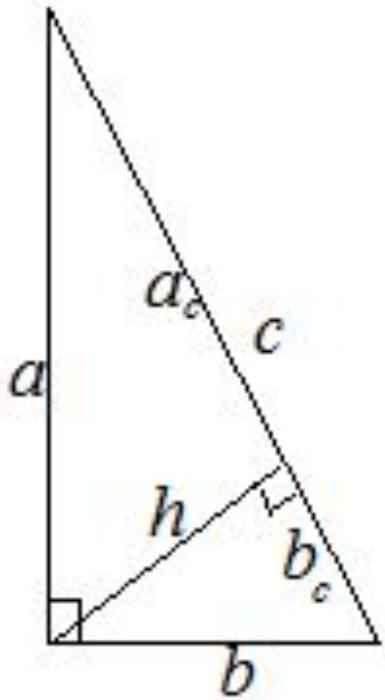
$\triangle AOD \sim \triangle COB$   
(по I признаку)

В **прямоугольном треугольнике** высота, проведенная из вершины прямого угла, разбивает его на два треугольника, подобных исходному.



$\triangle ABC \sim \triangle ACH \sim \triangle CBH$   
(по I признаку)

# Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике



1. Высота прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла, есть среднее пропорциональное (среднее геометрическое) для отрезков, на которые делится гипотенуза этой высотой.

$$h^2 = a_c \cdot b_c$$

2. Катет прямоугольного треугольника есть среднее пропорциональное (среднее геометрическое) для гипотенузы и отрезка гипотенузы, заключенной между катетом и высотой, проведенной из вершины прямого угла.

$$b^2 = b_c \cdot c, a^2 = a_c \cdot c,$$

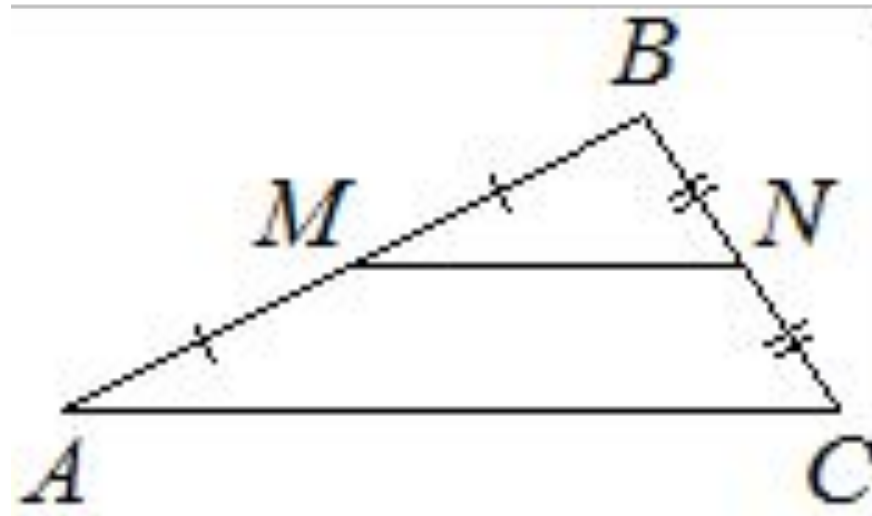
## Вариант 1

1

Точки  $M$  и  $N$  являются серединами сторон  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$ , сторона  $AB$  равна 48, сторона  $BC$  равна 57, сторона  $AC$  равна 72. Найдите  $MN$ .

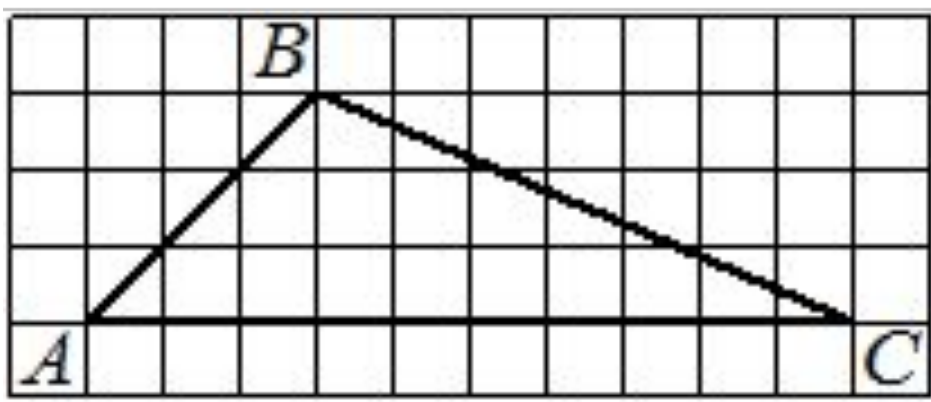
## Вариант 2

Точки  $M$  и  $N$  являются серединами сторон  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$ , сторона  $AB$  равна 83, сторона  $BC$  равна 62, сторона  $AC$  равна 104. Найдите  $MN$ .



**2****Вариант 1**

На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён треугольник  $ABC$ . Найдите длину его средней линии, параллельной стороне  $AC$ .

**Вариант 2**

На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён треугольник  $ABC$ . Найдите длину его средней линии, параллельной стороне  $AC$ .



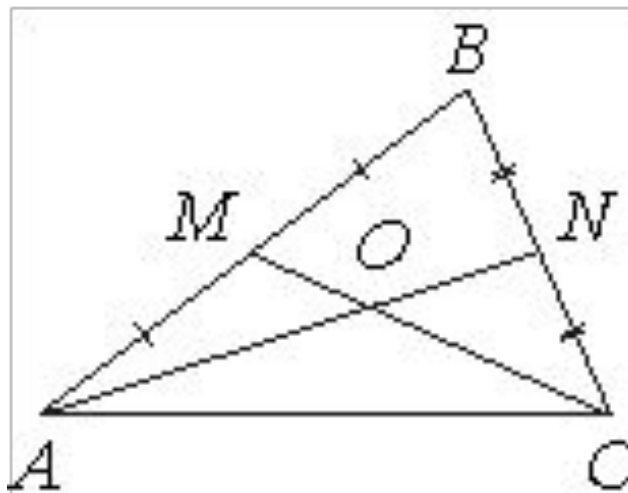


## Вариант 1

Точки  $M$  и  $N$  являются серединами сторон  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  соответственно. Отрезки  $AN$  и  $CM$  пересекаются в точке  $O$ ,  $AN=24$ ,  $CM=15$ . Найдите  $AO$ .

## Вариант 2

Точки  $M$  и  $N$  являются серединами сторон  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  соответственно. Отрезки  $AN$  и  $CM$  пересекаются в точке  $O$ ,  $AN=27$ ,  $CM=9$ . Найдите  $AO$ .

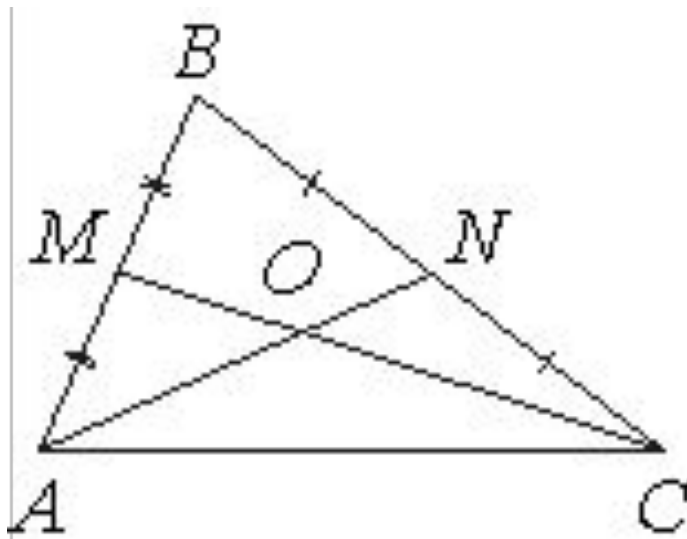


## Вариант 1

Точки  $M$  и  $N$  являются серединами сторон  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  соответственно. Отрезки  $AN$  и  $CM$  пересекаются в точке  $O$ ,  $AN=6$ ,  $CM=9$ . Найдите  $ON$ .

## Вариант 2

Точки  $M$  и  $N$  являются серединами сторон  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$  соответственно. Отрезки  $AN$  и  $CM$  пересекаются в точке  $O$ ,  $AN=24$ ,  $CM=18$ . Найдите  $ON$ .



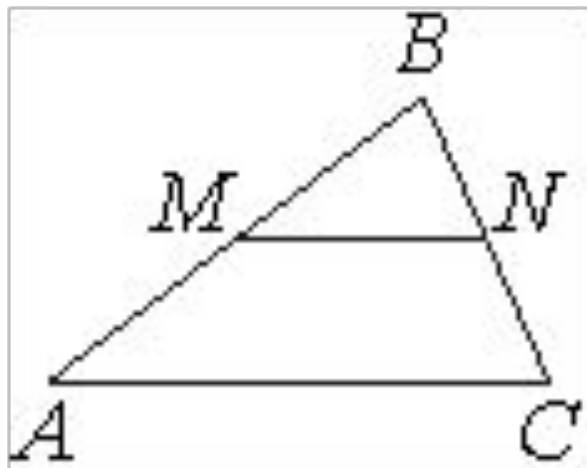
5

### Вариант 1

Прямая, параллельная стороне  $AC$  треугольника  $ABC$ , пересекает стороны  $AB$  и  $BC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно,  $AB=24$ ,  $AC=21$ ,  $MN=14$ . Найдите  $AM$ .

### Вариант 2

Прямая, параллельная стороне  $AC$  треугольника  $ABC$ , пересекает стороны  $AB$  и  $BC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно,  $AB=28$ ,  $AC=24$ ,  $MN=18$ . Найдите  $AM$ .



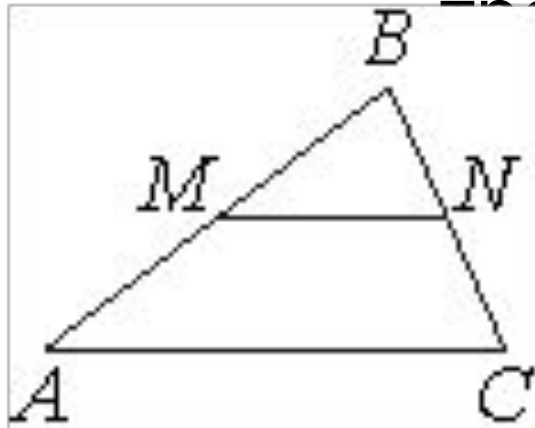
## Вариант 1

6

Прямая, параллельная стороне  $AC$  треугольника  $ABC$ , пересекает стороны  $AB$  и  $BC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно,  $AC=30$ ,  $MN=12$ . Площадь треугольника  $ABC$  равна 25. Найдите площадь треугольника  $MBN$ .

## Вариант 2

Прямая, параллельная стороне  $AC$  треугольника  $ABC$ , пересекает стороны  $AB$  и  $BC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно,  $AC=16$ ,  $MN=12$ . Площадь треугольника  $ABC$  равна 80. Найдите площадь треугольника  $MBN$ .



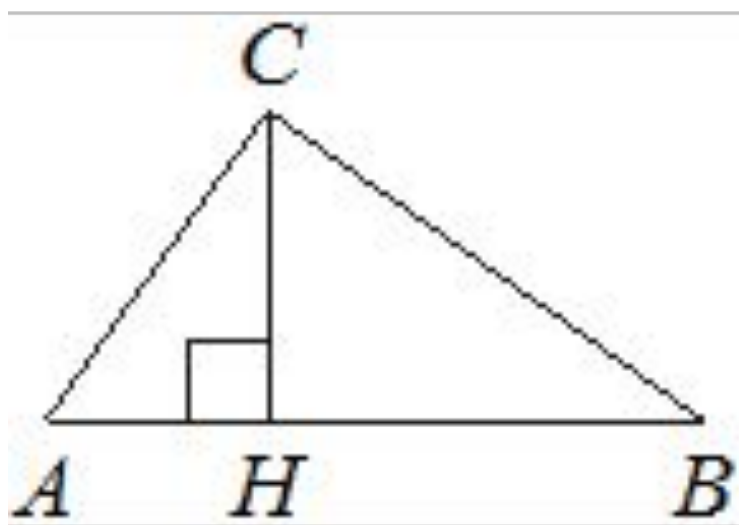
7

### Вариант 1

На гипотенузу  $AB$  прямоугольного треугольника  $ABC$  опущена высота  $CH$ ,  $АН=2$ ,  $ВН=8$ . Найдите  $СН$ .

### Вариант 2

На гипотенузу  $AB$  прямоугольного треугольника  $ABC$  опущена высота  $CH$ ,  $АН=4$ ,  $ВН=16$ . Найдите  $СН$ .

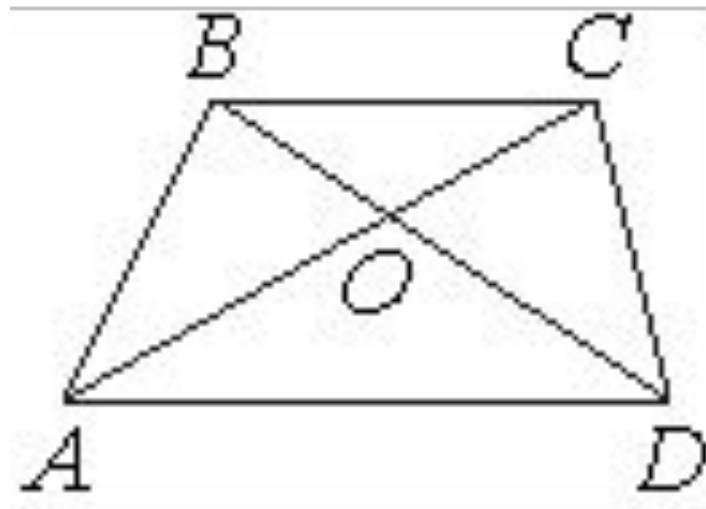


## Вариант 1

Диагонали  $AC$  и  $BD$  трапеции  $ABCD$  с основаниями  $BC$  и  $AD$  пересекаются в точке  $O$ ,  $BC=3$ ,  $AD=5$ ,  $AC=24$ . Найдите  $AO$ .

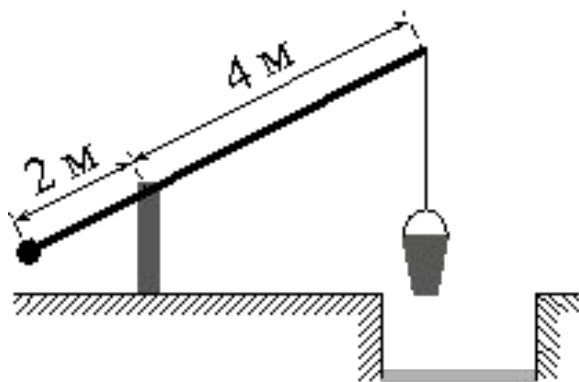
## Вариант 2

Диагонали  $AC$  и  $BD$  трапеции  $ABCD$  с основаниями  $BC$  и  $AD$  пересекаются в точке  $O$ ,  $BC=4$ ,  $AD=9$ ,  $AC=26$ . Найдите  $AO$ .



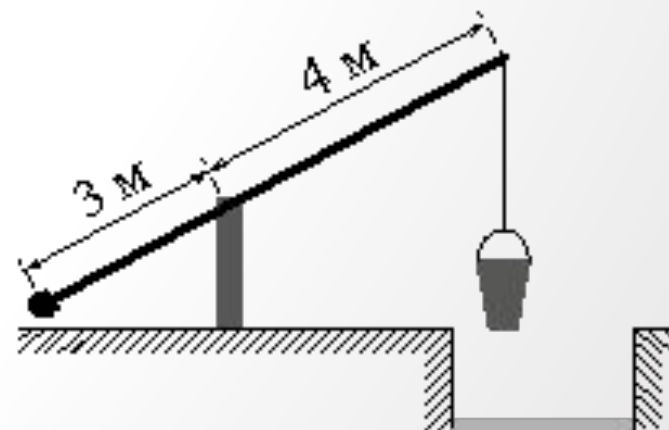
### Вариант 1

На рисунке изображён колодец с «журавлём». Короткое плечо имеет длину 2 м, а длинное плечо — 4 м. На сколько метров опустится конец длинного плеча, когда конец короткого поднимется на 1,5 м?



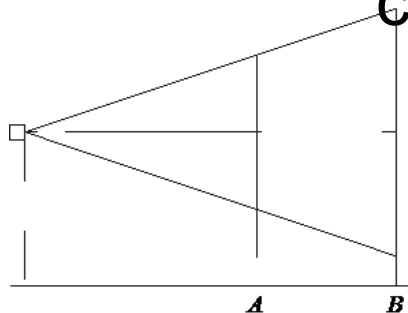
### Вариант 2

На рисунке изображён колодец с «журавлём». Короткое плечо имеет длину 3 м, а длинное плечо — 4 м. На сколько метров опустится конец длинного плеча, когда конец короткого поднимется на 1,5 м?



**Вариант 1**

Проектор полностью освещает экран А высотой 140 см, расположенный на расстоянии 210 см от проектора. Найдите, на каком наименьшем расстоянии от проектора нужно расположить экран В высотой 380 см, чтобы он был полностью освещён, если настройки проектора остаются неизменными. Ответ дайте в сантиметрах

**Вариант 2**

Проектор полностью освещает экран А высотой 190 см, расположенный на расстоянии 210 см от проектора. Найдите, на каком наименьшем расстоянии от проектора нужно расположить экран В высотой 380 см, чтобы он был полностью освещён, если настройки проектора остаются неизменными. Ответ дайте в сантиметрах.



# Часть 2

1

### Вариант 1

Отрезки  $AB$  и  $DC$  лежат на параллельных прямых, а отрезки  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $M$ .  
Найдите  $MC$ , если  $AB=13$ ,  $DC=65$ ,  $AC=42$ .

### Вариант 2

Отрезки  $AB$  и  $DC$  лежат на параллельных прямых, а отрезки  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $M$ .  
Найдите  $MC$ , если  $AB=12$ ,  $DC=48$ ,  $AC=35$ .

## 2

### Вариант 1

Прямая, параллельная стороне  $AC$  треугольника  $ABC$ , пересекает стороны  $AB$  и  $BC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно. Найдите  $BN$ , если  $MN=11$ ,  $AC=44$ ,  $NC=18$ .

### Вариант 2

Прямая, параллельная стороне  $AC$  треугольника  $ABC$ , пересекает стороны  $AB$  и  $BC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно. Найдите  $BN$ , если  $MN=13$ ,  $AC=65$ ,  $NC=28$ .

**Вариант 1**

Катеты прямоугольного треугольника равны 15 и 20. Найдите высоту, проведённую к гипотенузе.

**Вариант 2**

Катеты прямоугольного треугольника равны 21 и 28. Найдите высоту, проведённую к гипотенузе.

### Вариант 1

Катет и гипотенуза  
прямоугольного  
треугольника равны 20 и 52.  
Найдите высоту,  
проведённую к гипотенузе.

4

### Вариант 2

Катет и гипотенуза  
прямоугольного  
треугольника равны 16 и 34.  
Найдите высоту,  
проведённую к гипотенузе.

**Вариант 1**

Точка  $H$  является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла  $B$  треугольника  $ABC$  к гипотенузе  $AC$ . Найдите  $AB$ , если  $AH=7$ ,  $AC=28$ .

**Вариант 2**

Точка  $H$  является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла  $B$  треугольника  $ABC$  к гипотенузе  $AC$ . Найдите  $AB$ , если  $AH=8$ ,  $AC=32$

6

### Вариант 1

Прямая, параллельная основаниям трапеции  $ABCD$ , пересекает её боковые стороны  $AB$  и  $CD$  в точках  $E$  и  $F$  соответственно. Найдите длину отрезка  $EF$ , если  $AD=25$ ,  $BC=15$ ,  $CF:DF=3:2$ .

### Вариант 2

Прямая, параллельная основаниям трапеции  $ABCD$ , пересекает её боковые стороны  $AB$  и  $CD$  в точках  $E$  и  $F$  соответственно. Найдите длину отрезка  $EF$ , если  $AD=44$ ,  $BC=24$ ,  $CF:DF=3:1$ .

## Вариант 1

Известно, что около четырёхугольника  $ABCD$  можно описать окружность и что продолжения сторон  $AB$  и  $CD$  четырёхугольника пересекаются в точке  $M$ .  
Докажите, что треугольники  $MBC$  и  $MDA$  подобны.

## Вариант 2

Известно, что около четырёхугольника  $ABCD$  можно описать окружность и что продолжения сторон  $AD$  и  $BC$  четырёхугольника пересекаются в точке  $K$ .  
Докажите, что треугольники  $KAB$  и  $KCD$  подобны.



**Вариант 1**

Основания  $BC$  и  $AD$  трапеции  $ABCD$  равны соответственно 4 и 64,  $BD=16$ . Докажите, что треугольники  $CBD$  и  $BDA$  подобны.

**Вариант 2**

Основания  $BC$  и  $AD$  трапеции  $ABCD$  равны соответственно 5 и 45,  $BD=15$ . Докажите, что треугольники  $CBD$  и  $BDA$  подобны.

## Вариант 1

В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  углы  $\sphericalangle BSA$  и  $\sphericalangle BDA$  равны. Докажите, что углы  $\sphericalangle ABD$  и  $\sphericalangle ACD$  также равны.

## Вариант 2

В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  углы  $\sphericalangle CDB$  и  $\sphericalangle CAB$  равны. Докажите, что углы  $\sphericalangle BSA$  и  $\sphericalangle BDA$  также равны.

## Вариант 1

В треугольнике  $ABC$  с тупым углом  $ABC$  проведены высоты  $AA_1$  и  $CC_1$ .  
Докажите, что треугольники  $A_1BC_1$  и  $ABC$  подобны.

## Вариант 2

В треугольнике  $ABC$  с тупым углом  $BAC$  проведены высоты  $BB_1$  и  $CC_1$ . Докажите, что треугольники  $AB_1C_1$  и  $ABC$  подобны.

### Вариант 1

Углы при одном из оснований трапеции равны  $39^\circ$  и  $51^\circ$ , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 19 и 3. Найдите основания трапеции.

### Вариант 2

Углы при одном из оснований трапеции равны  $50^\circ$  и  $40^\circ$ , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 15 и 13. Найдите основания трапеции.

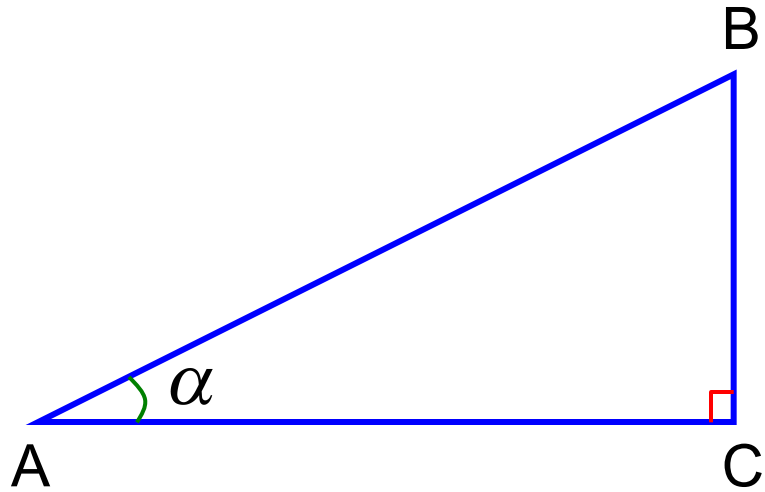
**Вариант 1**

В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 20, а площадь равна 20, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

**Вариант 2**

В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 40, а площадь равна 80, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

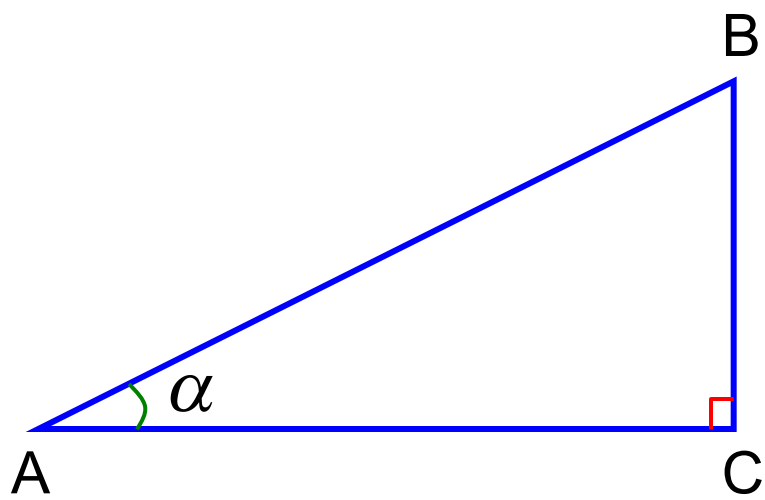
Соотношения между  
сторонами и углами  
прямоугольного  
треугольника.



**СИНУСОМ ОСТРОГО УГЛА**  
прямоугольного  
треугольника  
называется отношение  
противоположного  
катета к гипотенузе

**КОСИНУСОМ ОСТРОГО УГЛА** прямоугольного  
треугольника называется отношение  
прилежащего катета к гипотенузе

**ТАНГЕНСОМ ОСТРОГО УГЛА** прямоугольного  
треугольника называется отношение  
противолежащего катета к прилежащему  
катету



$\sin \alpha$  - синус альфа

$\cos \alpha$  - косинус альфа

$\operatorname{tg} \alpha$  - тангенс альфа

$$\sin A = \frac{BC}{AB}$$

$$\cos A = \frac{AC}{AB}$$

$$\operatorname{tg} A = \frac{BC}{AC}$$

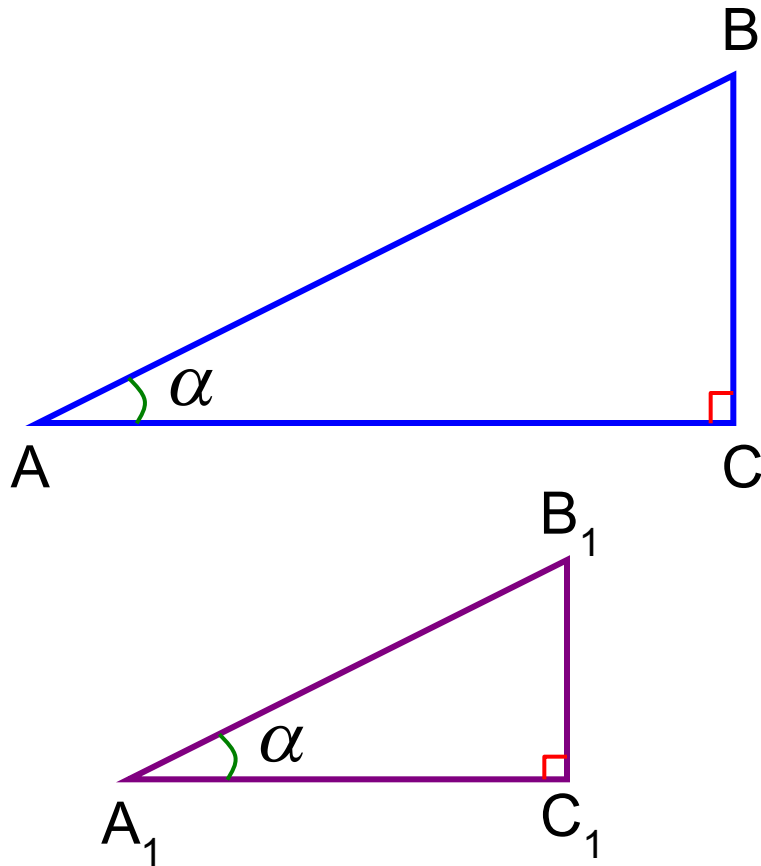
$$\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{BC}{AB} \cdot \frac{AB}{AC} = \frac{BC}{AC}$$

$$\operatorname{tg} A = \frac{\sin A}{\cos A}$$

**ТАНГЕНС УГЛА** равен отношению синуса к косинусу этого угла



если острый угол одного прямоугольного треугольника равен острому углу другого прямоугольного треугольника, то синусы этих углов равны, косинусы этих углов равны и тангенсы этих углов равны



$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$  - по первому признаку

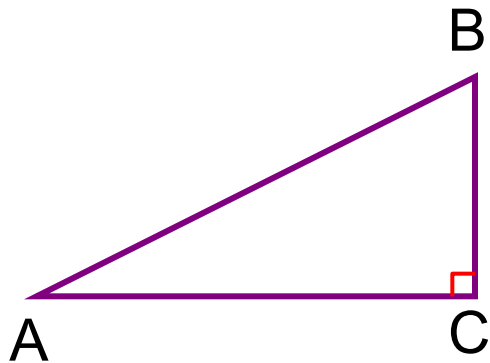
$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$

$$\frac{BC}{AB} = \frac{B_1C_1}{A_1B_1} \quad \sin A = \sin A_1$$

$$\frac{AC}{AB} = \frac{A_1C_1}{A_1B_1} \quad \cos A = \cos A_1$$

$$\frac{BC}{AC} = \frac{B_1C_1}{A_1C_1} \quad \operatorname{tg} A = \operatorname{tg} A_1$$

Докажем, что  $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$



$$\sin A = \frac{BC}{AB} \quad \cos A = \frac{AC}{AB}$$

$$\sin^2 A + \cos^2 A = \frac{BC^2}{AB^2} + \frac{AC^2}{AB^2} = \frac{BC^2 + AC^2}{AB^2}$$

$$BC^2 + AC^2 = AB^2$$

$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$  - **основное  
тригонометрическое  
тождество**

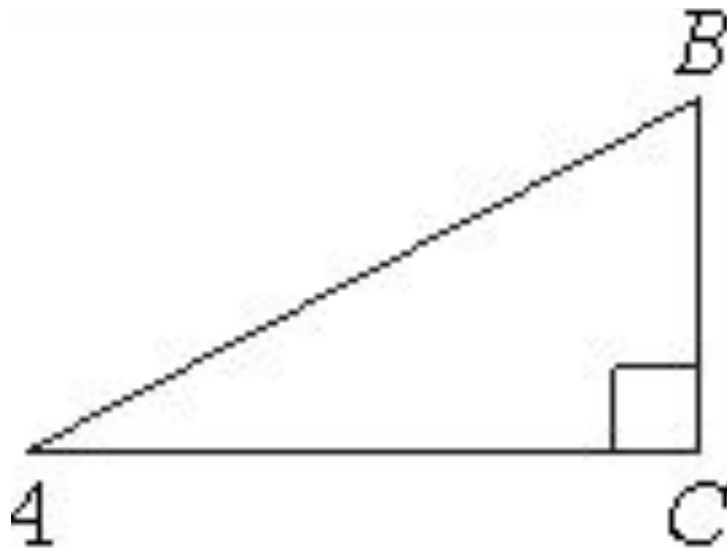
Вариант 1

1

В треугольнике ABC  
угол C равен  $90^\circ$ ,  
 $AC=7$ ,  $AB=25$ . Найдите  
 $\sin B$ .

Вариант 2

В треугольнике ABC  
угол C равен  $90^\circ$ ,  $AC=24$ ,  
 $AB=25$ . Найдите  $\sin B$ .

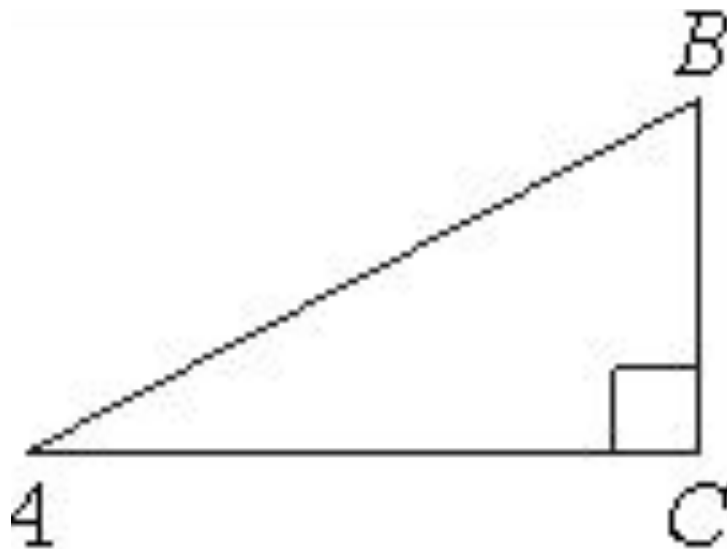


**2****Вариант 1**

В треугольнике ABC угол C равен  $90^\circ$ ,  $BC=14$ ,  $AB=50$ .  
Найдите  $\cos B$ .

**Вариант 2**

В треугольнике ABC угол C равен  $90^\circ$ ,  $BC=72$ ,  $AB=75$ .  
Найдите  $\cos B$ .

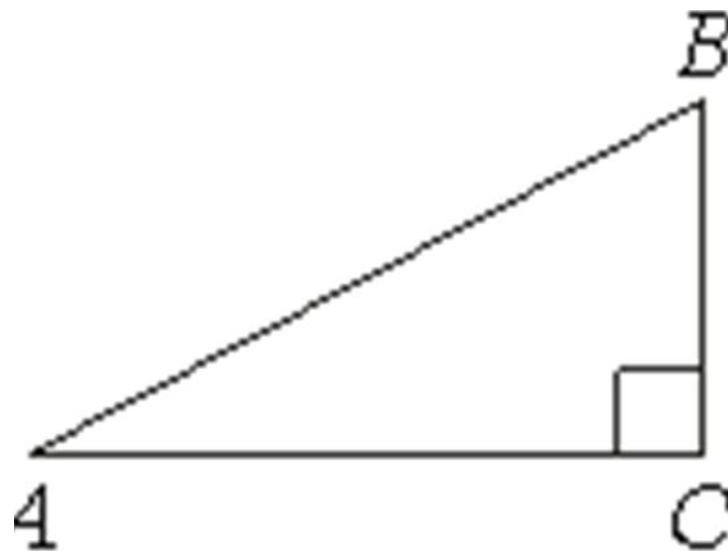


Вариант 1

В треугольнике ABC  
угол C равен  $90^\circ$ ,  $BC=15$ ,  
 $AC=3$ . Найдите  $\operatorname{tg}B$ .

Вариант 2

В треугольнике ABC  
угол C равен  $90^\circ$ ,  $BC=9$ ,  
 $AC=27$ . Найдите  $\operatorname{tg}B$ .



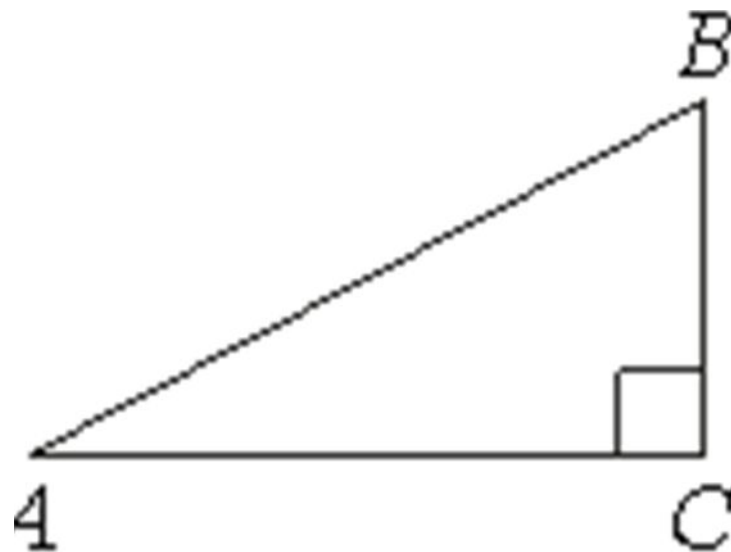
4

### Вариант 1

В треугольнике ABC угол C равен  $90^\circ$ ,  $\sin B = 5/8$ ,  $AB = 16$ .  
Найдите AC.

### Вариант 2

В треугольнике ABC угол C равен  $90^\circ$ ,  $\sin B = 3/5$ ,  $AB = 10$ .  
Найдите AC.



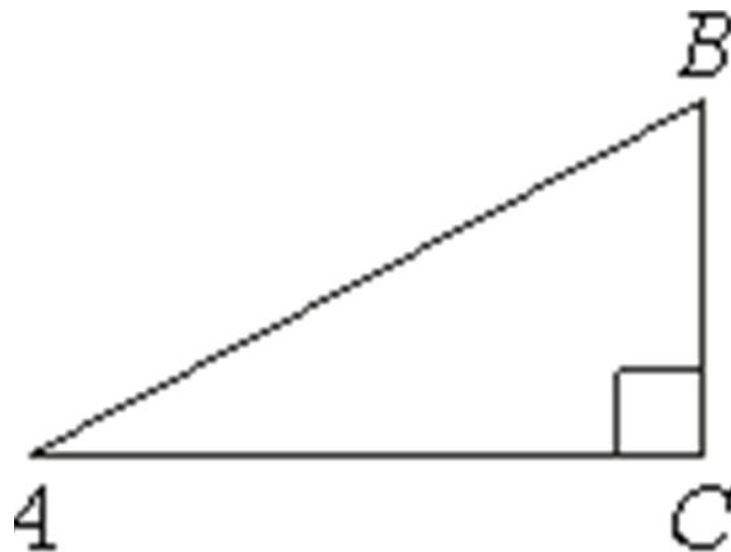
5

Вариант 1

В треугольнике ABC угол C равен  $90^\circ$ ,  $\cos B = 4/7$ ,  $AB = 21$ .  
Найдите BC.

Вариант 2

В треугольнике ABC угол C равен  $90^\circ$ ,  $\cos B = 3/8$ ,  $AB = 64$ .  
Найдите BC.



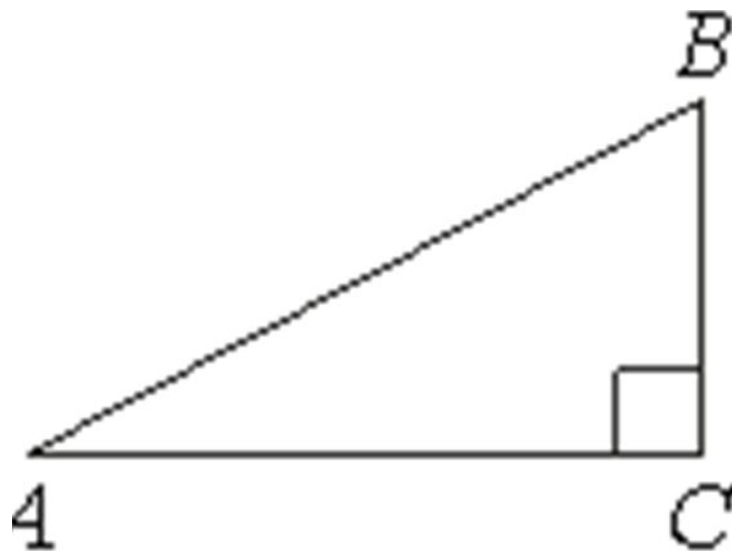
6

Вариант 1

В треугольнике ABC угол C равен  $90^\circ$ ,  $\operatorname{tg} B = 9/7$ ,  $BC = 42$ .  
Найдите AC.

Вариант 2

В треугольнике ABC угол C равен  $90^\circ$ ,  $\operatorname{tg} B = 8/5$ ,  $BC = 20$ .  
Найдите AC.





**Вариант 1**

Синус острого угла  $A$   
треугольника  $ABC$  равен  $\frac{2\sqrt{6}}{5}$   
Найдите  $\cos A$ .

**Вариант 2**

Синус острого угла  $A$   
треугольника  $ABC$  равен  $\frac{3\sqrt{7}}{8}$   
Найдите  $\cos A$ .

**Вариант 1**

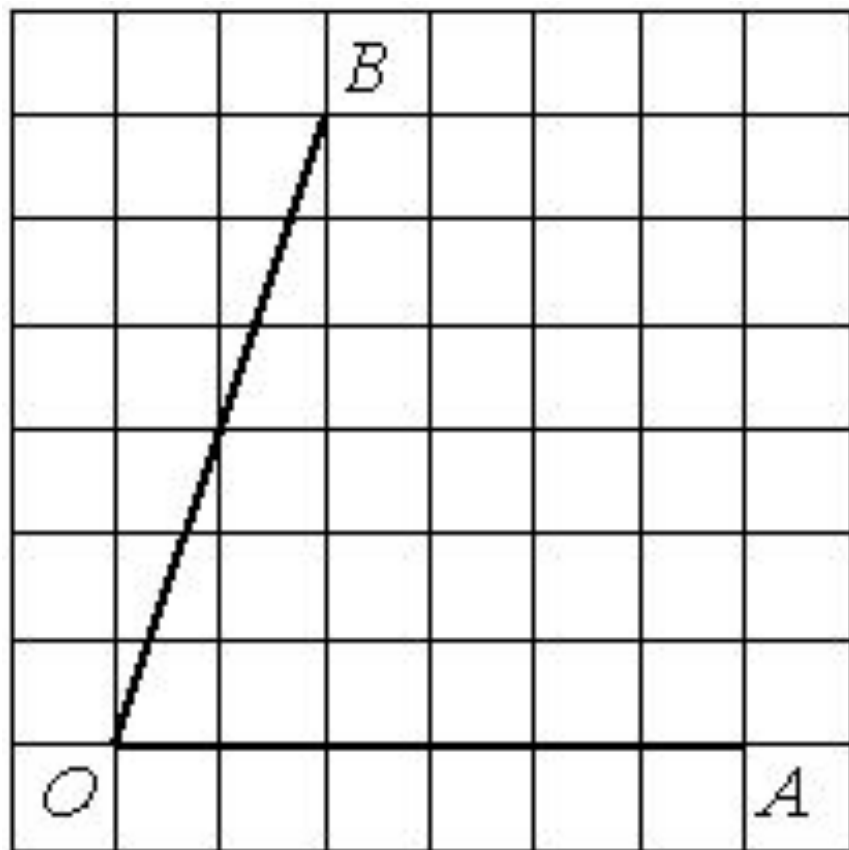
• Косинус острого угла A  
треугольника ABC равен  $\frac{\sqrt{91}}{10}$   
Найдите  $\sin A$ .

**Вариант 2**

• Косинус острого угла A  
треугольника ABC равен  $\frac{\sqrt{7}}{4}$   
Найдите  $\sin A$ .

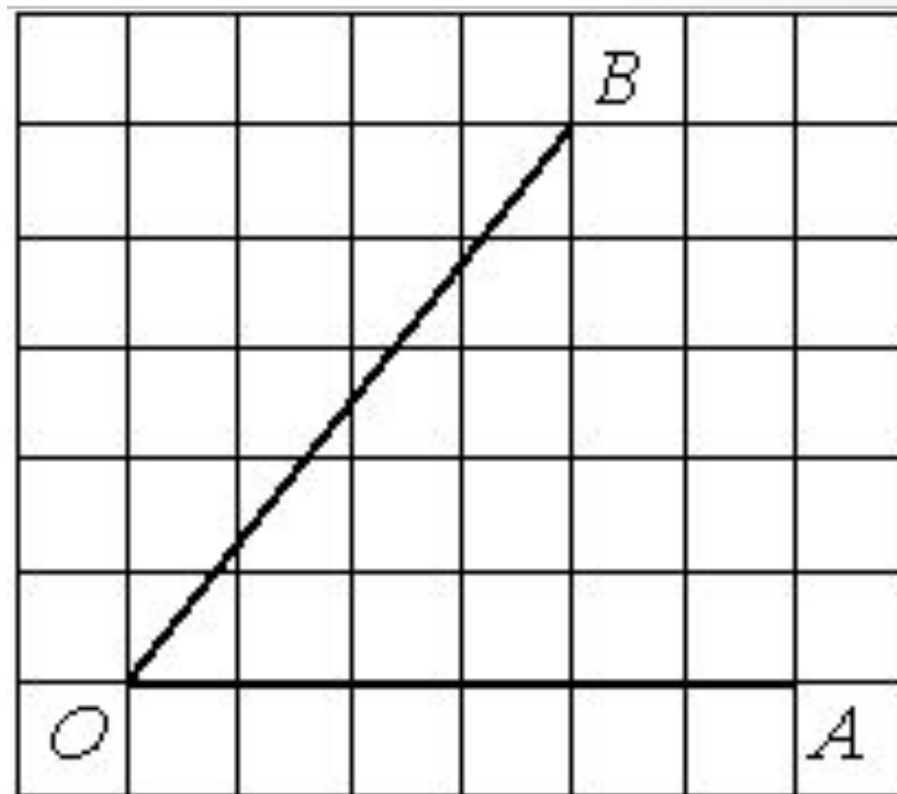
## Вариант 1

Найдите тангенс угла  $AOB$ , изображённого на рисунке.



## Вариант 2

Найдите тангенс угла  $AOB$ , изображённого на рисунке



Окружность

# Окружность. Касательная к окружности.

Отрезок соединяющий две точки окружности - хорда

Хорда проходящая через центр - диаметр



Отрезок соединяющий центр с любой точкой окружности- радиус. Прямая- имеющая с окружностью только одну общую точку называется касательной, а их общая точка – точка касания.

Касательная к окружности перпендикулярна радиусу проведенная

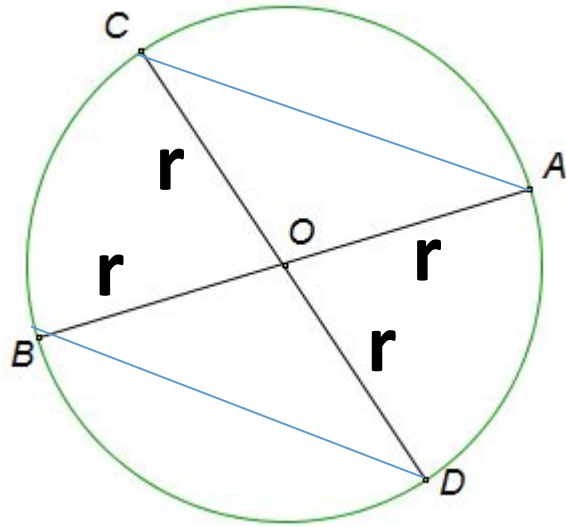
в точку касания..

$$k \perp r$$

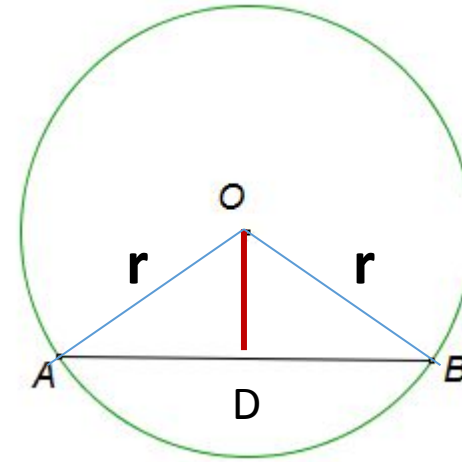
Радиус равен половине диаметра.

$$r = \frac{d}{2}$$

# Основные сведения

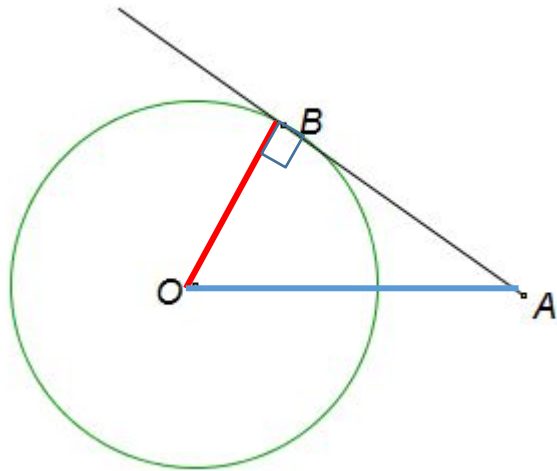


CD, AB -  
диаметры  
 $\triangle AOC = \triangle BOD$



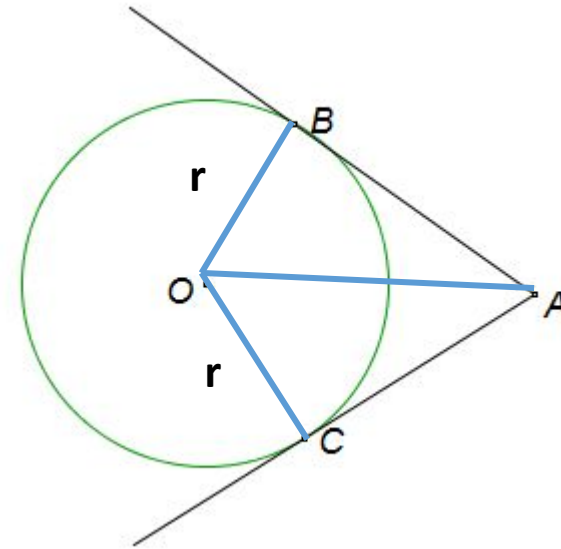
AB -  
хорда  
 $\triangle AOB$  – равнобедренный

# Основные сведения



Касательная к  
окружности  
перпендикулярна  
радиусу

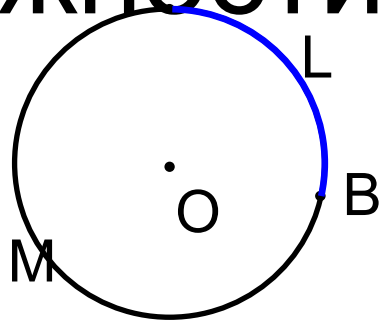
проведенная  
в точку касания..  
 $\triangle ABC$  – прямоугольный



Отрезки касательных,  
проведенных из одной  
точки равны  $AB=AC$

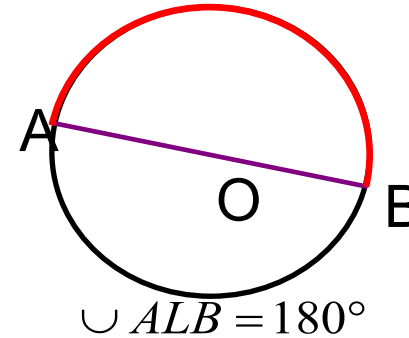
$\triangle ABO = \triangle ACO$  – прямоугольные

# Градусная мера окружности и дуги окружности

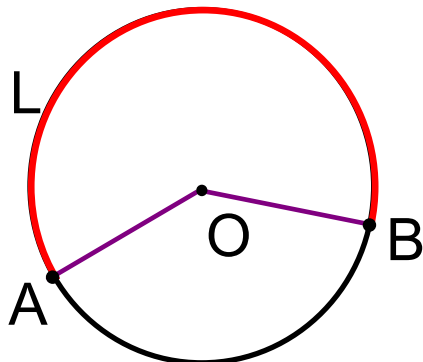


Градусная мера  
окружности равна  
 $360^\circ$

$\cup ALB$  и  $\cup AMB$   
 $\cup AB$



$\cup ALB = 180^\circ$



$\cup ALB = 360^\circ - \angle AOB$

сумма градусных мер двух дуг  
окружности с общими  
концами  
равна  $360^\circ$

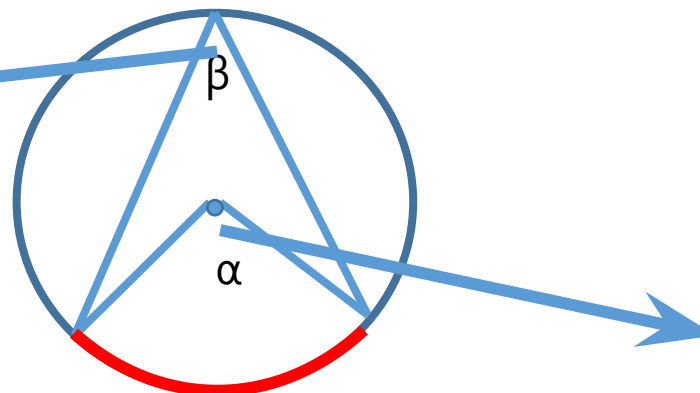


# Центральные и вписанные углы.

угол, вершина которого  
лежит на окружности,  
а стороны пересекают

окружность,  
называется

**ВПИСАННЫМ УГЛОМ**



Вписанный угол  
равен половине  
центрального,  
опирающегося на  
одну и ту же  
дугу

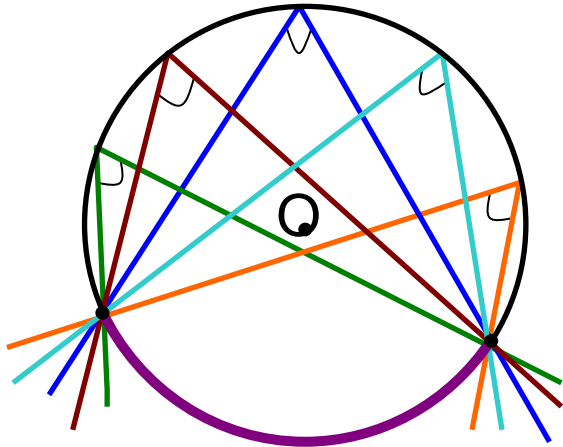
$$\beta = \frac{\alpha}{2}$$

угол с вершиной в  
центре

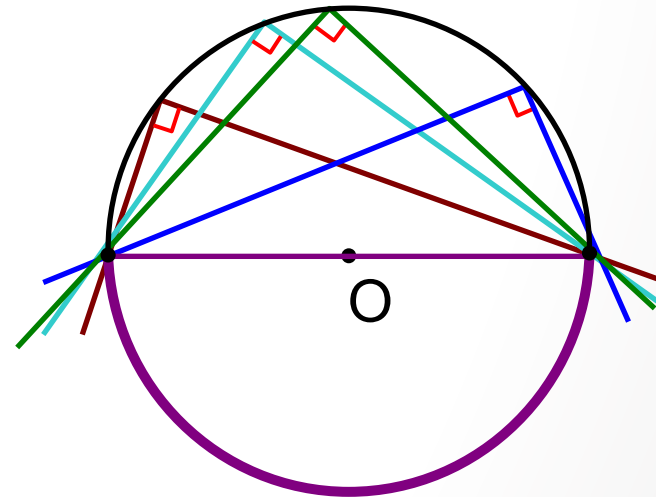
окружности называется  
ее **ЦЕНТРАЛЬНЫМ**  
**УГЛОМ**

21.08.2020

# Свойства вписанных углов

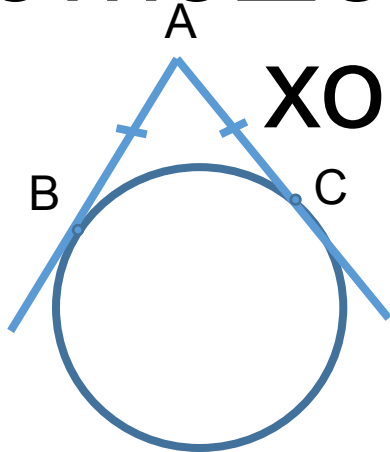


Все вписанные углы  
опирающиеся на  
одну  
и ту же дугу равны.

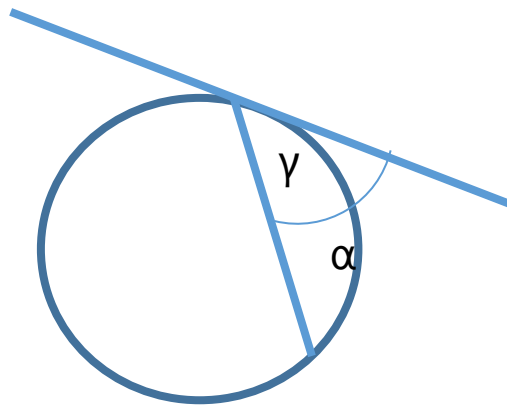


Все вписанные углы,  
опирающиеся на  
диаметр,  
прямые.

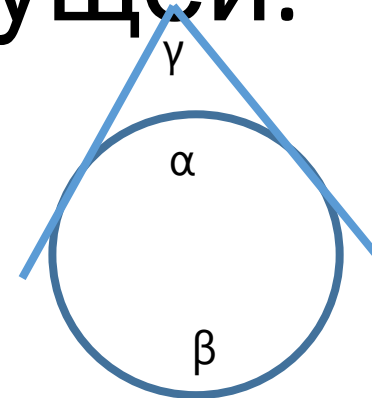
# Соотношения между касательными, хордами и секущей.



Отрезки касательных,  
проведенных из  
одной  
точки равны  $AB=AC$

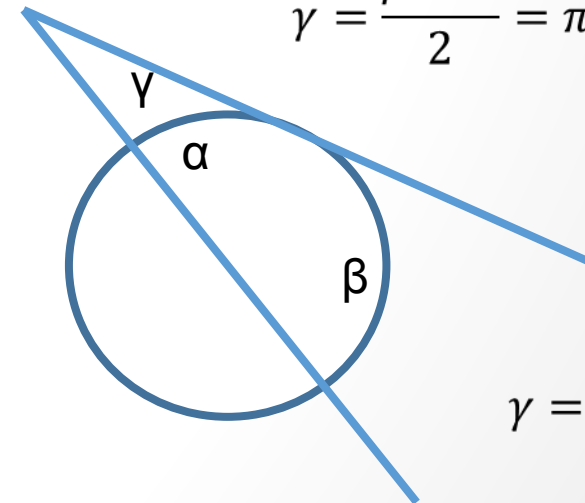


Угол между  
касательной  
и хордой  
 $\gamma = \frac{\alpha}{2}$



Угол между  
касательным  
и

$$\gamma = \frac{\beta - \alpha}{2} = \pi - \alpha$$

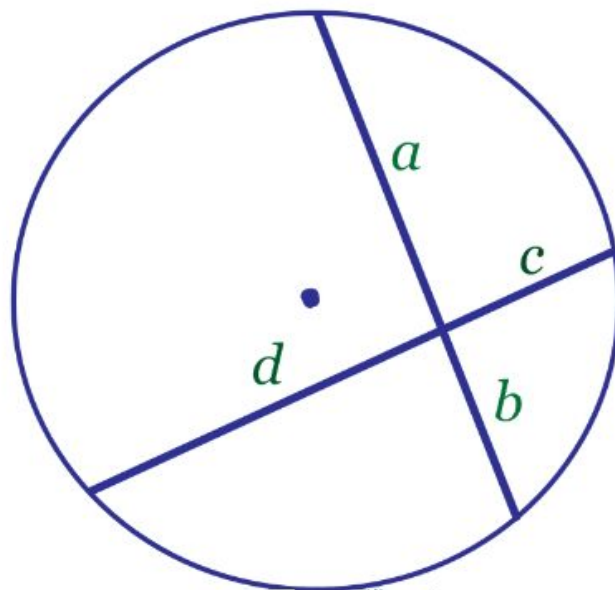


$$\gamma = \frac{\beta - \alpha}{2}$$

Угол между  
касательной  
и секущей.

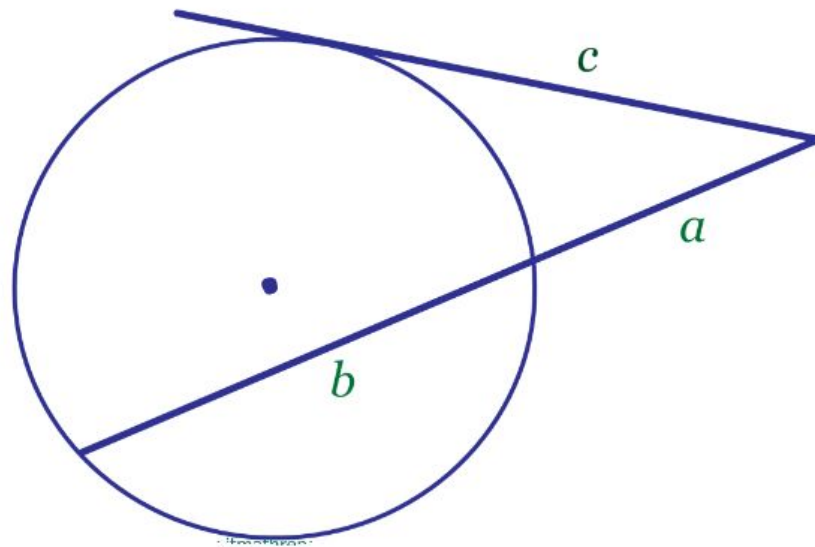
# Свойство хорд

$$a \cdot b = c \cdot d$$



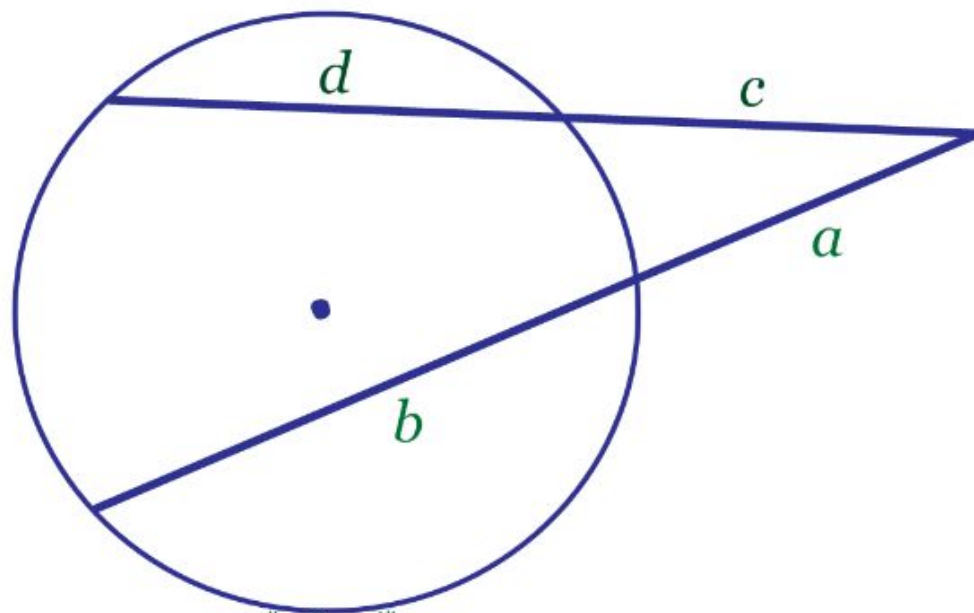
# Свойство касательной и секущей

$$c^2 = a \cdot (a + b)$$



# Свойство секущих

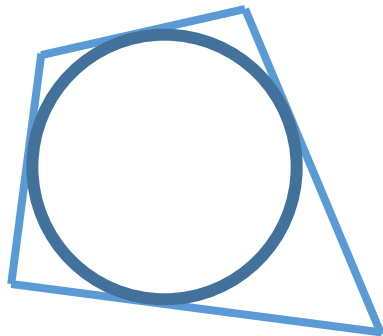
$$a \cdot (a + b) = c \cdot (c + d)$$



# Вписанная и описанная окружности

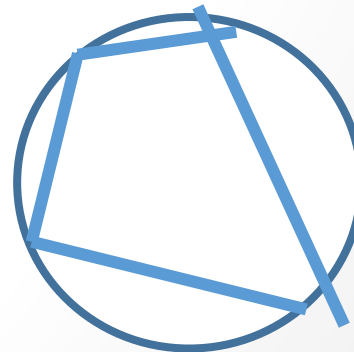
## Вписанная окружность

- Если все стороны многоугольника касаются окружности, то окружность называется **вписанной**, а многоугольник **описанным**.



## Описанная окружность

- Если все вершины многоугольника лежат на окружности, то окружность называется **описанной**, а многоугольник **вписанным**.

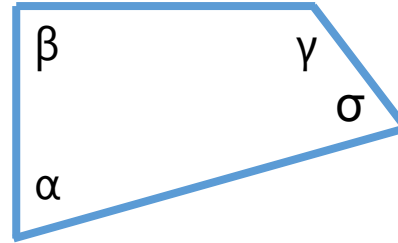


# Произвольный четырехугольник

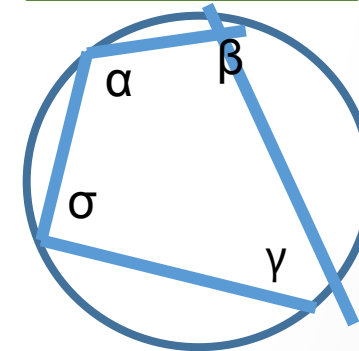
Сумма углов любого четырехугольника равна

$360^\circ$

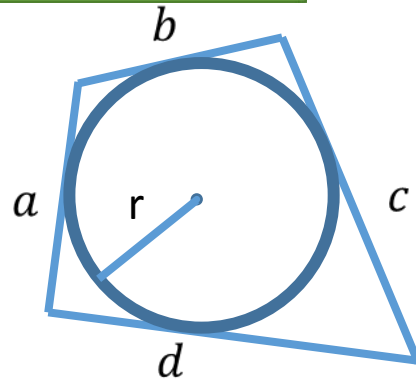
$$\sigma + \gamma + \alpha + \beta = 360^\circ$$



$$\alpha + \gamma = \beta + \sigma = 180^\circ$$



$$a + c = b + d$$



$S = pr$  — справедлива  
для любого четырехугольника

Четырехугольник можно описать около окружности, если суммы противоположных сторон равны и наоборот.

$$S = pr, \quad p = \frac{a+b+c+d}{2}$$

$p$ -полупериметр,  $r$ -радиус

Четырехугольник можно вписать в окружность, если сумма противоположных углов равна  $180^\circ$  и наоборот.

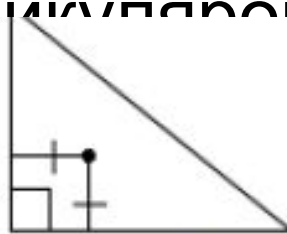
$$S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$$

$$p = \frac{a+b+c+d}{2}$$

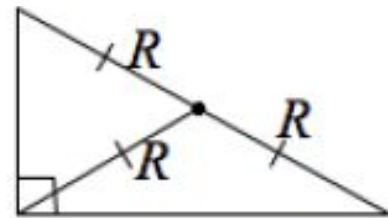


# Вписанная, описанная окружности

- В любой треугольник можно вписать окружность.
- Центр вписанной окружности – точка пересечения биссектрис.
- Около любого треугольника можно описать окружность.
- Центр описанной окружности – точка пересечения серединных перпендикуляров



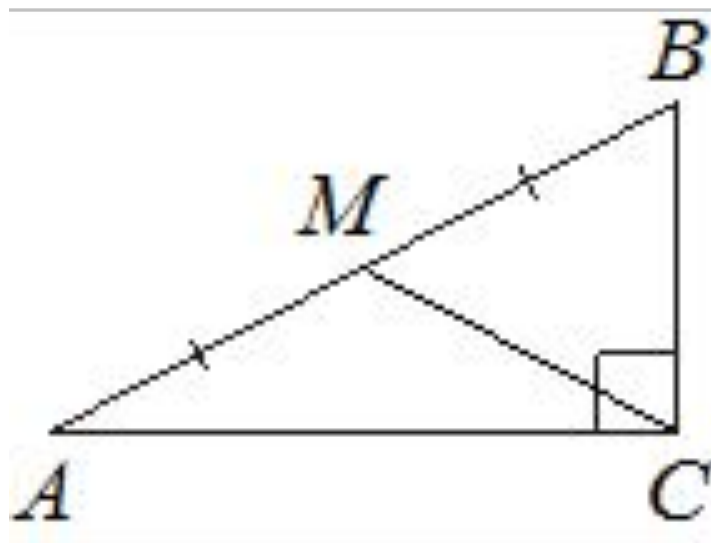
$$r = \frac{a+b-c}{2}$$



$$R = \frac{c}{2}$$

**1****Вариант 1**

В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $M$  — середина стороны  $AB$ ,  $AB=24$ ,  $BC=14$ .  
Найдите  $CM$ .

**Вариант 2**

В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $M$  — середина стороны  $AB$ ,  $AB=26$ ,  $BC=18$ .  
Найдите  $CM$ .

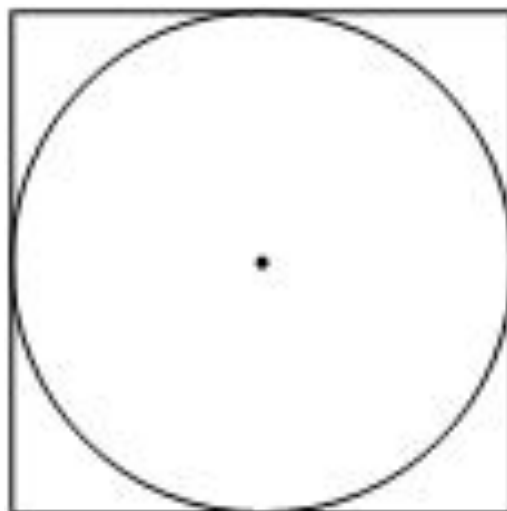
2

Вариант 1

Сторона квадрата равна 22.  
Найдите радиус  
окружности, вписанной в  
ЭТОТ квадрат.

Вариант 2

Сторона квадрата равна 24.  
Найдите радиус  
окружности, вписанной в  
ЭТОТ квадрат.



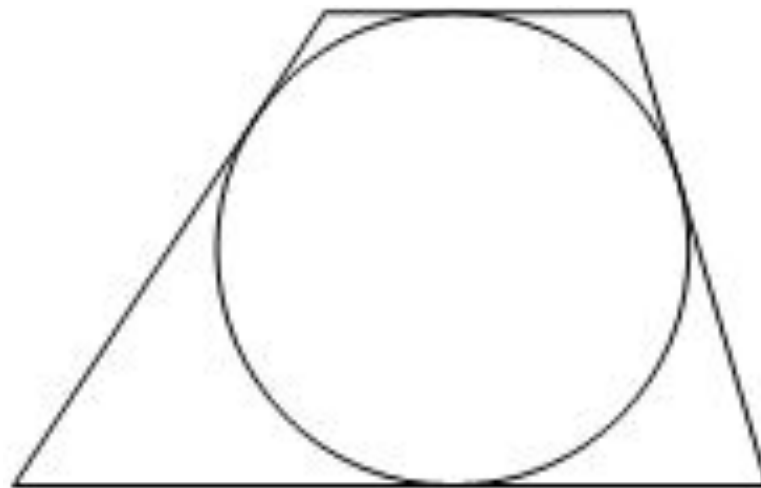
3

Вариант 1

Радиус окружности, вписанной в трапецию, равен 18. Найдите высоту этой трапеции.

Вариант 2

Радиус окружности, вписанной в трапецию, равен 34. Найдите высоту этой трапеции.



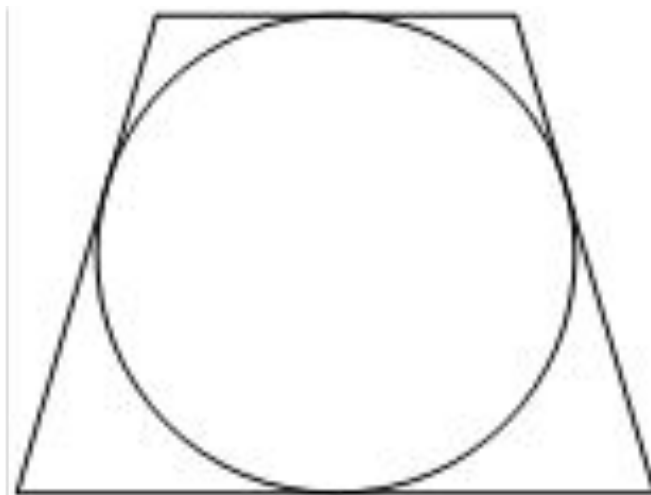
4

Вариант 1

Радиус окружности, вписанной в равнобедренную трапецию, равен 30. Найдите высоту этой трапеции.

Вариант 2

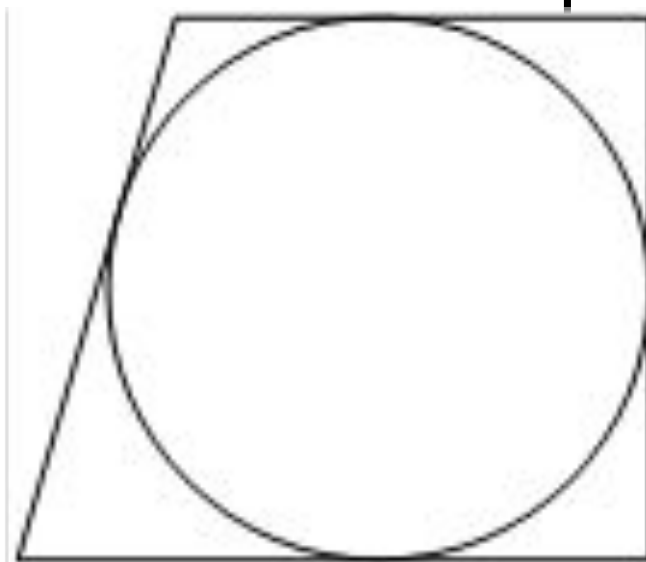
Радиус окружности, вписанной в равнобедренную трапецию, равен 22. Найдите высоту этой трапеции.



5

Вариант 1

Радиус окружности, вписанной в прямоугольную трапецию, равен 42. Найдите высоту этой трапеции.

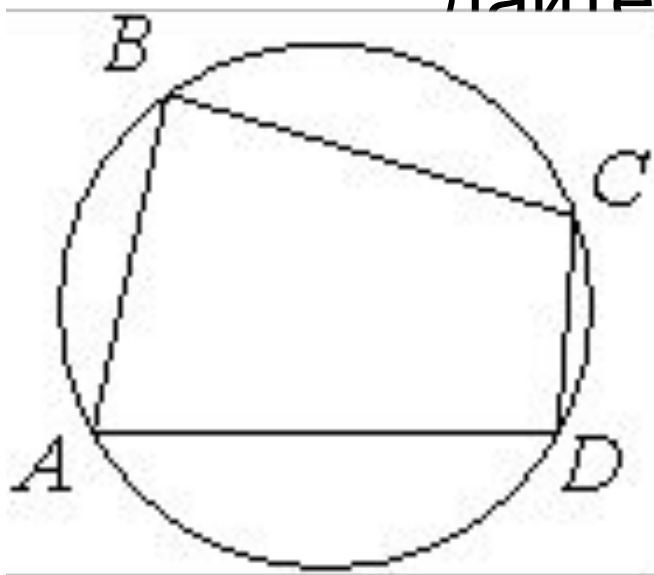


Вариант 2

Радиус окружности, вписанной в прямоугольную трапецию, равен 36. Найдите высоту этой трапеции.

## Вариант 1

Угол  $A$  четырёхугольника  $ABCD$ , вписанного в окружность, равен  $48^\circ$ .  
Найдите угол  $C$  этого четырёхугольника. Ответ дайте в градусах.



## Вариант 2

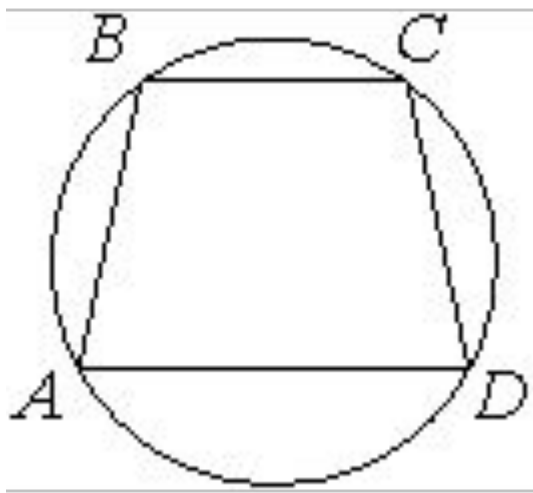
Угол  $A$  четырёхугольника  $ABCD$ , вписанного в окружность, равен  $71^\circ$ .  
Найдите угол  $C$  этого четырёхугольника. Ответ дайте в градусах.

## Вариант 1

Угол  $A$  трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$ , вписанной в окружность, равен  $69^\circ$ . Найдите угол  $C$  этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

## Вариант 2

Угол  $A$  трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$ , вписанной в окружность, равен  $55^\circ$ . Найдите угол  $C$  этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



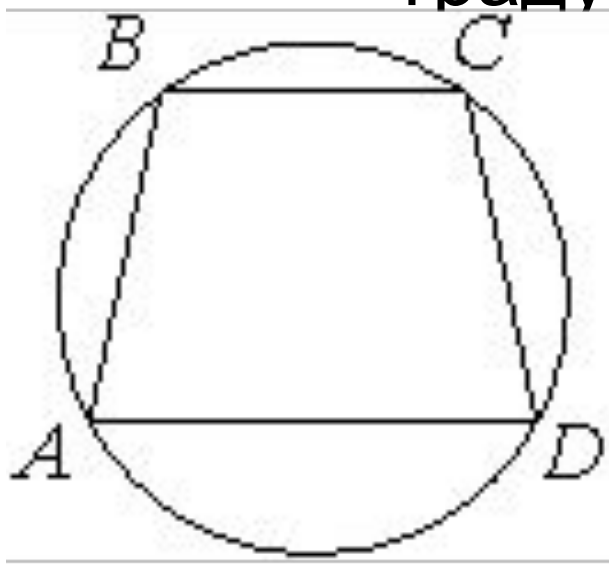


## Вариант 1

Угол  $A$  трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$ , вписанной в окружность, равен  $46^\circ$ . Найдите угол  $B$  этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

## Вариант 2

Угол  $A$  трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$ , вписанной в окружность, равен  $68^\circ$ . Найдите угол  $B$  этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

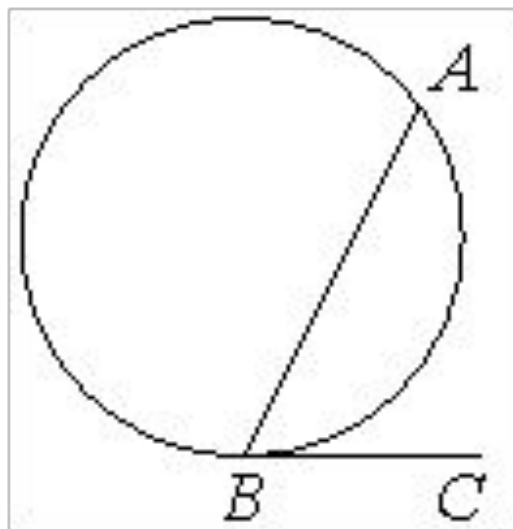


## Вариант 1

На окружности отмечены точки  $A$  и  $B$  так, что меньшая дуга  $AB$  равна  $72^\circ$ . Прямая  $BC$  касается окружности в точке  $B$  так, что угол  $ABC$  острый. Найдите угол  $ABC$ . Ответ дайте в градусах.

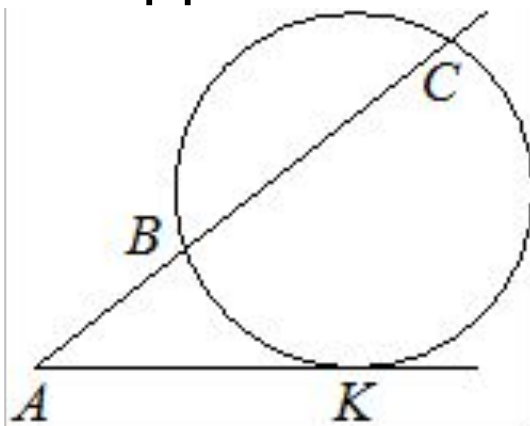
## Вариант 2

На окружности отмечены точки  $A$  и  $B$  так, что меньшая дуга  $AB$  равна  $168^\circ$ . Прямая  $BC$  касается окружности в точке  $B$  так, что угол  $ABC$  острый. Найдите угол  $ABC$ . Ответ дайте в градусах.



## Вариант 1

Через точку  $A$ , лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке  $K$ . Другая прямая пересекает окружность в точках  $B$  и  $C$ , причём  $AB=3$ ,  $AC=12$ . Найдите  $AK$ .

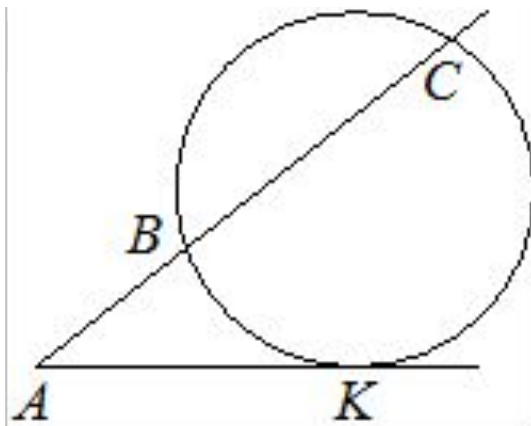


## Вариант 2

Через точку  $A$ , лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке  $K$ . Другая прямая пересекает окружность в точках  $B$  и  $C$ , причём  $AB=4$ ,  $AC=16$ . Найдите  $AK$ .

## Вариант 1

Через точку  $A$ , лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке  $K$ . Другая прямая пересекает окружность в точках  $B$  и  $C$ , причём  $AB=2$ ,  $BC=16$ . Найдите  $AK$ .



## Вариант 2

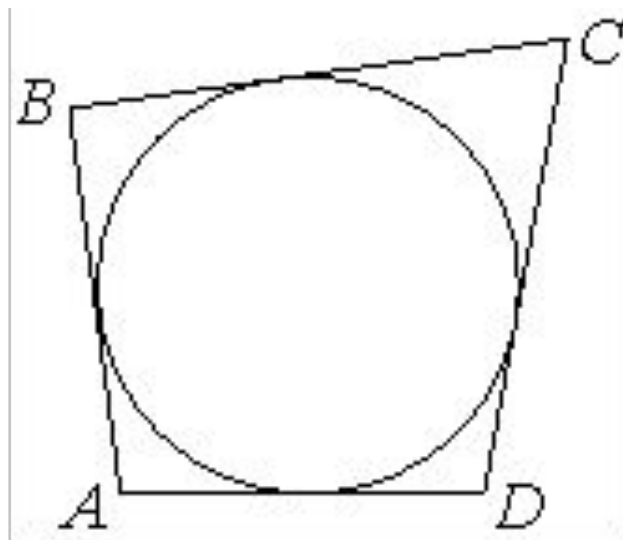
Через точку  $A$ , лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке  $K$ . Другая прямая пересекает окружность в точках  $B$  и  $C$ , причём  $AB=4$ ,  $BC=12$ . Найдите  $AK$ .

## Вариант 1

Четырёхугольник  $ABCD$  описан около окружности,  $AB=5$ ,  $BC=9$ ,  $CD=16$ . Найдите  $AD$ .

## Вариант 2

Четырёхугольник  $ABCD$  описан около окружности,  $AB=6$ ,  $BC=8$ ,  $CD=11$ . Найдите  $AD$ .



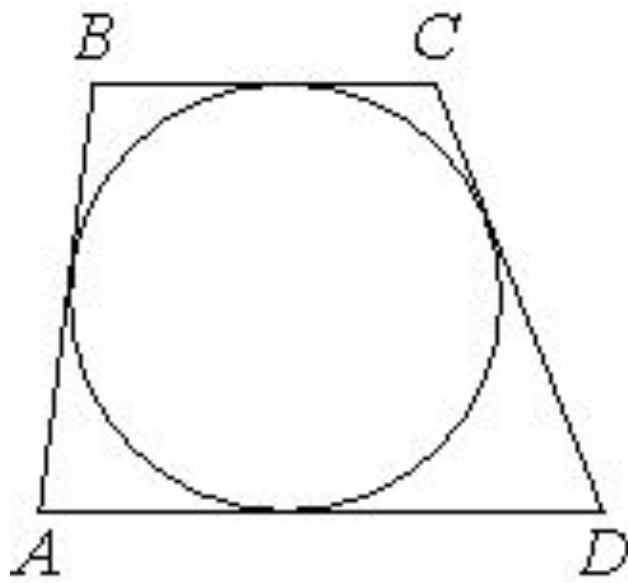
## Вариант 1

Трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  описана около окружности,  $AB=9$ ,  $BC=5$ ,  $CD=7$ .

Найдите  $AD$ .

## Вариант 2

Трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  описана около окружности,  $AB=13$ ,  $BC=4$ ,  $CD=11$ . Найдите  $AD$ .

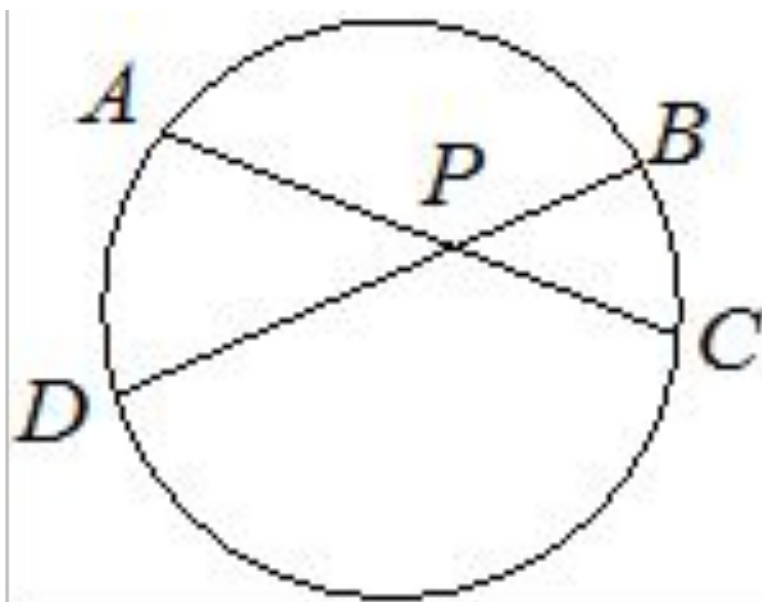


## Вариант 1

Хорды  $AC$  и  $BD$  окружности пересекаются в точке  $P$ ,  $BP=7$ ,  $CP=14$ ,  $DP=10$ . Найдите  $AP$ .

## Вариант 2

Хорды  $AC$  и  $BD$  окружности пересекаются в точке  $P$ ,  $BP=6$ ,  $CP=8$ ,  $DP=12$ . Найдите  $AP$ .

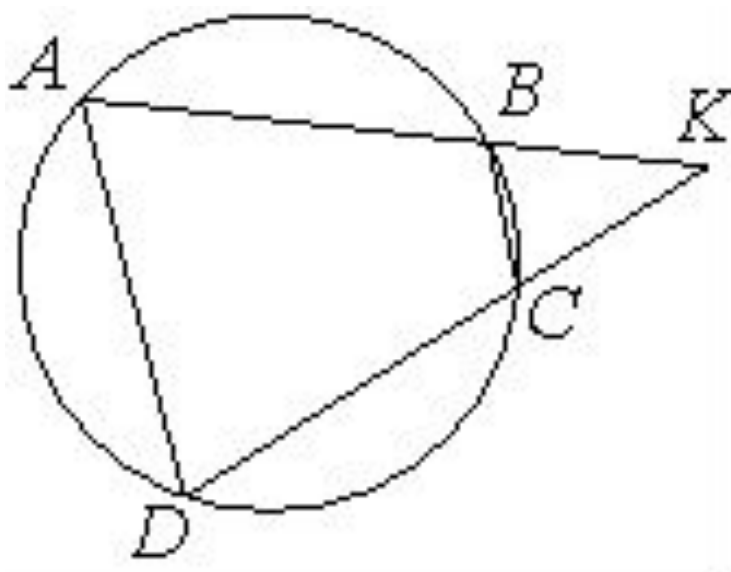


## Вариант 1

Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Прямые  $AB$  и  $CD$  пересекаются в точке  $K$ ,  $BK=18$ ,  $DK=9$ ,  $BC=16$ . Найдите  $AD$ .

## Вариант 2

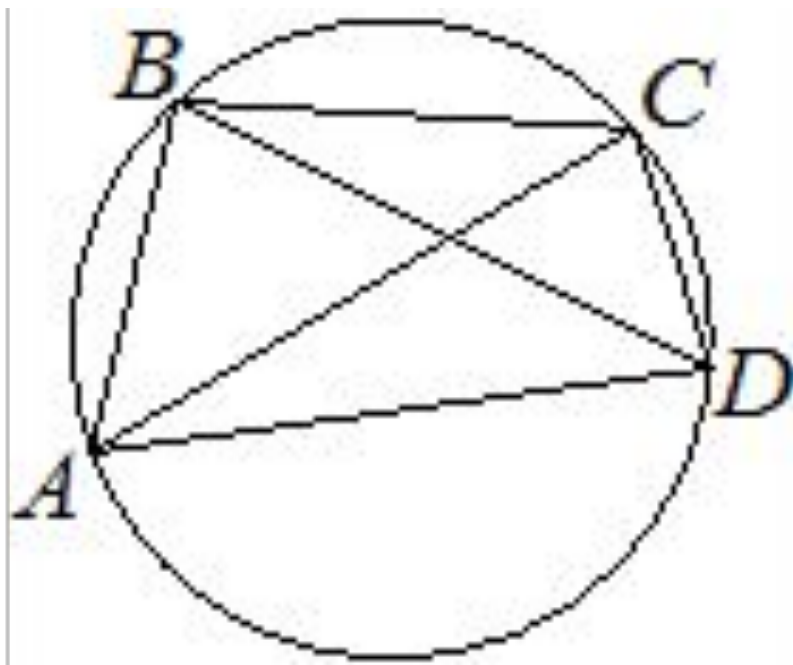
Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Прямые  $AB$  и  $CD$  пересекаются в точке  $K$ ,  $BK=6$ ,  $DK=10$ ,  $BC=12$ . Найдите





## Вариант 1

Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABD$  равен  $80^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $34^\circ$ . Найдите угол  $ABC$ . Ответ дайте в градусах.

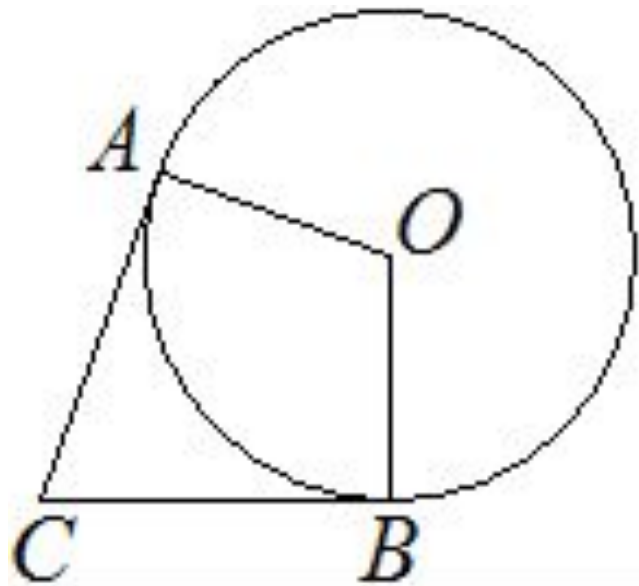


## Вариант 2

Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABD$  равен  $82^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $28^\circ$ . Найдите угол  $ABC$ . Ответ дайте в градусах.

## Вариант 1

В угол  $C$  величиной  $79^\circ$  вписана окружность, которая касается сторон угла в точках  $A$  и  $B$ , точка  $O$  — центр окружности. Найдите угол  $AOB$ . Ответ дайте в градусах.



## Вариант 2

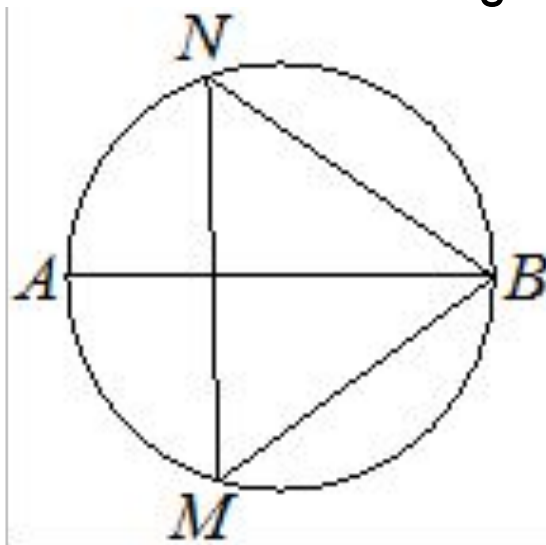
В угол  $C$  величиной  $107^\circ$  вписана окружность, которая касается сторон угла в точках  $A$  и  $B$ , точка  $O$  — центр окружности. Найдите угол  $AOB$ . Ответ дайте в градусах.

## Вариант 1

На окружности по разные стороны от диаметра  $AB$  взяты точки  $M$  и  $N$ .

Известно, что  $\angle NBA = 32^\circ$ .

Найдите угол  $NMB$ . Ответ дайте в градусах.



## Вариант 2

На окружности по разные стороны от диаметра  $AB$  взяты точки  $M$  и  $N$ .

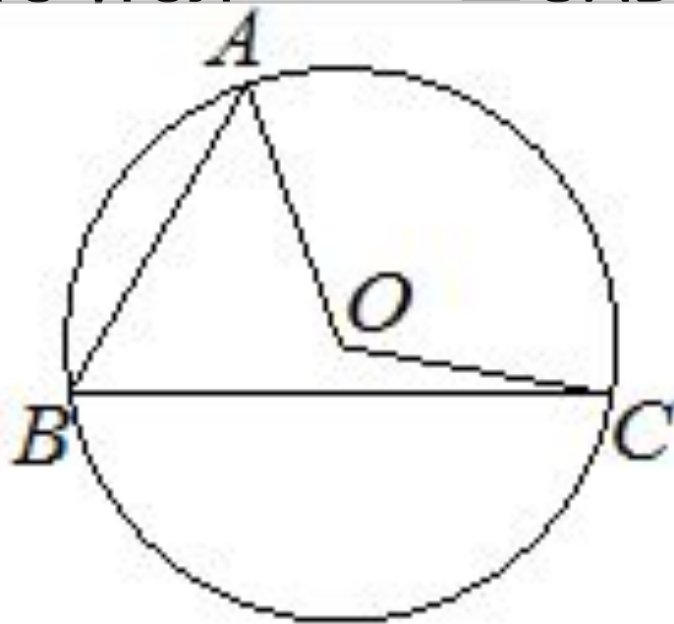
Известно, что  $\angle NBA = 34^\circ$ .

Найдите угол  $NMB$ . Ответ дайте в градусах.

## Вариант 1

Точка  $O$  — центр окружности, на которой лежат точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ .

Известно, что  $\angle ABC = 54^\circ$  и  $\angle OAB = 41^\circ$ . Найдите угол  $\angle BCO$ . Ответ дайте в градусах.



## Вариант 2

Точка  $O$  — центр окружности, на которой лежат точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ .

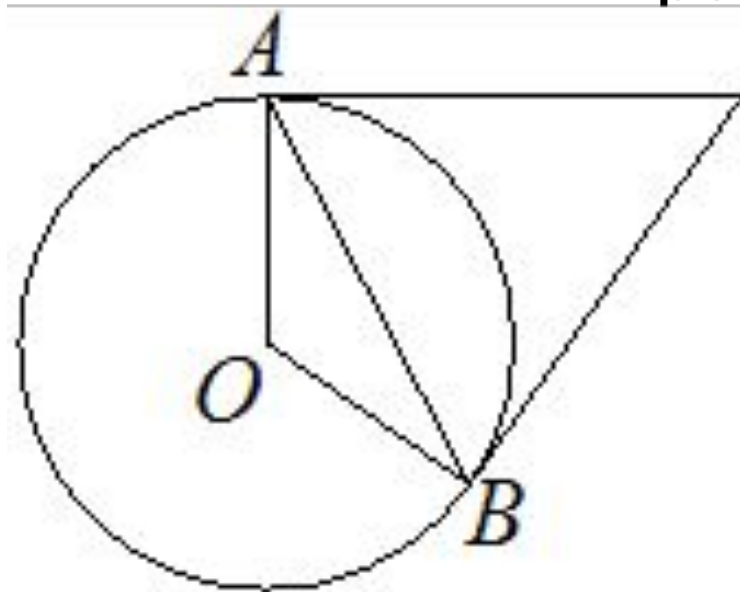
Известно, что  $\angle ABC = 62^\circ$  и  $\angle OAB = 53^\circ$ . Найдите угол  $\angle BCO$ . Ответ дайте в градусах.

**Вариант 1**

Касательные в точках  $A$  и  $B$  к окружности с центром в точке  $O$  пересекаются под углом  $38^\circ$ . Найдите угол  $ABO$ . Ответ дайте в градусах.

**Вариант 2**

Касательные в точках  $A$  и  $B$  к окружности с центром в точке  $O$  пересекаются под углом  $56^\circ$ . Найдите угол  $ABO$ . Ответ дайте в градусах.



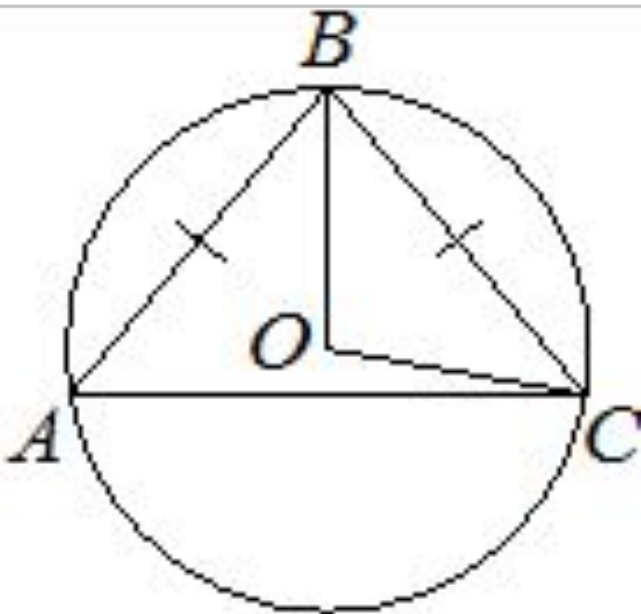
21

### Вариант 1

Окружность с центром в точке  $O$  описана около равнобедренного треугольника  $ABC$ , в котором  $AB=BC$  и  $\angle ABC=123^\circ$ . Найдите угол  $BOC$ . Ответ дайте в градусах.

### Вариант 2

Окружность с центром в точке  $O$  описана около равнобедренного треугольника  $ABC$ , в котором  $AB=BC$  и  $\angle ABC=79^\circ$ . Найдите угол  $BOC$ . Ответ дайте в градусах.

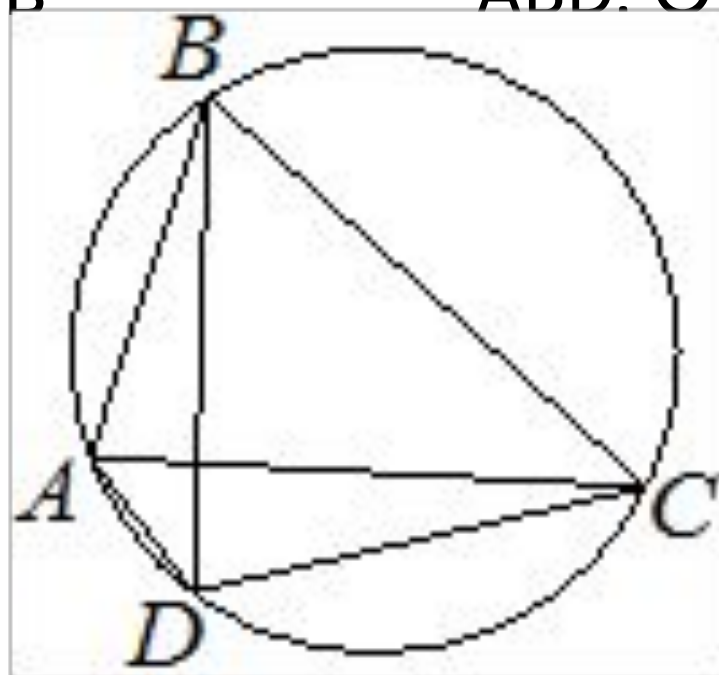


## Вариант 1

Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABC$  равен  $134^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $81^\circ$ . Найдите угол  $ABD$ . Ответ дайте в градусах.

## Вариант 2

Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABC$  равен  $38^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $33^\circ$ . Найдите угол  $ABD$ . Ответ дайте в градусах.

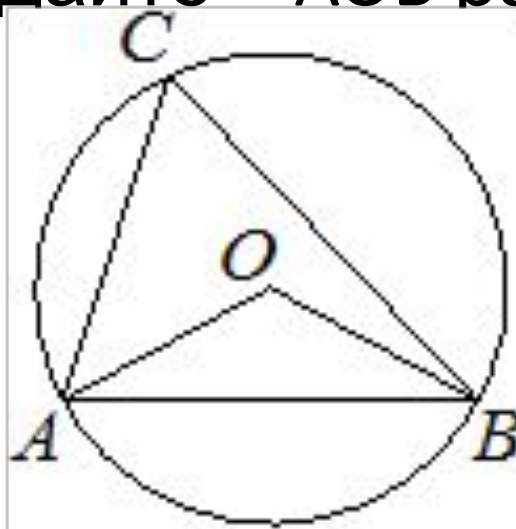


## Вариант 1

Треугольник  $ABC$  вписан в окружность с центром в точке  $O$ . Точки  $O$  и  $C$  лежат в одной полуплоскости относительно прямой  $AB$ . Найдите угол  $ACB$ , если угол  $AOB$  равен  $113^\circ$ . Ответ дайте в градусах.

## Вариант 2

Треугольник  $ABC$  вписан в окружность с центром в точке  $O$ . Точки  $O$  и  $C$  лежат в одной полуплоскости относительно прямой  $AB$ . Найдите угол  $ACB$ , если угол  $AOB$  равен  $67^\circ$ . Ответ дайте в градусах.



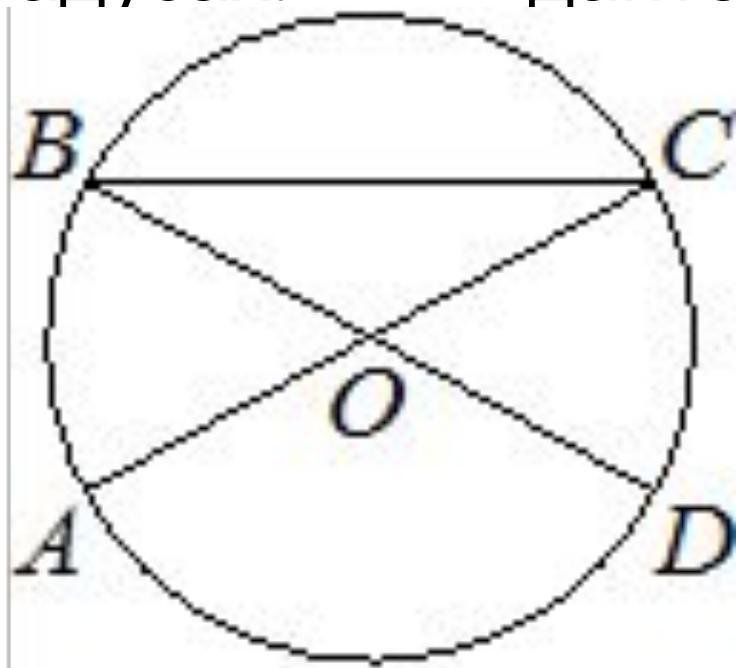


## Вариант 1

В окружности с центром в точке  $O$  отрезки  $AC$  и  $BD$  — диаметры. Угол  $AOD$  равен  $148^\circ$ . Найдите угол  $ACB$ .  
Ответ дайте в градусах.

## Вариант 2

В окружности с центром в точке  $O$  отрезки  $AC$  и  $BD$  — диаметры. Угол  $AOD$  равен  $88^\circ$ . Найдите угол  $ACB$ . Ответ дайте в градусах.



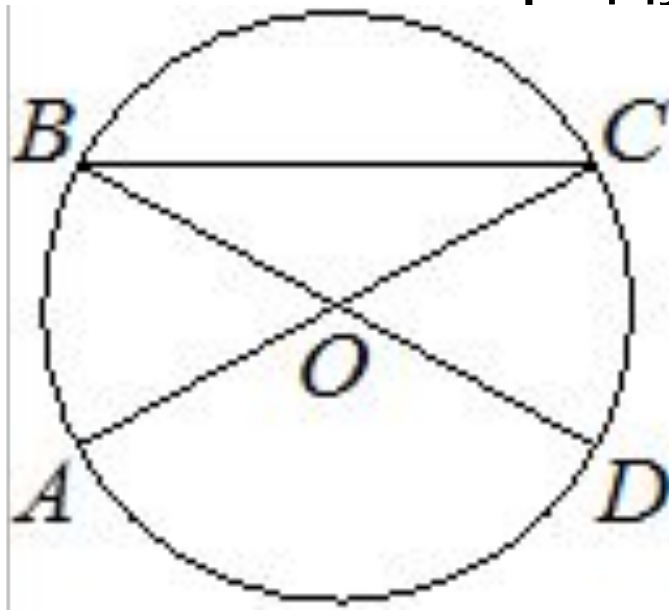
25

### Вариант 1

Отрезки  $AC$  и  $BD$  — диаметры окружности с центром в точке  $O$ . Угол  $ACB$  равен  $54^\circ$ . Найдите угол  $AOD$ . Ответ дайте в градусах.

### Вариант 2

Отрезки  $AC$  и  $BD$  — диаметры окружности с центром в точке  $O$ . Угол  $ACB$  равен  $16^\circ$ . Найдите угол  $AOD$ . Ответ дайте в градусах.



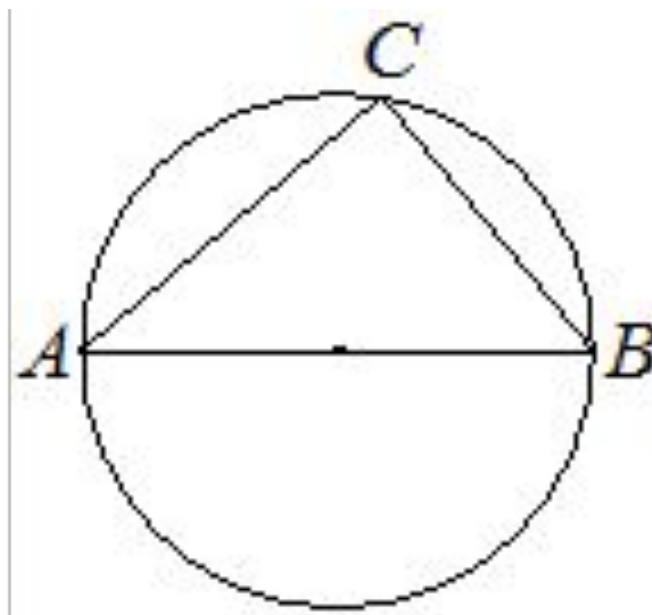
26

### Вариант 1

Центр окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , лежит на стороне  $AB$ . Найдите угол  $ABC$ , если угол  $BAC$  равен  $9^\circ$ . Ответ дайте в градусах.

### Вариант 2

Центр окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , лежит на стороне  $AB$ . Найдите угол  $ABC$ , если угол  $BAC$  равен  $44^\circ$ . Ответ дайте в градусах.

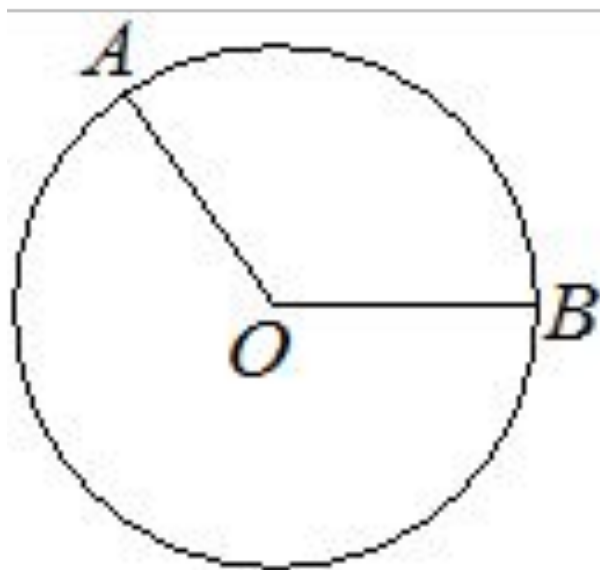


## Вариант 1

На окружности с центром в точке  $O$  отмечены точки  $A$  и  $B$  так, что  $\angle AOB = 140^\circ$ . Длина меньшей дуги  $AB$  равна 98. Найдите длину большей дуги  $AB$ .

## Вариант 2

На окружности с центром в точке  $O$  отмечены точки  $A$  и  $B$  так, что  $\angle AOB = 122^\circ$ . Длина меньшей дуги  $AB$  равна 61. Найдите длину большей дуги  $AB$ .

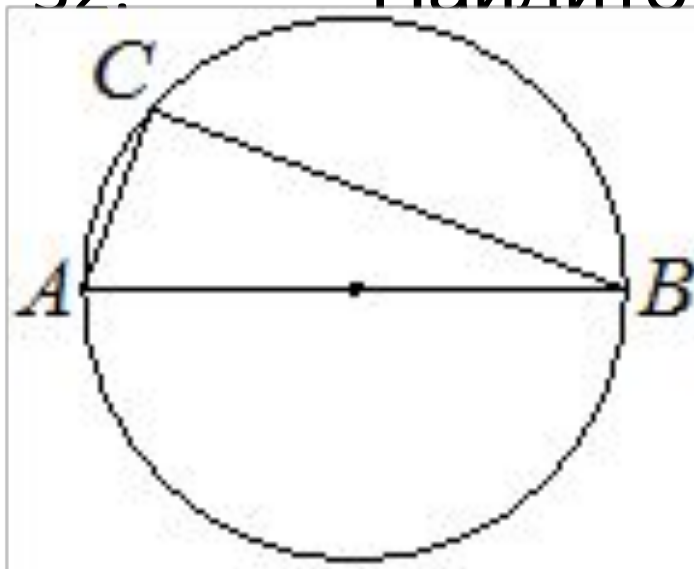


**Вариант 1**

Центр окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , лежит на стороне  $AB$ . Радиус окружности равен 20. Найдите  $BC$ , если  $AC=32$ .

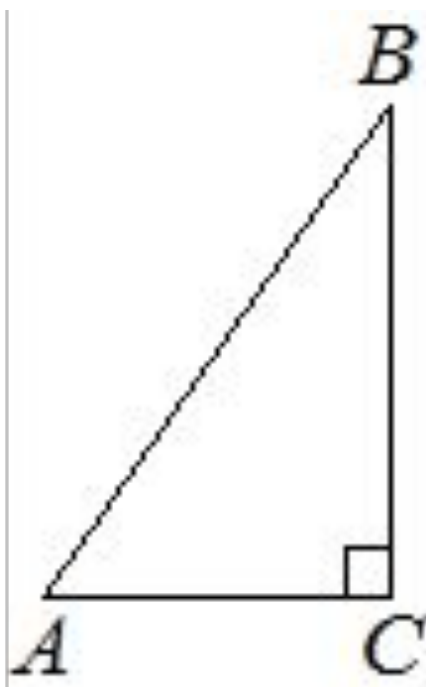
**Вариант 2**

Центр окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , лежит на стороне  $AB$ . Радиус окружности равен 13. Найдите  $AC$ , если  $BC=24$ .



**Вариант 1**

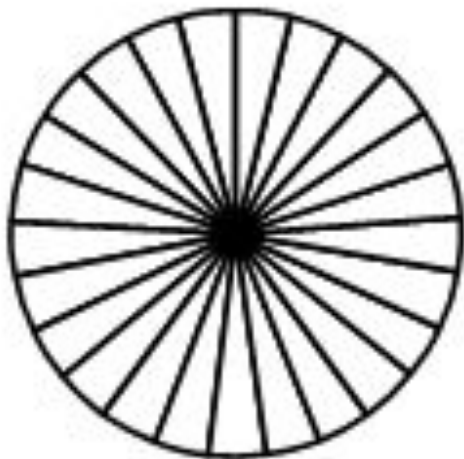
В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AC=12$ ,  $BC=5$ , угол  $C$  равен  $90^\circ$ . Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.

**Вариант 2**

В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AC=20$ ,  $BC=21$ , угол  $C$  равен  $90^\circ$ . Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.

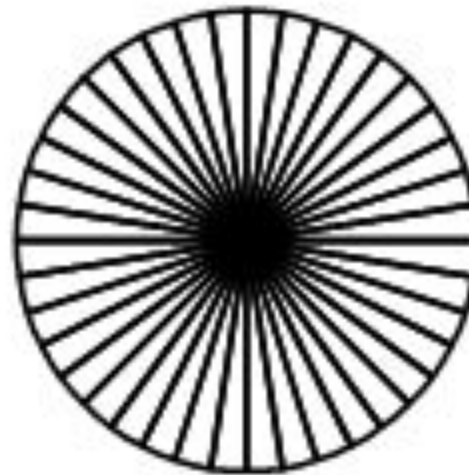
## Вариант 1

Колесо имеет 25 спиц. Углы между соседними спицами равны. Найдите угол, который образуют две соседние спицы. Ответ дайте в градусах.



## Вариант 2

Колесо имеет 40 спиц. Углы между соседними спицами равны. Найдите угол, который образуют две соседние спицы. Ответ дайте в градусах.



**Вариант 1**

На рисунке изображено колесо с пятью спицами. Сколько спиц в колесе, в котором угол между любыми соседними спицами равен  $20^\circ$ ?

**Вариант 2**

На рисунке изображено колесо с пятью спицами. Сколько спиц в колесе, в котором угол между любыми соседними спицами равен  $60^\circ$ ?





**Вариант 1**

Найдите угол, который образуют минутная и часовая стрелки часов в 11:00. Ответ дайте в градусах.

**Вариант 2**

Найдите угол, который образуют минутная и часовая стрелки часов в 8:00. Ответ дайте в градусах.



**Вариант 1**

Найдите угол, который минутная стрелка описывает за 8 минут. Ответ дайте в градусах.

**Вариант 2**

Найдите угол, который минутная стрелка описывает за 13 минут. Ответ дайте в градусах.



# Часть 2

1

## Вариант 1

Отрезки  $AB$  и  $CD$  являются хордами окружности.  
Найдите длину хорды  $CD$ , если  $AB=12$ , а расстояния от центра окружности до хорд  $AB$  и  $CD$  равны соответственно 8 и 6.

## Вариант 2

Отрезки  $AB$  и  $CD$  являются хордами окружности.  
Найдите длину хорды  $CD$ , если  $AB=18$ , а расстояния от центра окружности до хорд  $AB$  и  $CD$  равны соответственно 12 и 9.

## 2

### Вариант 1

Углы В и С треугольника ABC равны соответственно  $61^\circ$  и  $89^\circ$ . Найдите ВС, если радиус окружности, описанной около треугольника ABC, равен 10.

### Вариант 2

Углы В и С треугольника ABC равны соответственно  $63^\circ$  и  $87^\circ$ . Найдите ВС, если радиус окружности, описанной около треугольника ABC, равен 11.

## Вариант 1

Точка  $H$  является основанием высоты  $VH$ , проведённой из вершины прямого угла  $V$  прямоугольного треугольника  $ABC$ . Окружность с диаметром  $VH$  пересекает стороны  $AB$  и  $CB$  в точках  $P$  и  $K$  соответственно. Найдите  $PK$ , если  $VH=12$ .

## Вариант 2

Точка  $H$  является основанием высоты  $VH$ , проведённой из вершины прямого угла  $V$  прямоугольного треугольника  $ABC$ . Окружность с диаметром  $VH$  пересекает стороны  $AB$  и  $CB$  в точках  $P$  и  $K$  соответственно. Найдите  $PK$ , если  $VH=11$ .

**Вариант 1**

Окружность с центром на стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  проходит через вершину  $C$  и касается прямой  $AB$  в точке  $B$ . Найдите диаметр окружности, если  $AB=2$ ,  $AC=8$ .

**Вариант 2**

Окружность с центром на стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  проходит через вершину  $C$  и касается прямой  $AB$  в точке  $B$ . Найдите диаметр окружности, если  $AB=1$ ,  $AC=5$ .

**Вариант 1**

Окружность пересекает стороны  $AB$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  в точках  $K$  и  $P$  соответственно и проходит через вершины  $B$  и  $C$ . Найдите длину отрезка  $KP$ , если  $AK=6$ , а сторона  $AC$  в 1,5 раза больше стороны  $BC$ .

**Вариант 2**

Окружность пересекает стороны  $AB$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  в точках  $K$  и  $P$  соответственно и проходит через вершины  $B$  и  $C$ . Найдите длину отрезка  $KP$ , если  $AK=14$ , а сторона  $AC$  в 2 раза больше стороны  $BC$ .



**Вариант 1**

На стороне  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту  $AD$  в точке  $M$ ,  $AD=90$ ,  $MD=69$ ,  $H$  — точка пересечения высот треугольника  $ABC$ . Найдите  $AH$ .

**Вариант 2**

На стороне  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту  $AD$  в точке  $M$ ,  $AD=15$ ,  $MD=12$ ,  $H$  — точка пересечения высот треугольника  $ABC$ . Найдите  $AH$ .

7

### Вариант 1

Окружности радиусов 42 и 84 касаются внешним образом. Точки  $A$  и  $B$  лежат на первой окружности, точки  $C$  и  $D$  — на второй. При этом  $AC$  и  $BD$  — общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми  $AB$  и  $CD$ .

### Вариант 2

Окружности радиусов 4 и 60 касаются внешним образом. Точки  $A$  и  $B$  лежат на первой окружности, точки  $C$  и  $D$  — на второй. При этом  $AC$  и  $BD$  — общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми  $AB$  и  $CD$ .

**Вариант 1**

Четырёхугольник ABCD со сторонами  $AB=39$  и  $CD=12$  вписан в окружность. Диагонали AC и BD пересекаются в точке K, причём  $\angle АКВ=60^\circ$ . Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.

**Вариант 2**

Четырёхугольник ABCD со сторонами  $AB=43$  и  $CD=4$  вписан в окружность. Диагонали AC и BD пересекаются в точке K, причём  $\angle АКВ=60^\circ$ . Найдите радиус окружности, описанной около этого четырёхугольника.

**Вариант 1**

В треугольнике  $ABC$  биссектриса угла  $A$  делит высоту, проведённую из вершины  $B$ , в отношении  $17:15$ , считая от точки  $B$ . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , если  $BC=16$ .

**Вариант 2**

В треугольнике  $ABC$  биссектриса угла  $A$  делит высоту, проведённую из вершины  $B$ , в отношении  $5:4$ , считая от точки  $B$ . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , если  $BC=12$ .