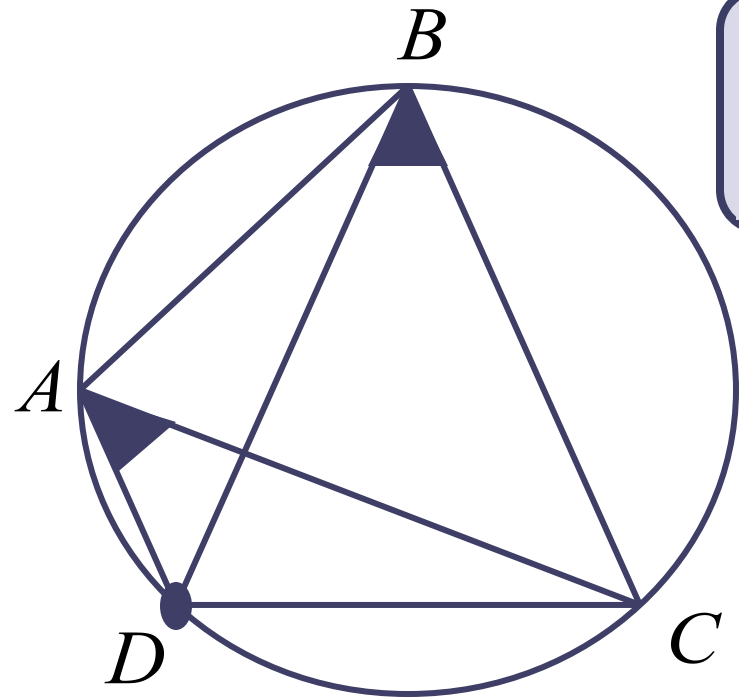


# ЗАДАНИЕ №16

# ЗАДАЧА №1



Четырехугольник  $ABCD$  вписан в окружность.  $\angle ABC$  равен  $38^\circ$ ,  $\angle CAD$  равен  $33^\circ$ . Найдите угол  $ABD$ . Ответ дайте в градусах.

**Дано:**  $\angle ABC = 38^\circ$ ,  $\angle CAD = 33^\circ$ .

**Найти:**  $\angle ABD$ .

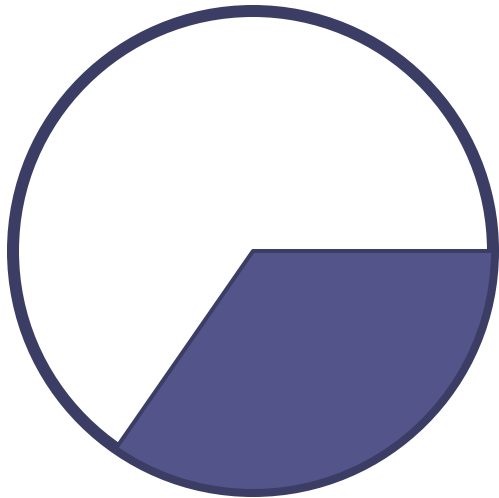
**Решение:**

1)  $\angle DBC = \angle CAD = 33^\circ$ , так как вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу  $DC$ .

2)  $\angle ABD = \angle ABC - \angle DBC = 38^\circ - 33^\circ = 5^\circ$

**Ответ: 5.**

# ЗАДАЧА №2



Площадь круга равна 69. Найдите площадь сектора этого круга, центральный угол которого равен  $120^\circ$ .

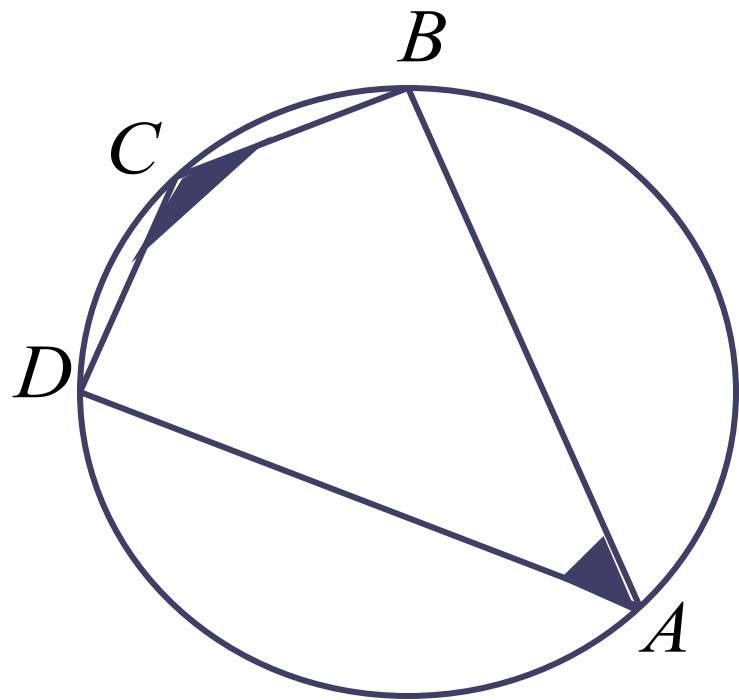
**Дано:**  $S_{\text{круга}} = 69$ , угол кругового сектора равен  $120^\circ$ .  
**Найти:**  $S_{\text{сектора}}$ .

**Решение:**

$$S_{\text{сектора}} = \frac{S_{\text{круга}} \cdot 120^\circ}{360^\circ} = \frac{69 \cdot 1}{3} = 23$$

**Ответ: 23.**

# ЗАДАЧА №3



Угол  $A$  четырехугольника  $ABCD$ , вписанного в окружность, равен  $33^\circ$ .  
Найдите угол  $C$  этого четырехугольника.  
Ответ дайте в градусах.

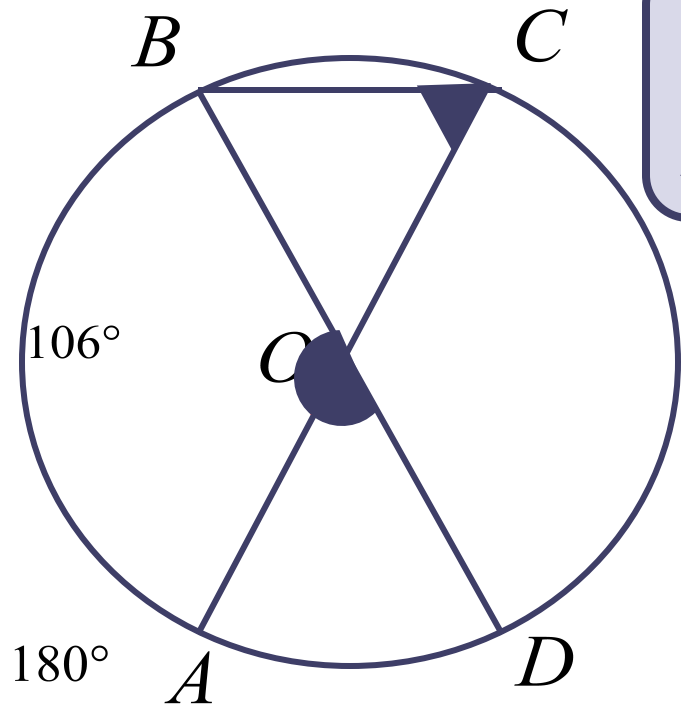
**Дано:**  $ABCD$  вписан в окружность,  $\angle A = 33^\circ$ .  
**Найти:**  $\angle C$ .

**Решение:**

$\angle C = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 33^\circ = 147^\circ$ , так как сумма противоположных углов вписанного четырехугольника равна  $180^\circ$ .

**Ответ: 147.**

# ЗАДАЧА №4



Отрезки AC и BD – диаметры окружности с центром O. Угол ACB равен  $53^\circ$ . Найдите угол AOD. Ответ дайте в градусах.

**Дано:** AC и BD – диаметры окружности,  
 $\angle ACB = 53^\circ$ .

**Найти:**  $\angle AOD$ .

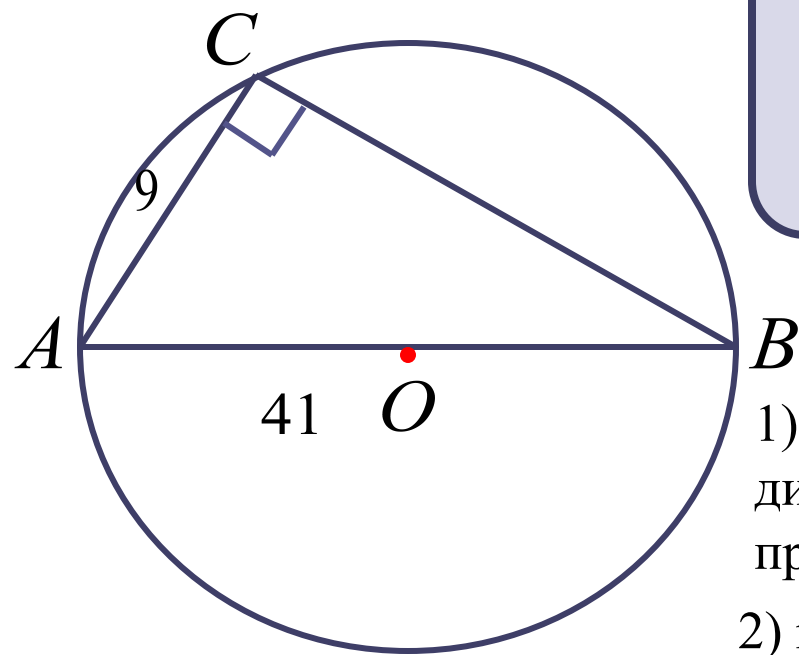
**Решение:**

- 1)  $\angle ACB = 53^\circ$  – вписанный угол, опирающийся на  $\sphericalcap AB$ , поэтому  $\sphericalcap AB = 53^\circ \cdot 2 = 106^\circ$ , так как вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.
- 2) BD – диаметр, значит  $\sphericalcap BAD = 180^\circ$ .

3)  $\angle AOD$  – центральный угол, опирающийся на  $\sphericalcap AD$ , следовательно  $\angle AOD = \sphericalcap AD = 180^\circ - 106^\circ = 74^\circ$ .

**Ответ: 74.**

# ЗАДАЧА №5



Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB. Радиус окружности равен 20,5. Найдите BC, если  $AC = 9$ .

**Дано:**  $AB = d$ ;  $r = 20,5$ ;  $AC = 9$ .

**Найти:** BC.

**Решение:**

1)  $\angle C = 90^\circ$ , так как угол, опирающийся на диаметр, значит треугольник ABC прямоугольный.

2)  $r = 20,5$ , следовательно  $AB = 20,5 \cdot 2 = 41$

3) По теореме Пифагора:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$41^2 = 9^2 + BC^2$$

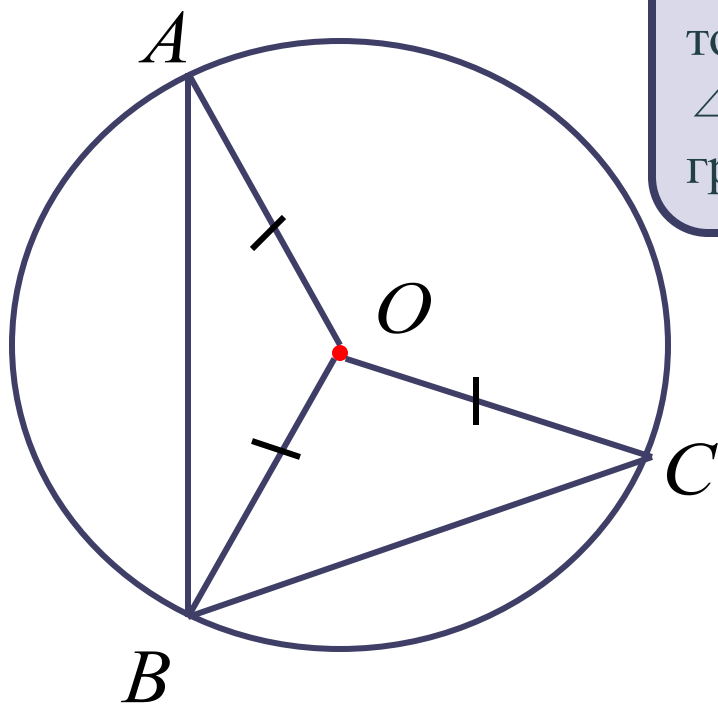
$$BC^2 = 1600$$

$$BC^2 = 1681 - 81$$

$$BC = 40$$

**Ответ: 40.**

# ЗАДАЧА №6



Точка  $O$  – центр окружности, на которой лежат точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Известно, что  $\angle ABC = 61^\circ$  и  $\angle OAB = 8^\circ$ . Найдите угол  $BCO$ . Ответ дайте в градусах.

**Дано:**  $\angle ABC = 61^\circ$ ,  $\angle OAB = 8^\circ$ .

**Найти:**  $\angle BCO$ .

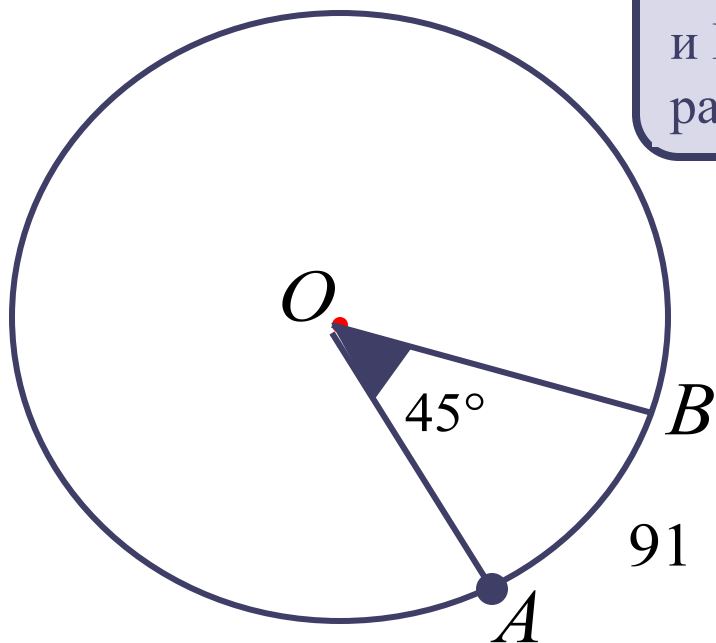
**Решение:**

- 1) Проведем радиус  $OB$ ,  $AO = BO = CO = r$ .
- 2) Треугольник  $AOB$  – равнобедренный, значит  $\angle A = \angle ABO = 8^\circ$ .
- 3) Треугольник  $BOC$  – равнобедренный, значит  $\angle BCO = \angle OBC = 61^\circ - 8^\circ = 53^\circ$ .

**Ответ: 53.**

# ЗАДАЧА №7

На окружности с центром  $O$  отмечены точки  $A$  и  $B$  так, что  $\angle AOB = 45^\circ$ . Длина меньшей дуги равна 91. Найдите длину большей дуги.



**Дано:**  $\angle AOB = 45^\circ$ , длина меньшей дуги равна 91.

**Найти:** длину большей дуги.

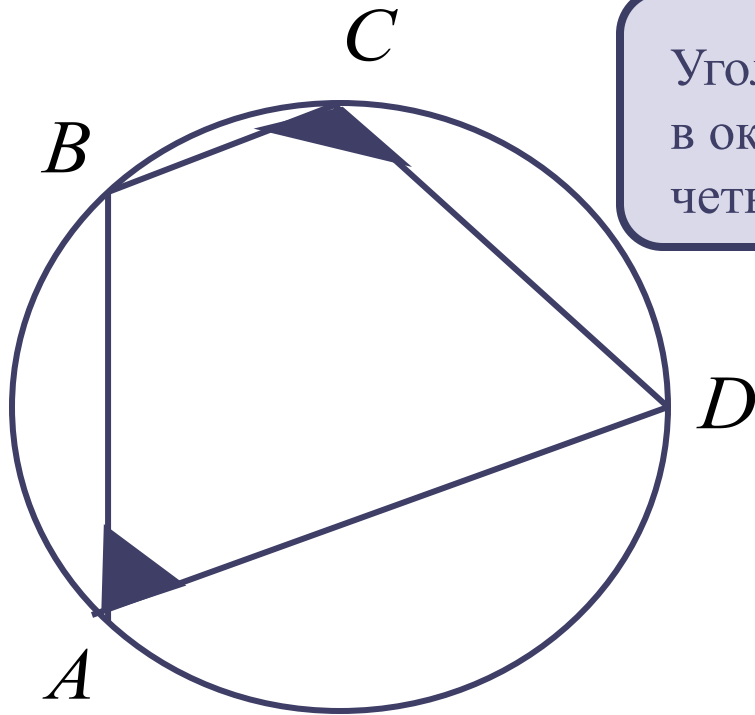
**Решение:**

$$\begin{aligned} &91 - 45^\circ \\ &x - (360^\circ - 45^\circ) \\ &x = \frac{91 \cdot 315^\circ}{45^\circ} = \frac{91 \cdot 7}{1} = 637 \end{aligned}$$

**Ответ: 637.**



# ЗАДАЧА №8



Угол  $A$  четырехугольника  $ABCD$ , вписанного в окружность, равен  $33^\circ$ . Найдите угол  $C$  этого четырехугольника. Ответ дайте в градусах.

**Дано:**  $ABCD$  вписан в окружность,  
 $\angle A = 77^\circ$ .

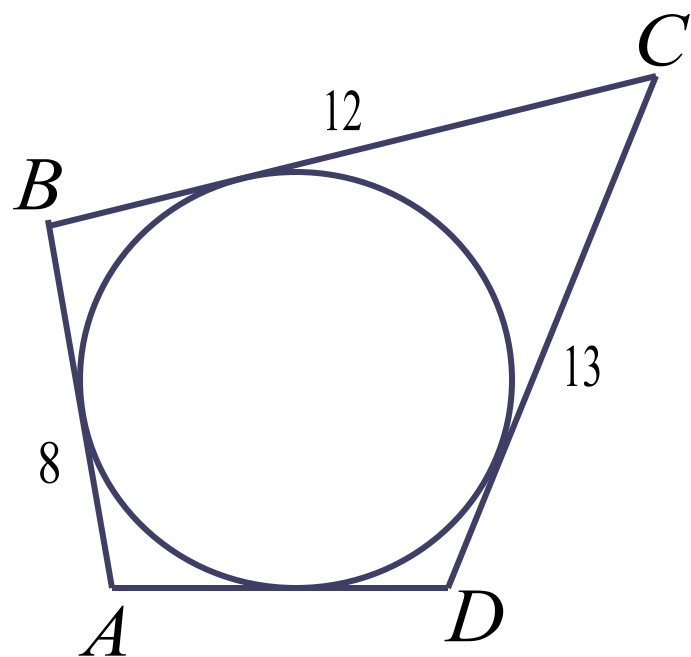
**Найти:**  $\angle C$ .

**Решение:**

$\angle C = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 77^\circ = 103^\circ$ , так как сумма противоположных углов вписанного четырехугольника равна  $180^\circ$ .

**Ответ: 103.**

# ЗАДАЧА №9



Четырехугольник ABCD описан около окружности,  $AB = 8$ ,  $BC = 12$ ,  $CD = 13$ .  
Найдите AD.

**Дано:** ABCD описан около окружности,  
 $AB = 8$ ,  $BC = 12$ ,  $CD = 13$ .

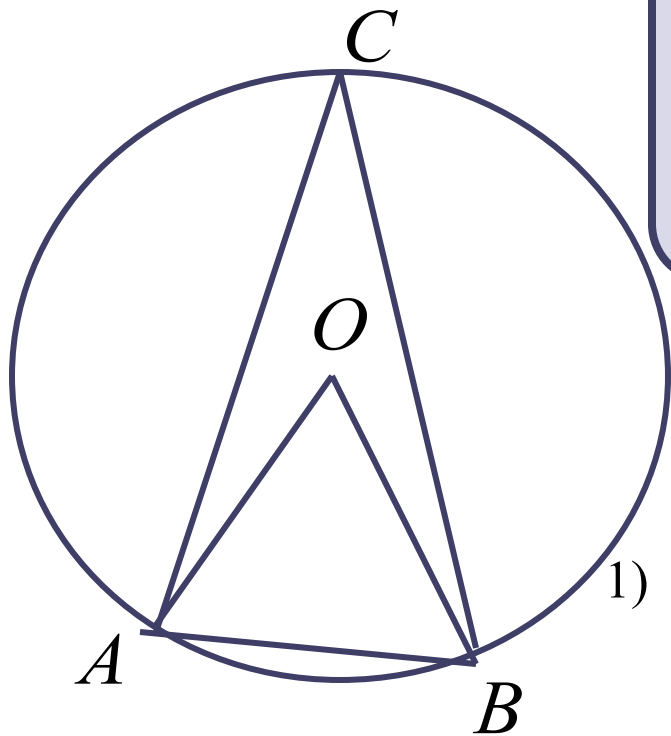
**Найти:** AD.

**Решение:**

- 1)  $AD + BC = AB + CD$ , так как суммы противоположных сторон описанного четырехугольника равны.
- 2)  $AD + 12 = 8 + 13$   
 $AD = 21 - 12$   
 $AD = 9$

**Ответ: 9.**

# ЗАДАЧА №10



Треугольник  $ABC$  вписан в окружность с центром  $O$ . Точки  $O$  и  $C$  лежат в одной полуплоскости относительно прямой  $AB$ . Найдите угол  $ACB$ , если угол  $AOB$  равен  $73^\circ$ .

**Дано:** треугольник  $ABC$  вписан в окружность,  $\angle AOB = 73^\circ$ .

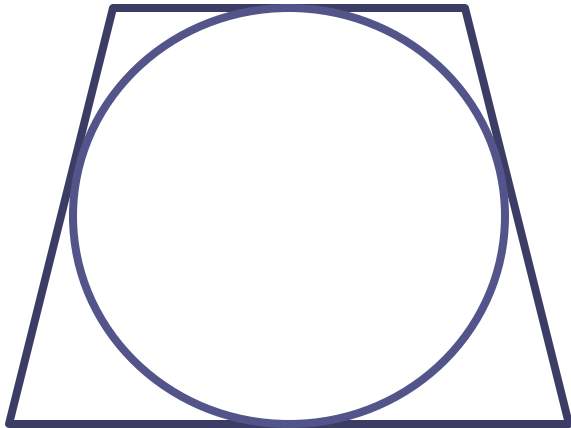
**Найти:**  $\angle ACB$ .

**Решение:**

- 1)  $\angle AOB = 73^\circ$  – центральный угол, опирающийся на  $\overset{\frown}{AB}$ , следовательно  $\overset{\frown}{AB} = 73^\circ$ .
- 2)  $\angle ACB = 73^\circ : 2 = 36,5^\circ$ , так как вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.

**Ответ: 36,5.**

# ЗАДАЧА №11



Радиус окружности, вписанной в трапецию, равен 12. Найти высоту этой трапеции.

**Дано:** трапеция вписана в окружность,  $r = 12$ .

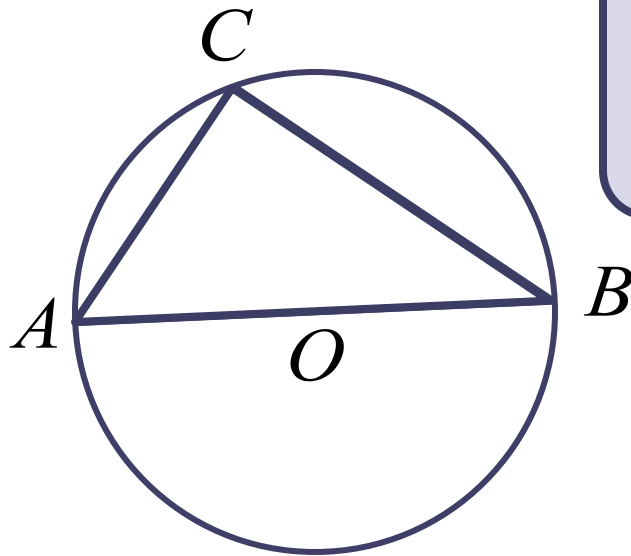
**Найти:**  $h$ .

**Решение:**

Высота трапеции равна диаметру вписанной окружности, поэтому  $h = 2 \cdot r = 2 \cdot 12 = 24$ .

**Ответ: 24.**

# ЗАДАЧА №12



Сторона АВ треугольника ABC проходит через центр описанной около него окружности . Найдите  $\angle A$ , если  $\angle B = 44^\circ$ . Ответ дайте в градусах.

**Дано:** треугольник ABC вписан в окружность,  
 $\angle B = 44^\circ$ .

**Найти:**  $\angle A$ .

**Решение:**

1)  $\angle C = 90^\circ$ , так как угол, опирающийся на диаметр,

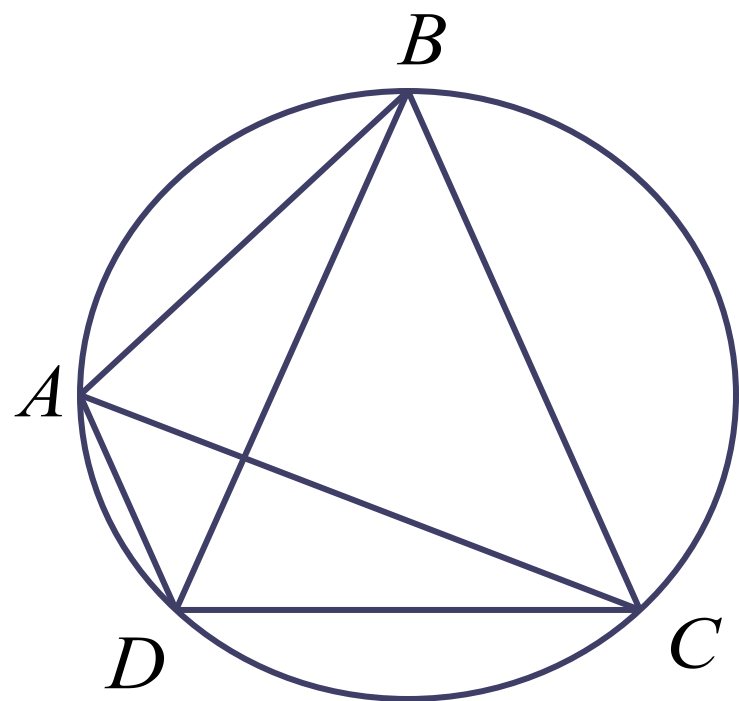
значит треугольник ABC прямоугольный.

2) По теореме о сумме углов треугольника

$$\angle A = 180^\circ - (90^\circ + 44^\circ) = 46^\circ$$

**Ответ: 46.**

# ЗАДАЧА №13



Четырехугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABD равен  $37^\circ$ , а угол CAD равен  $58^\circ$ . Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.

**Дано:** ABCD вписан в окружность,  
 $\angle ABD = 37^\circ$ ,  $\angle CAD = 58^\circ$ .

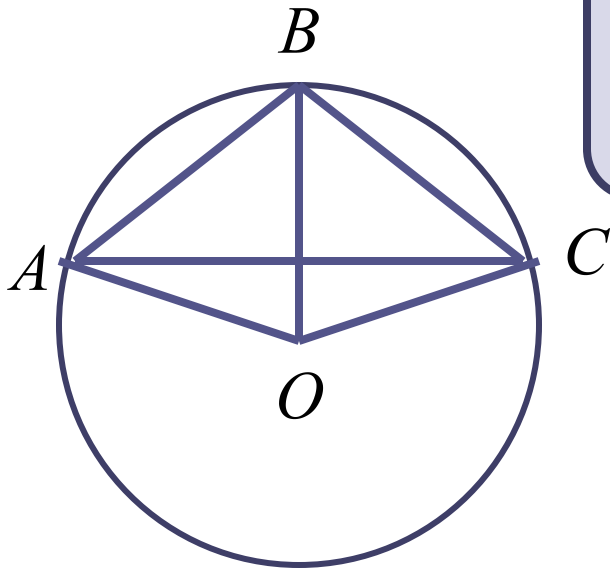
**Найти:**  $\angle ABC$ .

**Решение:**

- 1)  $\angle ABD = 37^\circ$  – вписанный угол, опирающийся на  $\sphericalangle AD$ ,  
поэтому  $\sphericalangle AD = 37^\circ \cdot 2 = 74^\circ$ .
- 2)  $\angle CAD = 58^\circ$  – вписанный угол, опирающийся на  $\sphericalangle CD$ ,  
поэтому  $\sphericalangle CD = 58^\circ \cdot 2 = 116^\circ$ .
- 3)  $\sphericalangle ADC = \sphericalangle AD + \sphericalangle DC = 74^\circ + 116^\circ = 190^\circ$ ,  
значит  $\angle ABC = 190^\circ : 2 = 95^\circ$ .

**Ответ: 95.**

# ЗАДАЧА №14



Окружность с центром в точке  $O$  описана около равнобедренного треугольника  $ABC$ , в котором  $AB = BC$  и  $\angle ABC = 107^\circ$ . Найдите величину угла  $BOC$ . Ответ дайте в градусах.

**Дано:**  $ABC$  вписан в окружность,  
 $AB = BC$ ,  $\angle ABC = 107^\circ$ .

**Найти:**  $\angle BOC$ .

**Решение:**

1) Треугольник  $ABC$  равнобедренный, поэтому в нем углы при основании равны, то есть

$$\angle A = \angle ACB = (180^\circ - 107^\circ) : 2 =$$

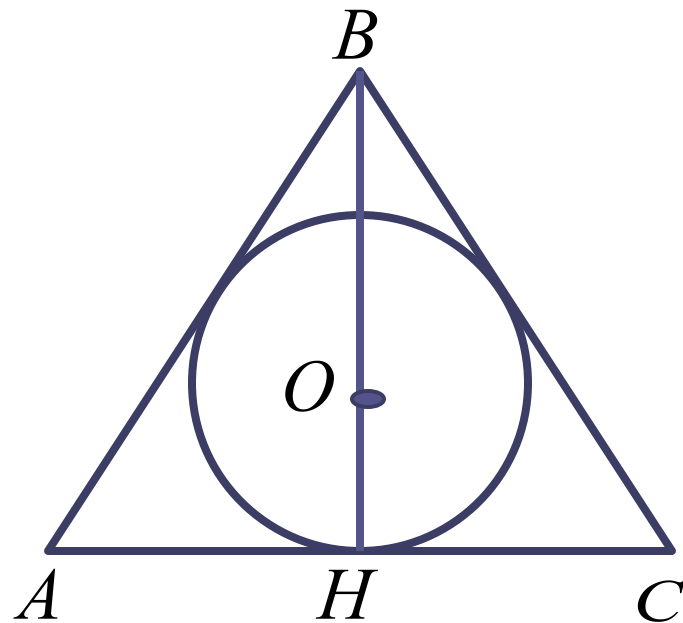
$36,5^\circ$ .

2)  $\angle BAC = 36,5^\circ$  – вписанный угол, опирающийся на  $\sphericalangle BC$ , поэтому  $\sphericalangle BC = 36,5^\circ \cdot 2 = 73^\circ$ .

3)  $\angle BOC$  – центральный угол, опирающийся на  $\sphericalangle BC$ , следовательно  $\angle BOC = \sphericalangle BC = 73^\circ$ .

**Ответ: 73.**

# ЗАДАЧА №15



Радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольник, равен 6. Найдите высоту этого треугольника.

**Дано:** треугольник ABC описан около окружности,  $r = 6$ .

**Найти:**  $h$ .

**Решение:**

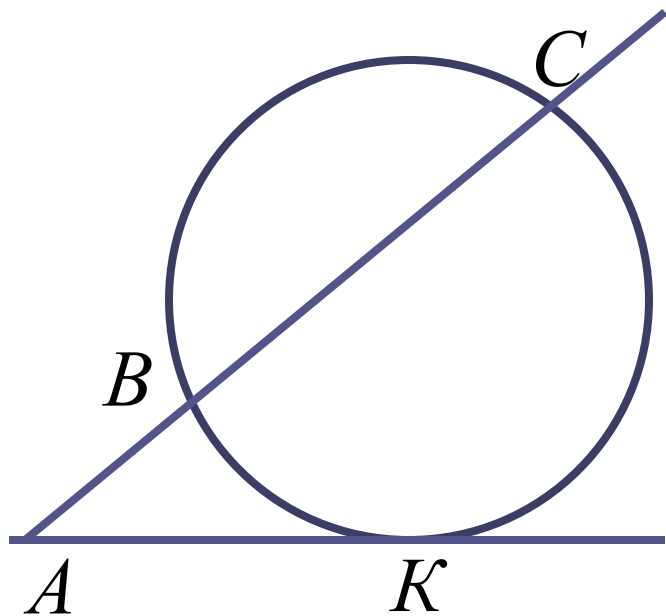
1) В равностороннем треугольнике любая высота является медианой и биссектрисой и все они пересекаются в одной точке, которая является центром вписанной и описанной окружности.

2) Медианы треугольника точкой пересечения делятся в отношении 2: 1, считая от вершины, значит  $h = 6 \cdot 3 = 18$ .

**Ответ: 18.**



# ЗАДАЧА №16



Через точку  $A$ , лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке  $K$ .

Другая прямая пересекает окружность в точках  $B$  и  $C$ , причем  $AB = 2$ ,  $AK = 4$ .

Найдите  $AC$ .

**Дано:**  $AK$  – касательная,  $AC$  – секущая,  
 $AB = 2$ ,  $AK = 4$

**Найти:**  $AC$ .

**Решение:**

$$AK^2 = AB \cdot AC$$

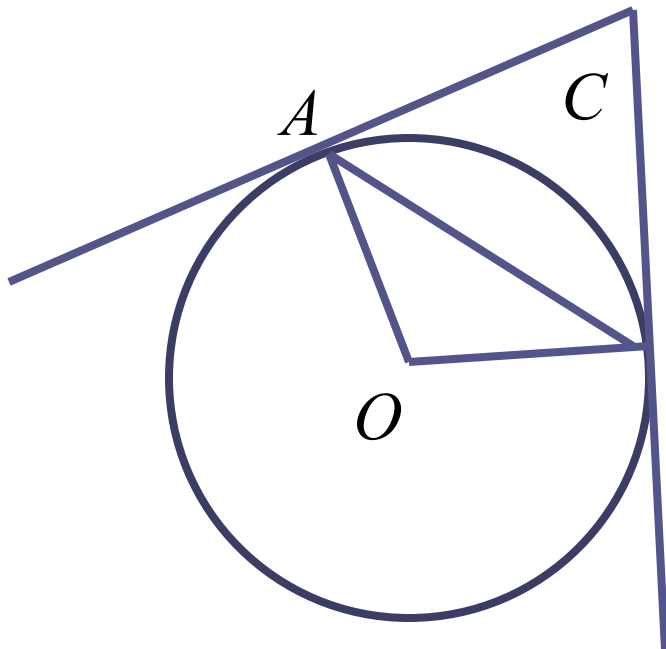
$$4^2 = 2 \cdot AC$$

$$AC = 16 : 2$$

$$AC = 8$$

**Ответ: 8.**

# ЗАДАЧА №17



Касательные в точках А и В к окружности с центром О пересекаются под углом  $82^\circ$ .  
Найдите угол АВО. Ответ дайте в градусах.

**Дано:** касательные в точках А и В пересекаются под углом  $82^\circ$ .

**Найти:**  $\angle ABO$ .

**Решение:**

1) Обозначим точку пересечения касательных буквой С .

2) Отрезки касательных СА и СВ равны, значит треугольник АСВ равнобедренный,  
 $\angle САВ = \angle СВА = (180^\circ - 82^\circ) : 2 = 49^\circ$ .

3) Радиус окружности, проведенный в точку касания, перпендикулярен касательной, поэтому  $\angle АВС = 90^\circ$ .

4)  $\angle АВО = 90^\circ - 49^\circ = 41^\circ$

**Ответ: 41.**