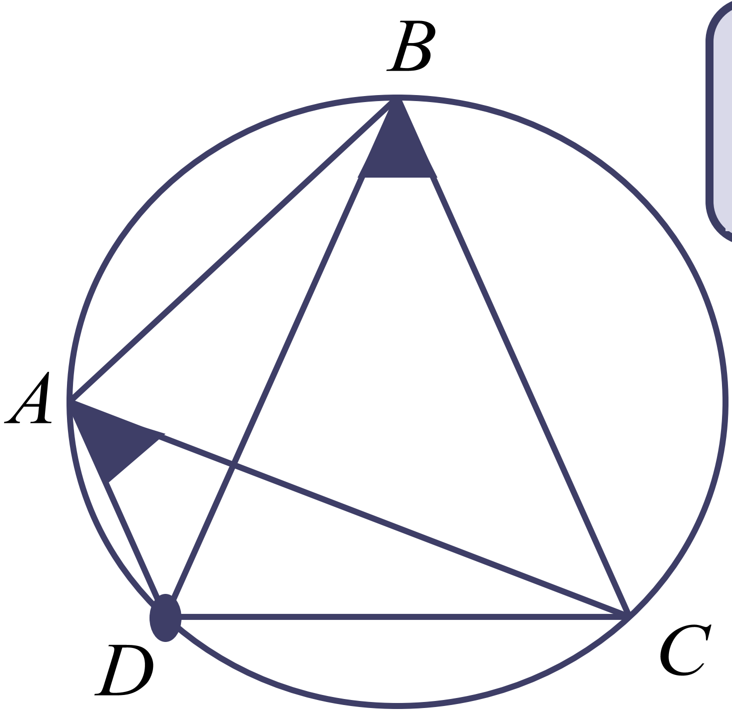
ЗАДАНИЕ №16

ЗАДАЧА №1



Четырехугольник ABCD вписан в окружность. $\angle$ ABC равен 38°, $\angle$CAD равен 33°. Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.

Дано: $\angle ABC = 38°$, $\angle CAD = 33°$.
Найти: $\angle ABD$.

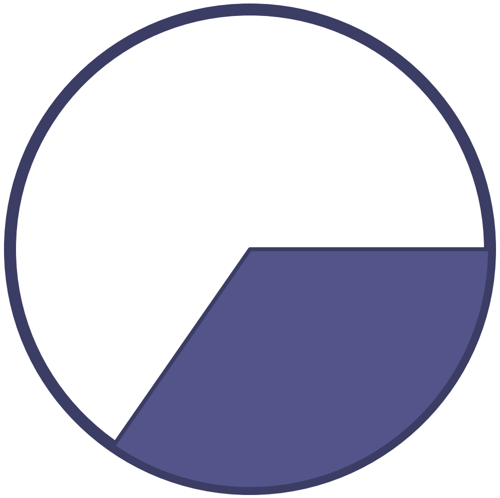
Решение:

1) $\angle DBC = \angle CAD = 33°$, так как вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу DC.

2) $\angle ABD = \angle ABC - \angle DBC = 38° - 33° = 5°$

Ответ: **5.**

ЗАДАЧА №2



Площадь круга равна 69. Найдите площадь сектора этого круга, центральный угол которого равен 120°.

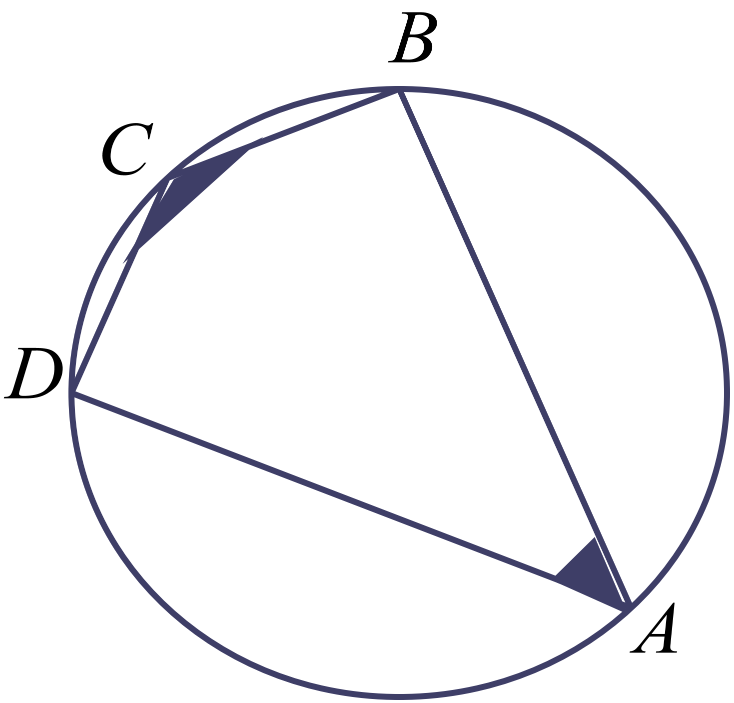
Дано: $S_{круга} = 69$, угол кругового сектора равен 120°.
Найти: $S_{сектора}$.

Решение:

$$S_{ектора} = \frac{S_{круга} \cdot 120°}{360°} = \frac{69 \cdot 1}{3} = 23$$

Ответ: **23.**

ЗАДАЧА №3



Угол А четырехугольника ABCD, вписанного в окружность, равен 33°. Найдите угол С этого четырехугольника. Ответ дайте в градусах.

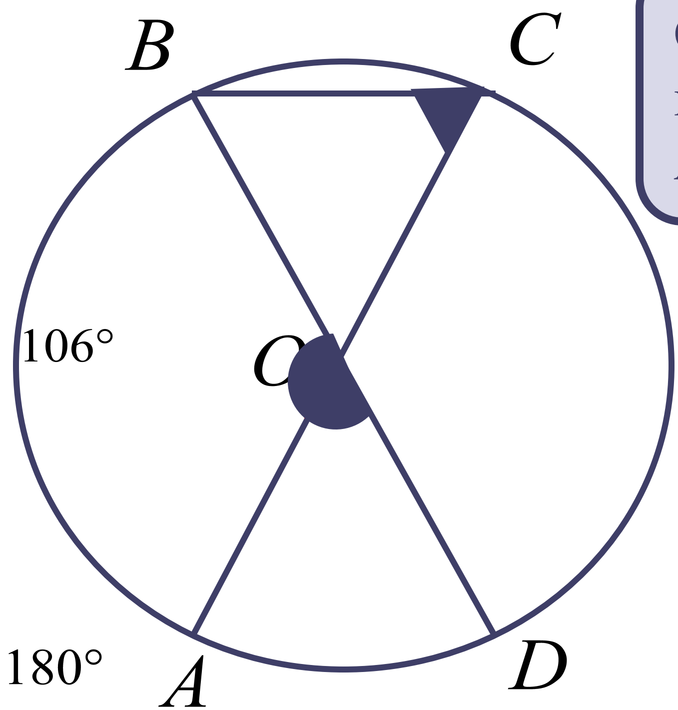
Дано: ABCD вписан в окружность, $\angle A = 33°$.
Найти: $\angle C$.

Решение:

$\angle C = 180° - \angle A = 180° - 33° = 147°$, так как сумма противоположных углов вписанного четырехугольника равна 180°.

Ответ: **147.**

ЗАДАЧА №4



Отрезки AC и BD – диаметры окружности с центром O. Угол ACB равен 53°. Найдите угол AOD. Ответ дайте в градусах.

Дано: AC и BD – диаметры окружности,
$\angle ACB = 53°$.

Найти: $\angle AOD$.

Решение:

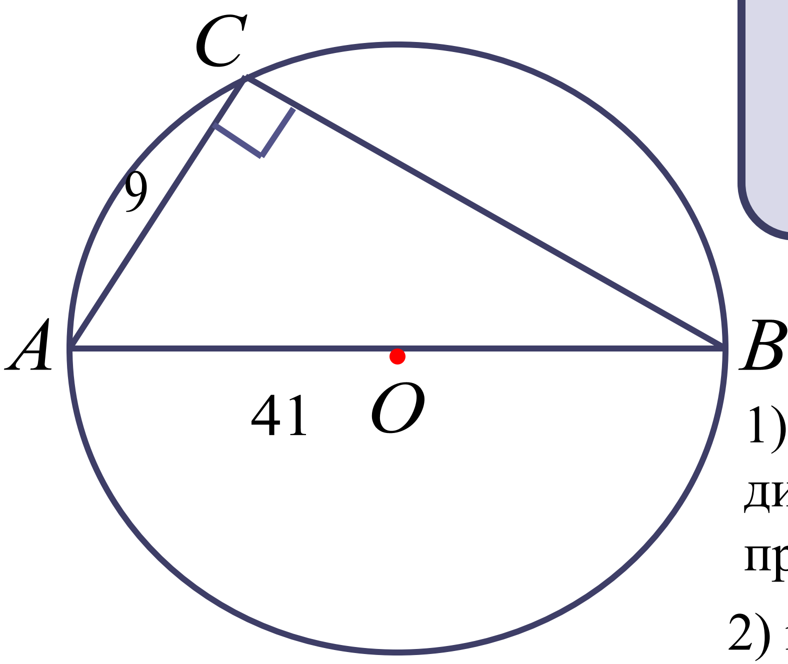
1) ACB = 53° – вписанный угол, опирающийся на ◡ AB, поэтому ◡ AB = 53° · 2 = 106°, так как вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.

2) BD – диаметр, значит ◡ BAD = 180°.

3) $\angle$ AOD – центральный угол, опирающийся на ◡ AD, следовательно $\angle$ AOD = ◡ AD = 180° – 106° = 74°.

Ответ: **74.**

ЗАДАЧА №5



Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB. Радиус окружности равен 20,5. Найдите BC, если AC = 9.

Дано: AB – d; r = 20,5; AC = 9.

Найти: BC.

Решение:

1) $\angle C = 90°$, так как угол, опирающийся на диаметр, значит треугольник ABC прямоугольный.

2) r = 20,5, следовательно AB = 20,5 · 2 = 41

3) По теореме Пифагора: $AB^2 = AC^2 + BC^2$

$41^2 = 9^2 + BC^2$

$BC^2 = 1681 - 81$

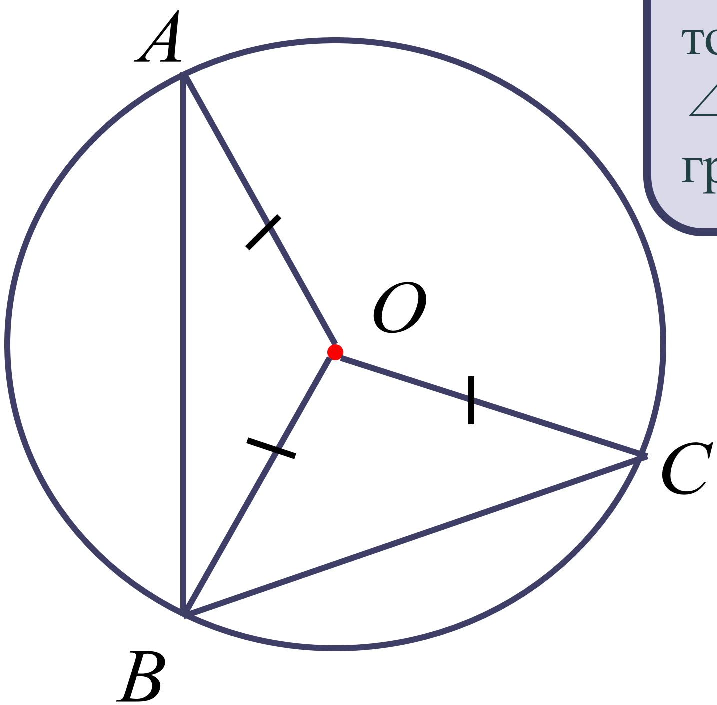
$BC^2 = 1600$

$BC = 40$

Ответ: **40.**

ЗАДАЧА №6

Точка O – центр окружности, на которой лежат точки A, B и C. Известно, что $\angle ABC = 61°$ и $\angle OAB = 8°$. Найдите угол BCO. Ответ дайте в градусах.



Дано: $\angle ABC = 61°$, $\angle OAB = 8°$.

Найти: $\angle BCO$.

Решение:

1) Проведем радиус OB, AO = BO = CO = r.

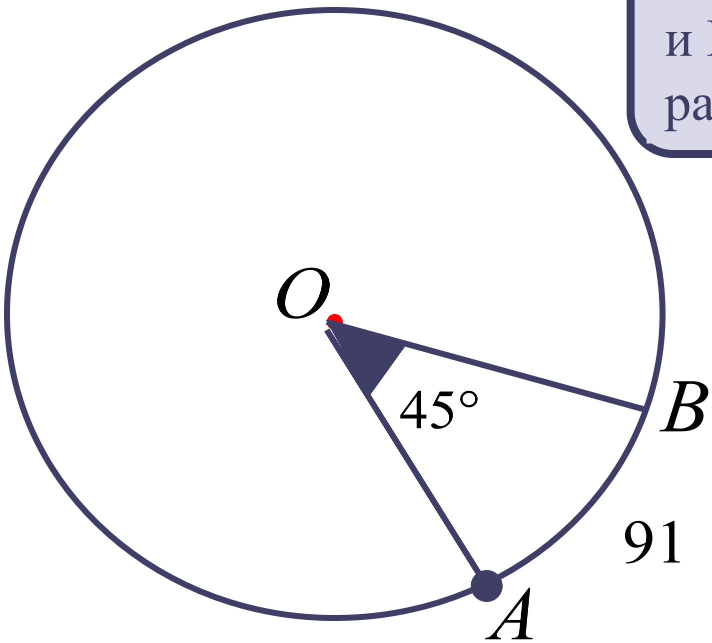
2) Треугольник AOB – равнобедренный, значит $\angle A = \angle ABO = 8°$.

3) Треугольник BOC – равнобедренный, значит $\angle BCO = \angle OBC = 61° - 8° = 53°$.

Ответ: **53.**

ЗАДАЧА №7

На окружности с центром О отмечены точки А и В так, что : $\angle AOB = 45°$. Длина меньшей дуги равна 91. Найдите длину большей дуги.



Дано: $\angle AOB = 45°$, длина меньшей дуги равна 91.

Найти: длину большей дуги.

Решение:

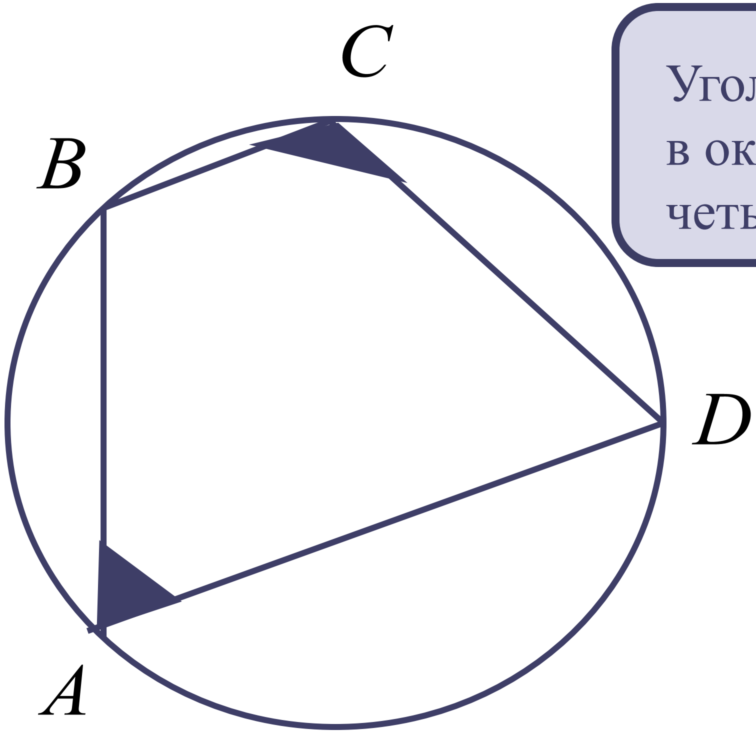
$$91 - 45°$$

$$x - (360° - 45°)$$

$$x = \frac{91 \cdot 315°}{45°} = \frac{91 \cdot 7}{1} = 637$$

Ответ: **637.**

ЗАДАЧА №8



Угол A четырехугольника ABCD, вписанного в окружность, равен 33°. Найдите угол C этого четырехугольника. Ответ дайте в градусах.

Дано: ABCD вписан в окружность,
$\angle A = 77°$.

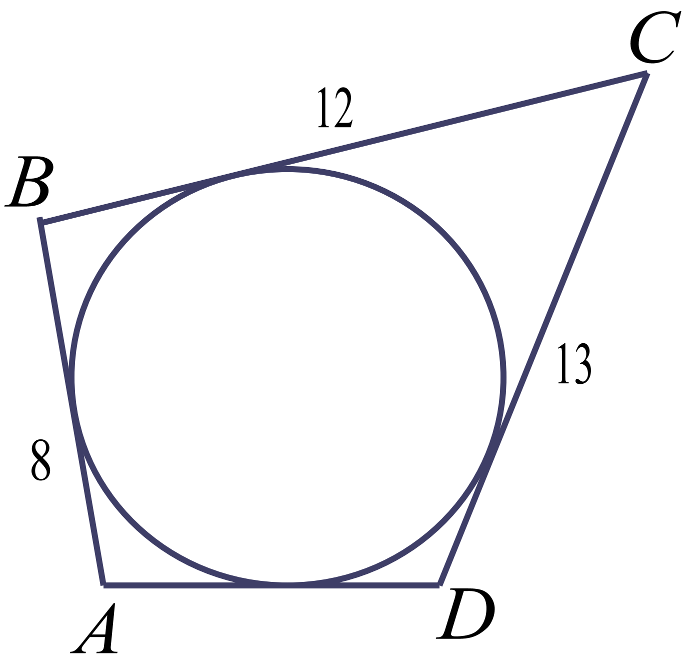
Найти: $\angle C$.

Решение:

$\angle C = 180° - \angle A = 180° - 77° = 103°$, так как сумма противоположных углов вписанного четырехугольника равна 180°.

Ответ: **103.**

ЗАДАЧА №9



Четырехугольник ABCD описан около окружности, AB = 8, BC = 12, CD = 13. Найдите AD.

Дано: ABCD описан около окружности,
AB = 8, BC = 12, CD = 13.

Найти: AD.

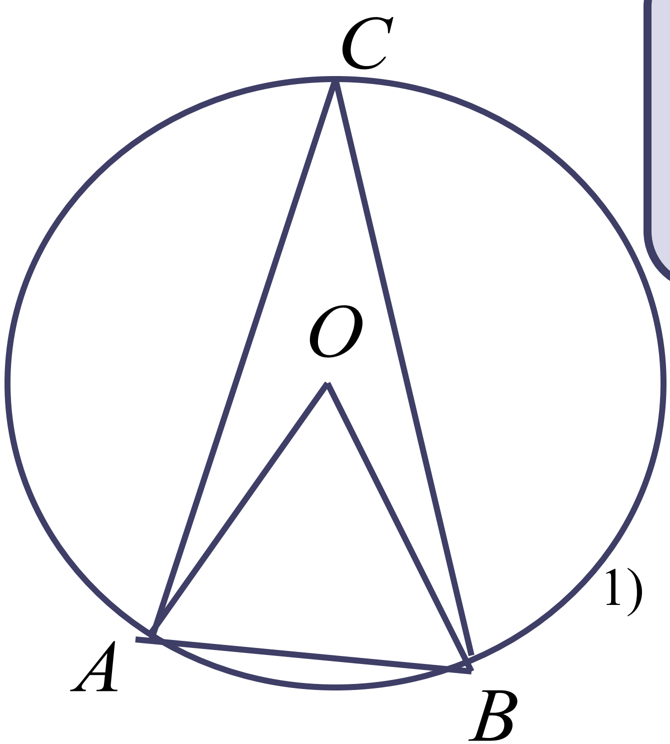
Решение:

1) AD + BC = AB + CD, так как суммы противоположных сторон описанного четырехугольника равны.

2) AD + 12 = 8 + 13
AD = 21 – 12
AD = 9

Ответ: **9.**

ЗАДАЧА №10



Треугольник ABC вписан в окружность с центром O. Точки O и C лежат в одной полуплоскости относительно прямой AB. Найдите угол ACB, если угол AOB равен 73°.

Дано: треугольник ABC вписан в окружность, $\angle AOB = 73°$.

Найти: $\angle ACB$.

Решение:

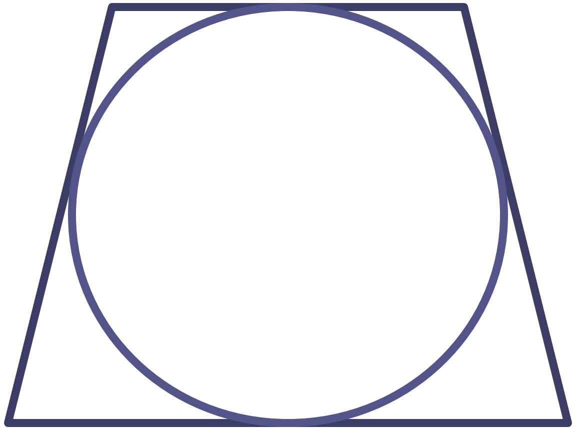
1) $\angle AOB = 73°$ – центральный угол, опирающийся на $\smile AB$, следовательно $\smile AB = 73°$.

2) $\angle ACB = 73° : 2 = 36,5°$, так как вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.

Ответ: **36,5.**

ЗАДАЧА №11

Радиус окружности, вписанной в трапецию, равен 12. Найти высоту этой трапеции.



Дано: трапеция вписана в окружность, $r = 12$.

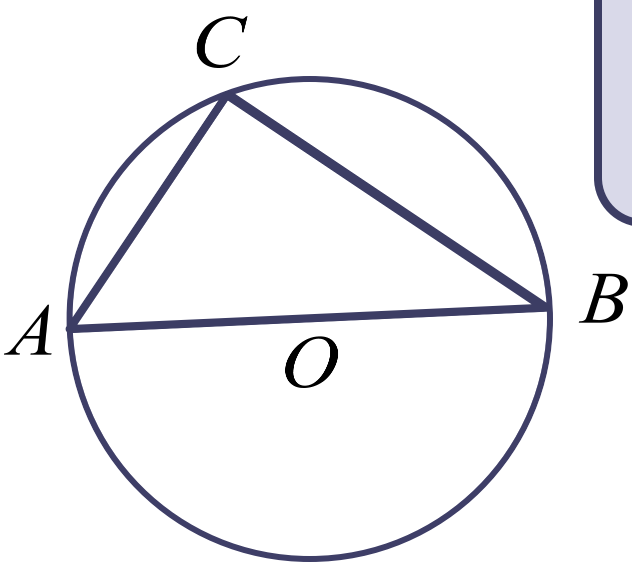
Найти: h.

Решение:

Высота трапеции равна диаметру вписанной окружности, поэтому $h = 2 \cdot r = 2 \cdot 12 = 24$.

Ответ: **24.**

ЗАДАЧА №12



Сторона AB треугольника ABC проходит через центр описанной около него окружности . Найдите $\angle$ A, если $\angle$B = 44°. Ответ дайте в градусах.

Дано: треугольник ABC вписан в окружность,
$\angle$B = 44 °.

Найти: $\angle$A.

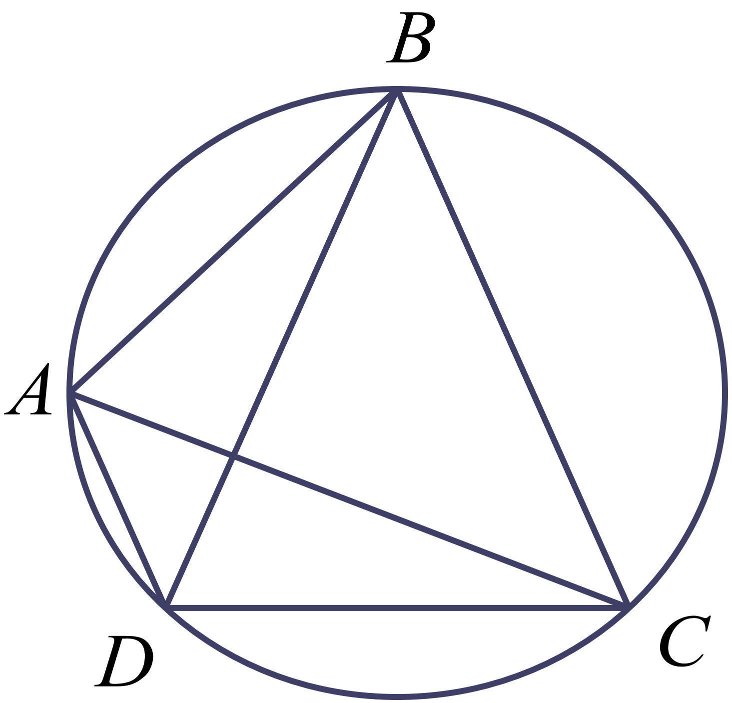
Решение:

1)$\angle$C = 90°, так как угол, опирающийся на диаметр,
значит треугольник ABC прямоугольный.

2)По теореме о сумме углов треугольника
$\angle$A = 180° – (90° + 44°) = 46°

Ответ: **46.**

ЗАДАЧА №13



Четырехугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABD равен 37°, а угол CAD равен 58°. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.

Дано: ABCD вписан в окружность,
$\angle ABD = 37°$, $\angle CAD = 58°$.

Найти: $\angle ABC$.

Решение:

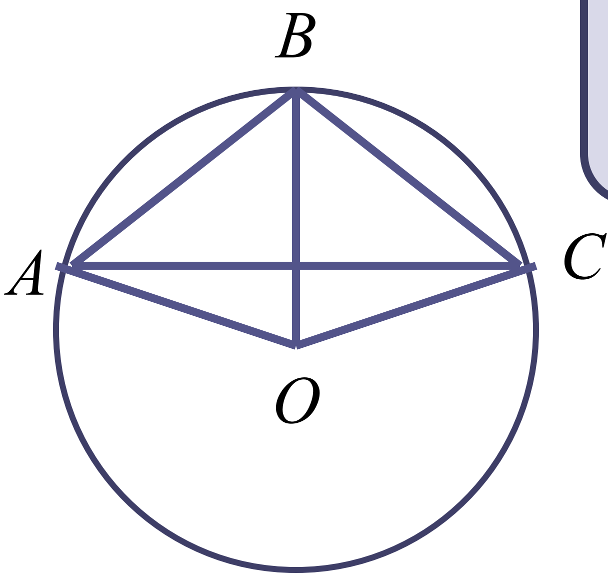
1) $\angle ABD = 37°$ – вписанный угол, опирающийся на $\smile AD$, поэтому $\smile AD = 37° \cdot 2 = 74°$.

2) $\angle CAD = 58°$ – вписанный угол, опирающийся на $\smile CD$, поэтому $\smile CD = 58° \cdot 2 = 116°$.

3) $\smile ADC = \smile AD + \smile DC = 74° + 116° = 190°$, значит $\angle ABC = 190° : 2 = 95°$.

Ответ: **95.**

ЗАДАЧА №14



Окружность с центром в точке O описана около равнобедренного треугольника ABC, в котором AB = BC и ∠ABC = 107°. Найдите величину угла BOC. Ответ дайте в градусах.

Дано: ABC вписан в окружность,
AB = BC, ∠ABC = 107°.

Найти: ∠BOC.

Решение:

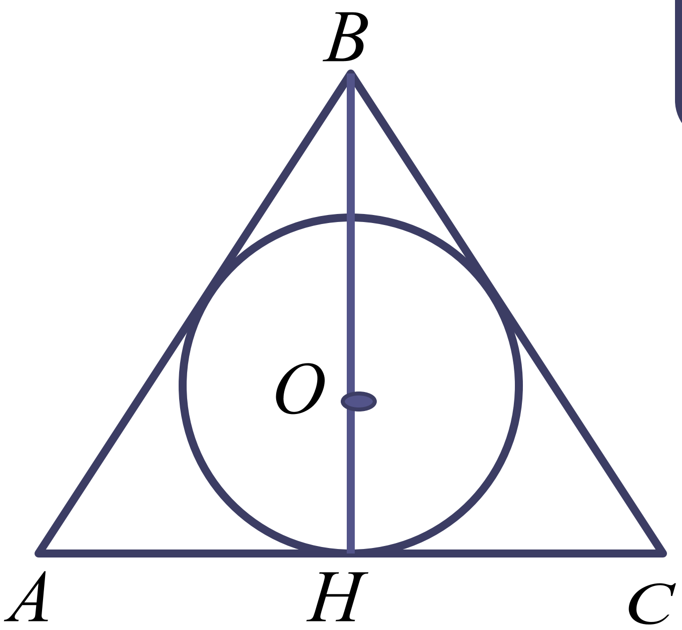
1)Треугольник ABC равнобедренный, поэтому в нем углы при основании равны, то есть
∠A = ∠ACB = (180° – 107°) : 2 = 36,5°.

2)∠BAC = 36,5° – вписанный угол, опирающийся на ◡BC, поэтому ◡BC = 36,5° · 2 = 73°.

3)∠ BOC – центральный угол, опирающийся на ◡BC, следовательно ∠ BOC = ◡BC = 73°.

Ответ: **73.**

ЗАДАЧА №15



Радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольник, равен 6. Найдите высоту этого треугольника.

Дано: треугольник ABC описан около окружности, r = 6.

Найти: h.

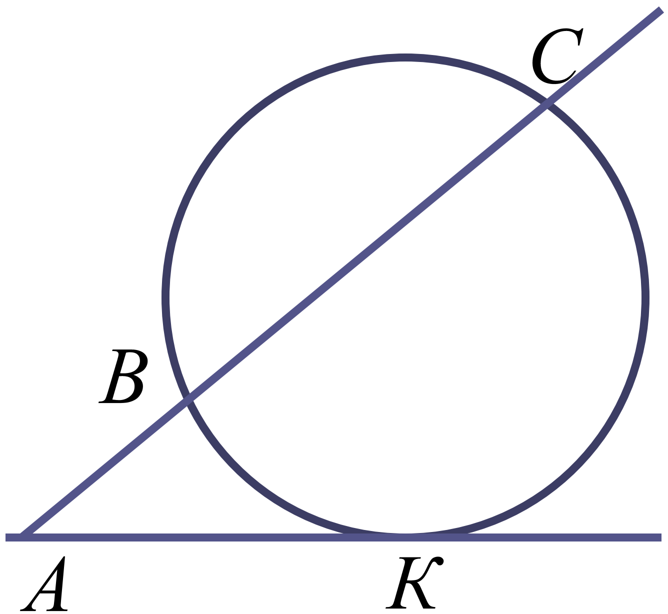
Решение:

1) В равностороннем треугольнике любая высота является медианой и биссектрисой и все они пересекаются в одной точке, которая является центром вписанной и описанной окружности.

2) Медианы треугольника точкой пересечения делятся в отношении 2: 1, считая от вершины, значит h = 6 · 3 = 18.

Ответ: **18.**

ЗАДАЧА №16



Через точку А, лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке К.
Другая прямая пересекает окружность в точках В и С, причем АВ = 2, АК = 4.
Найдите АС.

Дано: АК – касательная, АС – секущая,
АВ = 2, АК = 4

Найти: АС.

Решение:

$AK^2 = AB \cdot AC$

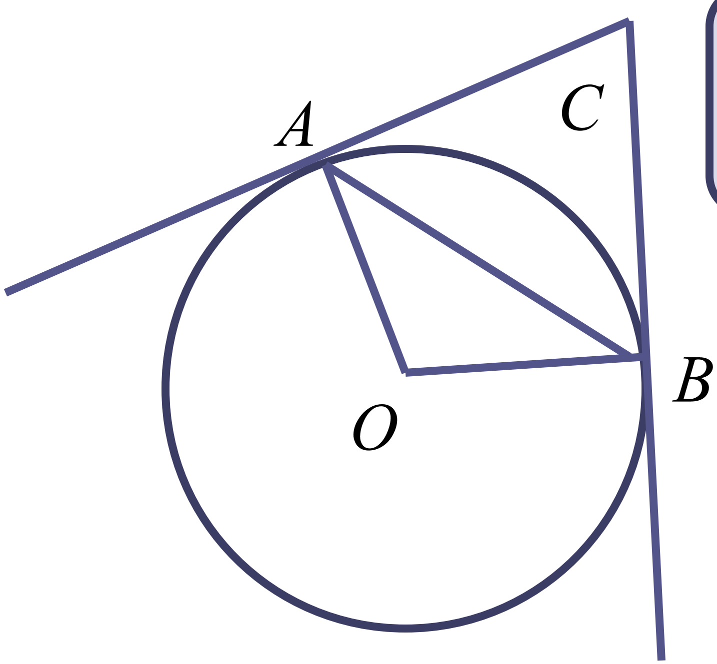
$4^2 = 2 \cdot AC$

$AC = 16 : 2$

$AC = 8$

Ответ: **8.**

ЗАДАЧА №17



Касательные в точках A и B к окружности с центром O пересекаются под углом 82°. Найдите угол ABO. Ответ дайте в градусах.

Дано: касательные в точках A и B пересекаются под углом 82°.

Найти: $\angle$ABO.

Решение:

1)Обозначим точку пересечения касательных буквой C .

2)Отрезки касательных CA и CB равны, значит треугольник ACB равнобедренный, $\angle CAB = \angle CBA = (180° – 82°) : 2 = 49°$.

3)Радиус окружности, проведенный в точку касания, перпендикулярен касательной, поэтому $\angle ABC = 90°$.

4)$\angle ABO = 90° – 49° = 41°$

Ответ: **41.**