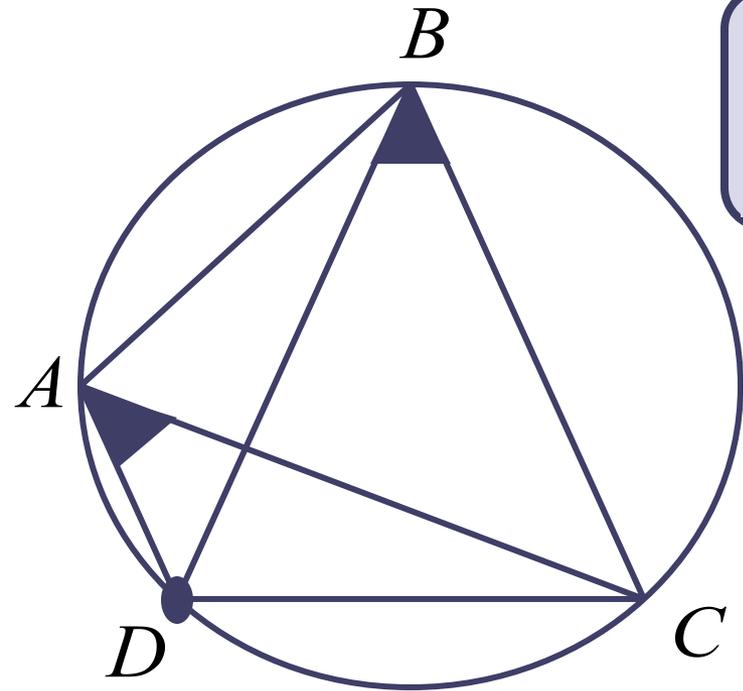


ЗАДАНИЕ №16

ЗАДАЧА №1



Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. $\angle ABC$ равен 38° , $\angle CAD$ равен 33° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.

Дано: $\angle ABC = 38^\circ$, $\angle CAD = 33^\circ$.

Найти: $\angle ABD$.

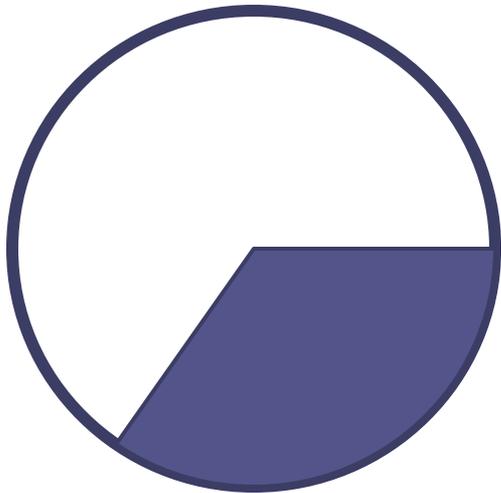
Решение:

1) $\angle DBC = \angle CAD = 33^\circ$, так как вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу DC .

2) $\angle ABD = \angle ABC - \angle DBC = 38^\circ - 33^\circ = 5^\circ$

Ответ: 5.

ЗАДАЧА №2



Площадь круга равна 69. Найдите площадь сектора этого круга, центральный угол которого равен 120° .

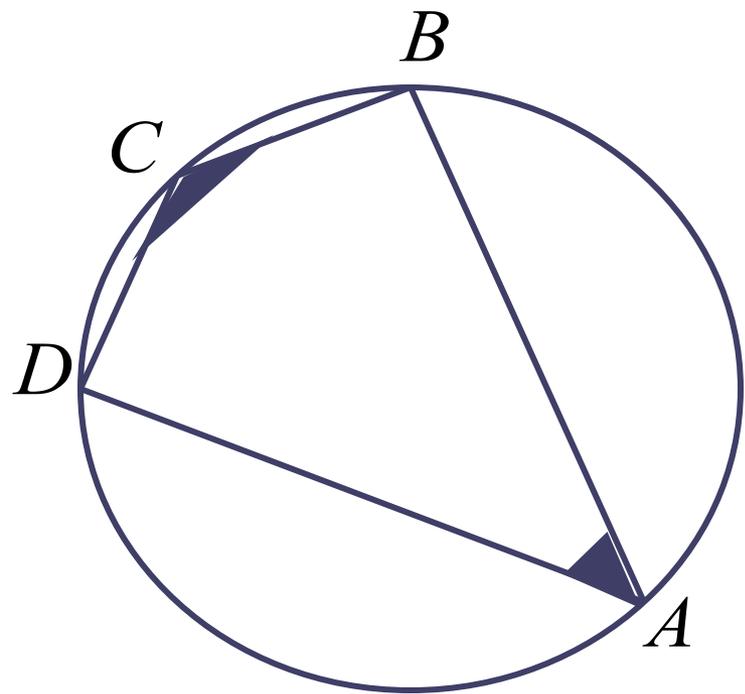
Дано: $S_{\text{круга}} = 69$, угол кругового сектора равен 120° .
Найти: $S_{\text{сектора}}$.

Решение:

$$S_{\text{сектора}} = \frac{S_{\text{круга}} \cdot 120^\circ}{360^\circ} = \frac{69 \cdot 1}{3} = 23$$

Ответ: 23.

ЗАДАЧА №3



Угол A четырехугольника $ABCD$, вписанного в окружность, равен 33° .
Найдите угол C этого четырехугольника.
Ответ дайте в градусах.

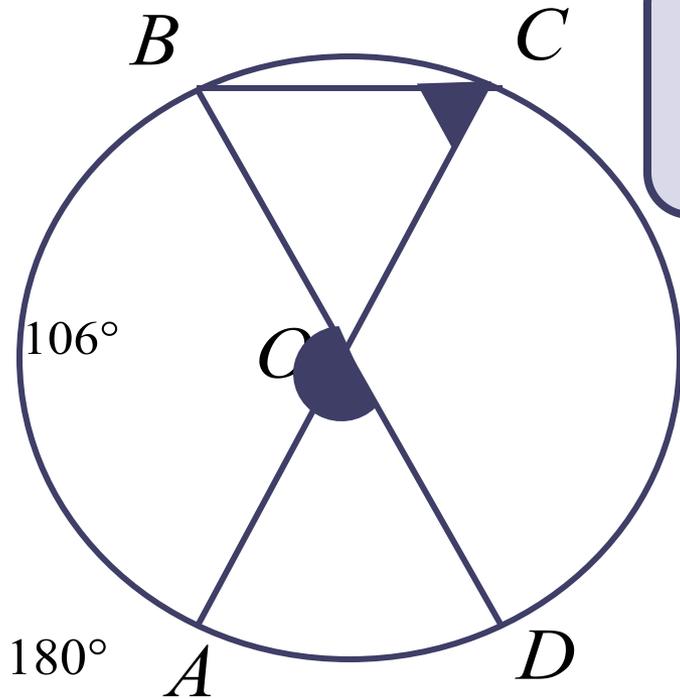
Дано: $ABCD$ вписан в окружность, $\angle A = 33^\circ$.
Найти: $\angle C$.

Решение:

$\angle C = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 33^\circ = 147^\circ$, так как сумма противоположных углов вписанного четырехугольника равна 180° .

Ответ: 147.

ЗАДАЧА №4



Отрезки AC и BD – диаметры окружности с центром O. Угол ACB равен 53° . Найдите угол AOD. Ответ дайте в градусах.

Дано: AC и BD – диаметры окружности,
 $\angle ACB = 53^\circ$.

Найти: $\angle AOD$.

Решение:

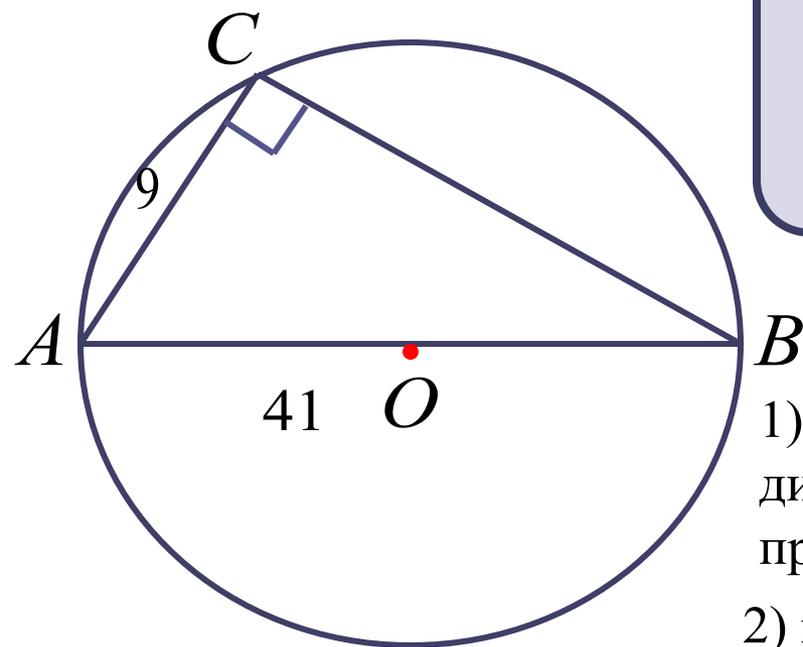
1) $\angle ACB = 53^\circ$ – вписанный угол, опирающийся на $\sphericalcap AB$, поэтому $\sphericalcap AB = 53^\circ \cdot 2 = 106^\circ$, так как вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.

2) BD – диаметр, значит $\sphericalcap BAD = 180^\circ$.

3) $\angle AOD$ – центральный угол, опирающийся на $\sphericalcap AD$, следовательно $\angle AOD = \sphericalcap AD = 180^\circ - 106^\circ = 74^\circ$.

Ответ: 74.

ЗАДАЧА №5



Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB. Радиус окружности равен 20,5. Найдите BC, если $AC = 9$.

Дано: $AB = d$; $r = 20,5$; $AC = 9$.

Найти: BC.

Решение:

1) $\angle C = 90^\circ$, так как угол, опирающийся на диаметр, значит треугольник ABC прямоугольный.

2) $r = 20,5$, следовательно $AB = 20,5 \cdot 2 = 41$

3) По теореме Пифагора:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$41^2 = 9^2 + BC^2$$

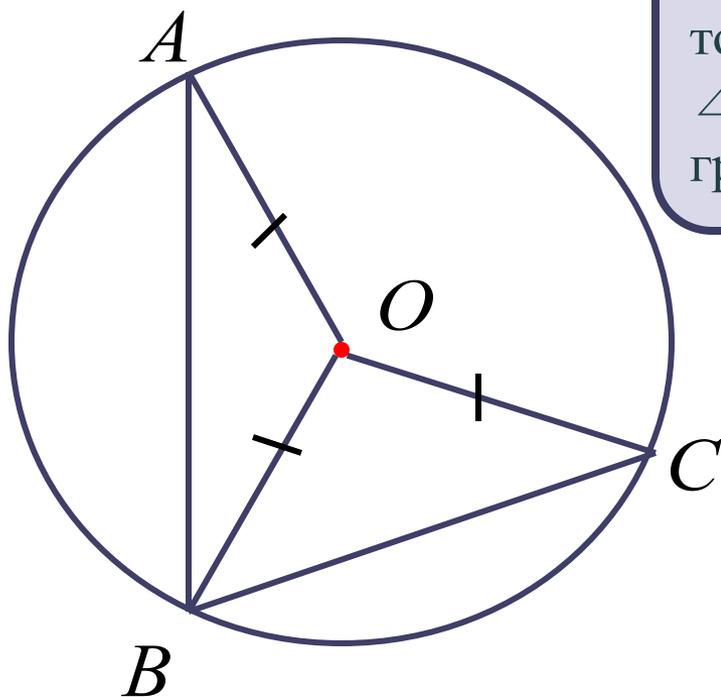
$$BC^2 = 1600$$

$$BC^2 = 1681 - 81$$

$$BC = 40$$

Ответ: 40.

ЗАДАЧА №6



Точка O – центр окружности, на которой лежат точки A , B и C . Известно, что $\angle ABC = 61^\circ$ и $\angle OAB = 8^\circ$. Найдите угол BCO . Ответ дайте в градусах.

Дано: $\angle ABC = 61^\circ$, $\angle OAB = 8^\circ$.

Найти: $\angle BCO$.

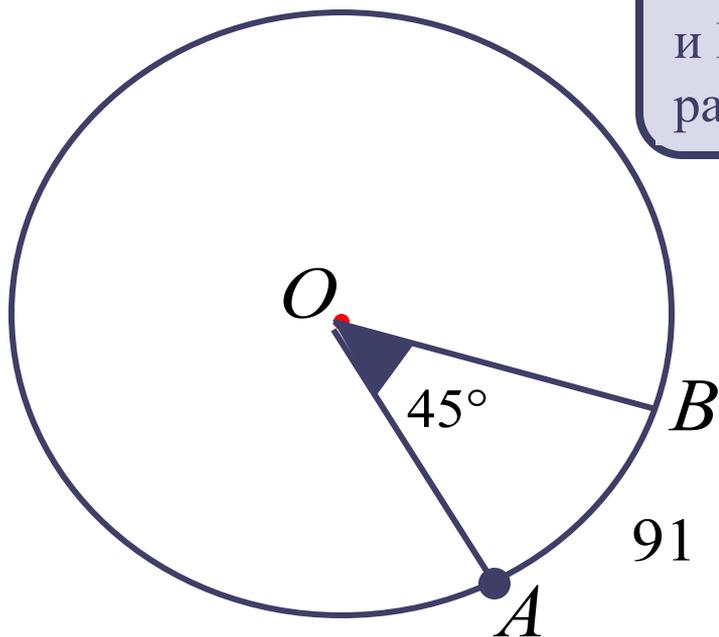
Решение:

- 1) Проведем радиус OB , $AO = BO = CO = r$.
- 2) Треугольник AOB – равнобедренный, значит $\angle A = \angle ABO = 8^\circ$.
- 3) Треугольник BOC – равнобедренный, значит $\angle BCO = \angle OBC = 61^\circ - 8^\circ = 53^\circ$.

Ответ: 53.

ЗАДАЧА №7

На окружности с центром O отмечены точки A и B так, что $\angle AOB = 45^\circ$. Длина меньшей дуги равна 91. Найдите длину большей дуги.



Дано: $\angle AOB = 45^\circ$, длина меньшей дуги равна 91.

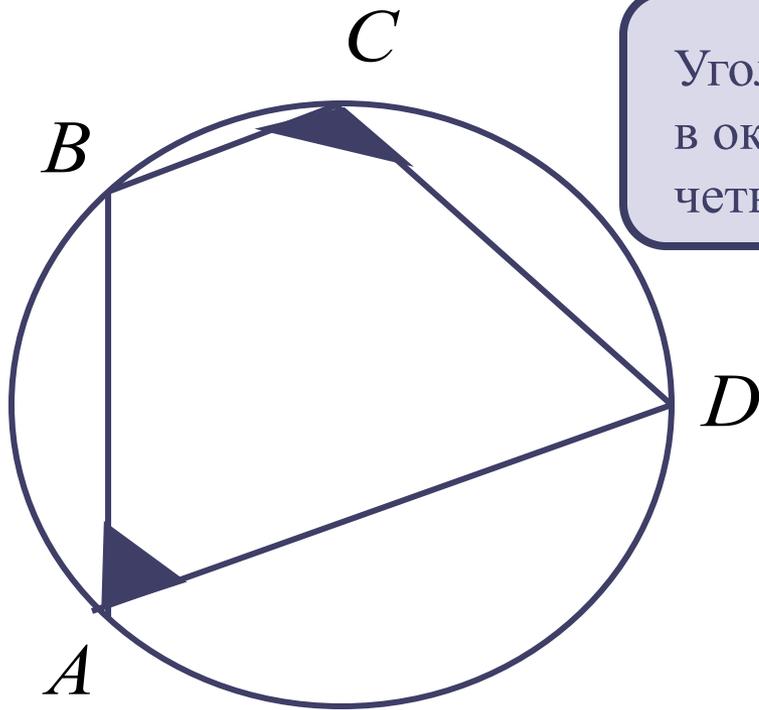
Найти: длину большей дуги.

Решение:

$$\begin{aligned} &91 - 45^\circ \\ &x - (360^\circ - 45^\circ) \\ &x = \frac{91 \cdot 315^\circ}{45^\circ} = \frac{91 \cdot 7}{1} = 637 \end{aligned}$$

Ответ: 637.

ЗАДАЧА №8



Угол A четырехугольника $ABCD$, вписанного в окружность, равен 33° . Найдите угол C этого четырехугольника. Ответ дайте в градусах.

Дано: $ABCD$ вписан в окружность,
 $\angle A = 77^\circ$.

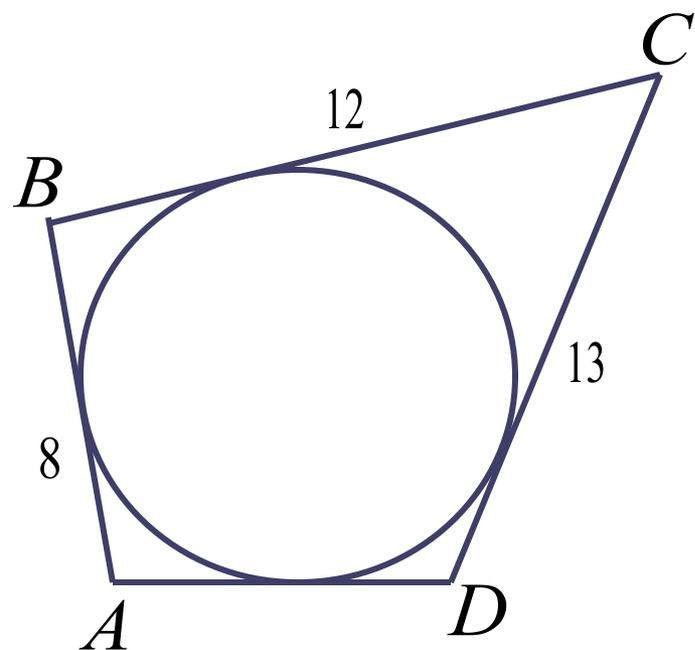
Найти: $\angle C$.

Решение:

$\angle C = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 77^\circ = 103^\circ$, так как сумма противоположных углов вписанного четырехугольника равна 180° .

Ответ: 103.

ЗАДАЧА №9



Четырехугольник ABCD описан около окружности, $AB = 8$, $BC = 12$, $CD = 13$.
Найдите AD.

Дано: ABCD описан около окружности,
 $AB = 8$, $BC = 12$, $CD = 13$.

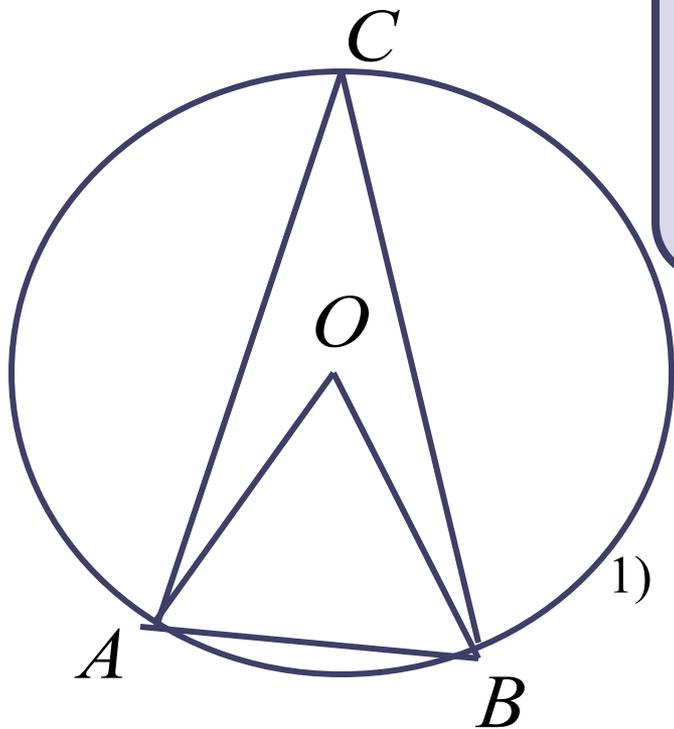
Найти: AD.

Решение:

- 1) $AD + BC = AB + CD$, так как суммы противоположных сторон описанного четырехугольника равны.
- 2) $AD + 12 = 8 + 13$
 $AD = 21 - 12$
 $AD = 9$

Ответ: 9.

ЗАДАЧА №10



Треугольник ABC вписан в окружность с центром O. Точки O и C лежат в одной полуплоскости относительно прямой AB. Найдите угол ACB, если угол AOB равен 73° .

Дано: треугольник ABC вписан в окружность, $\angle AOB = 73^\circ$.

Найти: $\angle ACB$.

Решение:

- 1) $\angle AOB = 73^\circ$ – центральный угол, опирающийся на $\overset{\frown}{AB}$, следовательно $\overset{\frown}{AB} = 73^\circ$.
- 2) $\angle ACB = 73^\circ : 2 = 36,5^\circ$, так как вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.

Ответ: 36,5.

ЗАДАЧА №11

Радиус окружности, вписанной в трапецию, равен 12. Найти высоту этой трапеции.

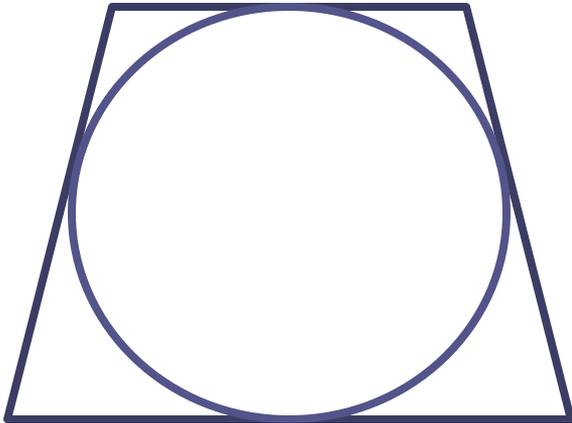
Дано: трапеция вписана в окружность, $r = 12$.

Найти: h .

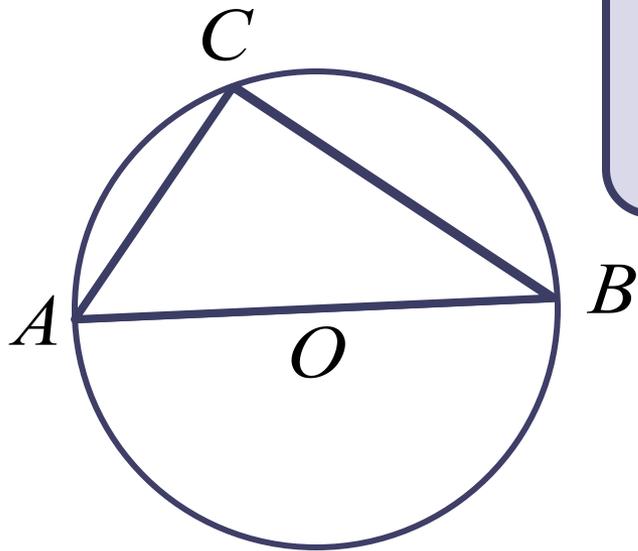
Решение:

Высота трапеции равна диаметру вписанной окружности, поэтому $h = 2 \cdot r = 2 \cdot 12 = 24$.

Ответ: 24.



ЗАДАЧА №12



Сторона АВ треугольника ABC проходит через центр описанной около него окружности. Найдите $\angle A$, если $\angle B = 44^\circ$. Ответ дайте в градусах.

Дано: треугольник ABC вписан в окружность,
 $\angle B = 44^\circ$.

Найти: $\angle A$.

Решение:

1) $\angle C = 90^\circ$, так как угол, опирающийся на диаметр,

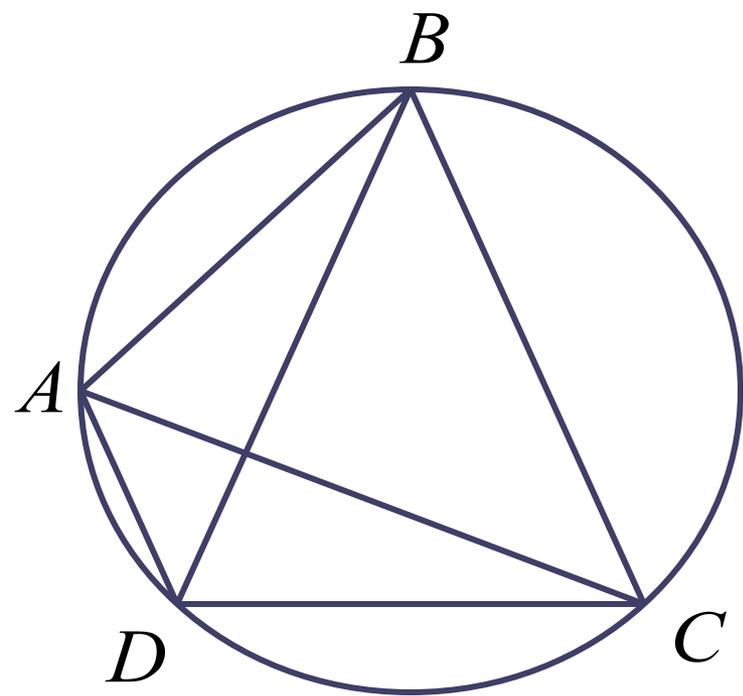
значит треугольник ABC прямоугольный.

2) По теореме о сумме углов треугольника

$$\angle A = 180^\circ - (90^\circ + 44^\circ) = 46^\circ$$

Ответ: 46.

ЗАДАЧА №13



Четырехугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABD равен 37° , а угол CAD равен 58° . Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.

Дано: ABCD вписан в окружность,
 $\angle ABD = 37^\circ$, $\angle CAD = 58^\circ$.

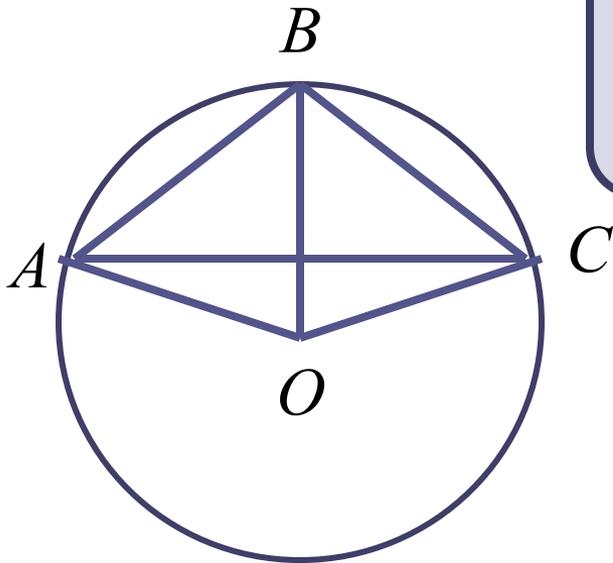
Найти: $\angle ABC$.

Решение:

- 1) $\angle ABD = 37^\circ$ – вписанный угол, опирающийся на $\sphericalangle AD$,
поэтому $\sphericalangle AD = 37^\circ \cdot 2 = 74^\circ$.
- 2) $\angle CAD = 58^\circ$ – вписанный угол, опирающийся на $\sphericalangle CD$,
поэтому $\sphericalangle CD = 58^\circ \cdot 2 = 116^\circ$.
- 3) $\sphericalangle ADC = \sphericalangle AD + \sphericalangle DC = 74^\circ + 116^\circ = 190^\circ$,
значит $\angle ABC = 190^\circ : 2 = 95^\circ$.

Ответ: 95.

ЗАДАЧА №14



Окружность с центром в точке O описана около равнобедренного треугольника ABC , в котором $AB = BC$ и $\angle ABC = 107^\circ$. Найдите величину угла BOC . Ответ дайте в градусах.

Дано: ABC вписан в окружность,
 $AB = BC$, $\angle ABC = 107^\circ$.

Найти: $\angle BOC$.

Решение:

1) Треугольник ABC равнобедренный, поэтому в нем углы при основании равны, то есть

$$\angle A = \angle ACB = (180^\circ - 107^\circ) : 2 =$$

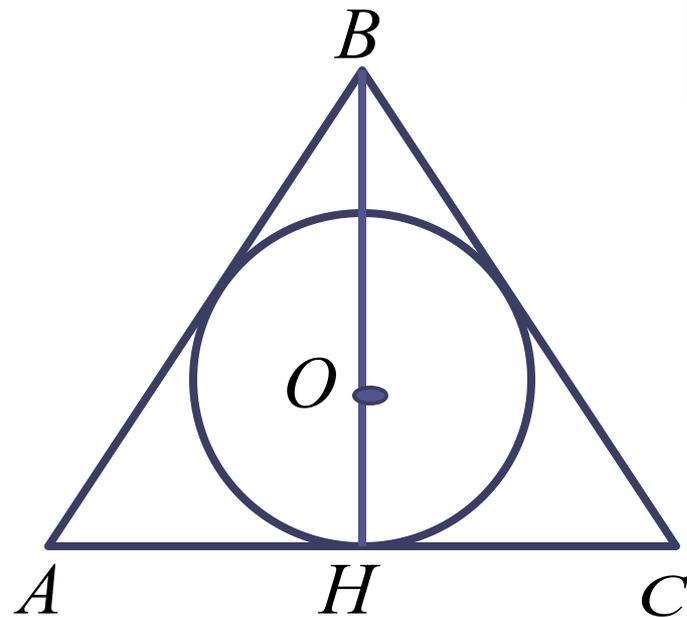
$36,5^\circ$.

2) $\angle BAC = 36,5^\circ$ – вписанный угол, опирающийся на $\sphericalcap BC$, поэтому $\sphericalcap BC = 36,5^\circ \cdot 2 = 73^\circ$.

3) $\angle BOC$ – центральный угол, опирающийся на $\sphericalcap BC$, следовательно $\angle BOC = \sphericalcap BC = 73^\circ$.

Ответ: 73.

ЗАДАЧА №15



Радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольник, равен 6. Найдите высоту этого треугольника.

Дано: треугольник ABC описан около окружности, $r = 6$.

Найти: h .

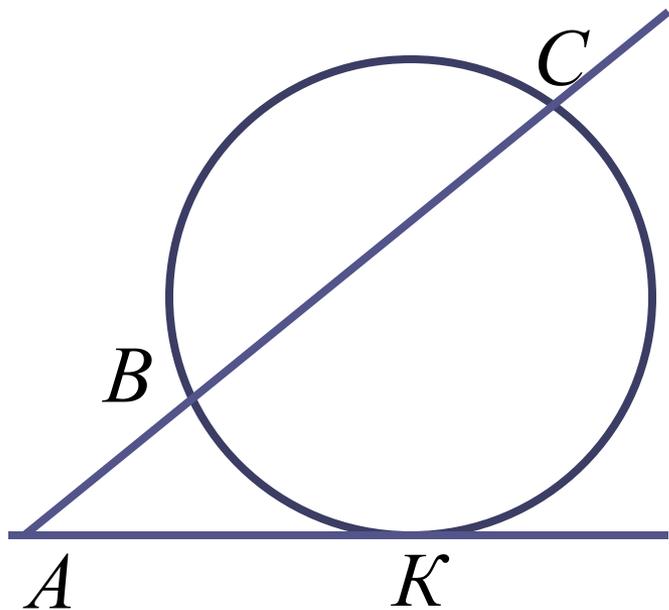
Решение:

1) В равностороннем треугольнике любая высота является медианой и биссектрисой и все они пересекаются в одной точке, которая является центром вписанной и описанной окружности.

2) Медианы треугольника точкой пересечения делятся в отношении 2: 1, считая от вершины, значит $h = 6 \cdot 3 = 18$.

Ответ: 18.

ЗАДАЧА №16



Через точку A , лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке K .

Другая прямая пересекает окружность в точках B и C , причем $AB = 2$, $AK = 4$.

Найдите AC .

Дано: AK – касательная, AC – секущая,
 $AB = 2$, $AK = 4$

Найти: AC .

Решение:

$$AK^2 = AB \cdot AC$$

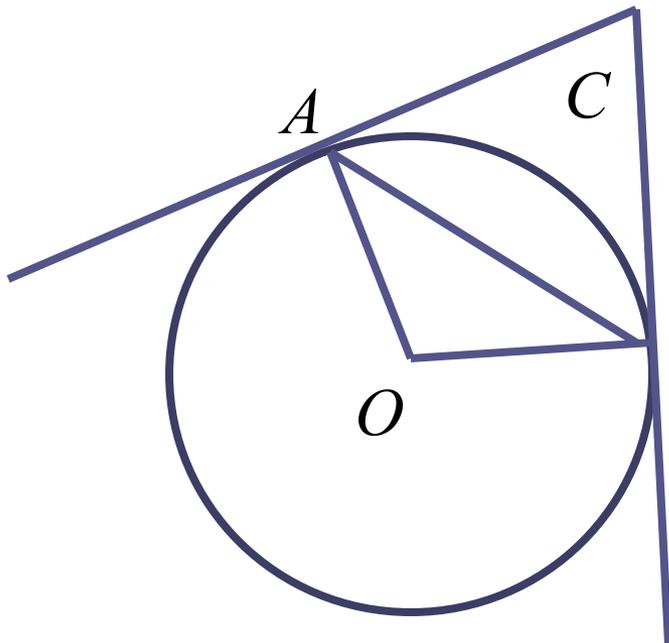
$$4^2 = 2 \cdot AC$$

$$AC = 16 : 2$$

$$AC = 8$$

Ответ: 8.

ЗАДАЧА №17



Касательные в точках А и В к окружности с центром О пересекаются под углом 82° .
Найдите угол АВО. Ответ дайте в градусах.

Дано: касательные в точках А и В пересекаются под углом 82° .

Найти: $\angle ABO$.

Решение:

1) Обозначим точку пересечения касательных буквой С .

2) Отрезки касательных СА и СВ равны, значит треугольник АСВ равнобедренный,
 $\angle САВ = \angle СВА = (180^\circ - 82^\circ) : 2 = 49^\circ$.

3) Радиус окружности, проведенный в точку касания, перпендикулярен касательной, поэтому $\angle АВС = 90^\circ$.

4) $\angle АВО = 90^\circ - 49^\circ = 41^\circ$

Ответ: 41.