

Закон всемирного тяготения.

**Составила учитель физики МБОУ СОШ
№28**

Борисова Анастасия Евгеньевна

Мы с вами уже знаем, что на любое тело массой m , которое находится вблизи поверхности Земли, всегда действует сила тяжести: $F_t = mg$.

Эта сила обусловлена притяжением Земли. Таким образом, Земля действует на тело, притягивая его к себе.

По третьему закону Ньютона тело тоже притягивает к себе Землю с такой же по модулю силой. Значит, Земля и тело, находящееся вблизи ее поверхности, притягиваются др к др. **Ньютон** предположил, а потом и доказал, что не только Земля и любое тело вблизи ее поверхности, но и все тела во Вселенной притягиваются друг к другу.

**Все тела во Вселенной
притягиваются друг к другу.
Силы этого притяжения
называют силами всемирного
тяготения или гравитационными
силами.**

Нужно определить, от чего зависят гравитационные силы взаимодействия двух тел.

Рассмотрим знакомую схему силу тяжести $F_t = mg$, действующую на тело массой m вблизи поверхности Земли. Ее модуль всегда пропорционален массе того тела, на которое она действует: $F_t \sim m$.

Тогда сделаем вывод: гравитационная сила всегда пропорциональна массе этого тела, на которое она действует.

Гравитационная сила всегда пропорциональна массе этого тела, на которое она действует.

Но так же эта сила является силой взаимодействия двух тел.

По третьему закону Ньютона со стороны тела массой m на Землю действует такая же по модулю сила притяжения. Эта сила должна быть пропорциональна и массе Земли M , т.е. пропорциональна массе второго тела, который принимает участие в гравитационном взаимодействии: $F \sim M$

Если в гравитационном взаимодействии участвуют два тела массами m и M , то модуль силы этого взаимодействия пропорционален произведению масс этих тел: $F \sim m * M$

Чтобы понять вид этой зависимости, Ньютон предположил, что движение Луны вокруг Земли происходит под действием силы тяготения F_t со стороны Земли.

Другими словами, Земля действует на Луну с гравитационной силой, как и на любое тело, летящее вблизи ее поверхности.

В результате гравитационного действия со стороны Земли и тело (например, камень), и Луна приобретают ускорения. Модули этих ускорений различны. Это предположительно обусловлено существенным различием в расстояниях от центра Земли до камня и до центра Луны.

Ускорение, приобретаемое камнем- это ускорение g . Ускорение Луны можно определить, зная траекторию ее движения. Во времена Ньютона траектория Луны была хорошо известна из наблюдений по астрономии.

Благодаря этим наблюдениям, мы смогли определить ускорение Луны.

Его модуль оказался примерно в 3600 раз меньше, чем модуль g ускорения свободного падения вблизи поверхности Земли.

Расстояние от центра Земли до центра Луны приблизительно в 60 раз больше расстояния от центра Земли до ее поверхности. Значит, увеличение расстояния в 60 раз приводит к уменьшению ускорения, сообщаемого гравитационной силой, в 3600 раз.

Сопоставление этих чисел ($60^2=3600$) позволило Ньюто́ну предположить, что модуль ускорения, которое сообщает телу гравитационная сила Земли, убывает обратно пропорционально квадрату расстояния R от центра Земли до центра рассматриваемого тела. Поэтому в соответствии со вторым законом Ньютона модуль силы гравитационного взаимодействия двух тел так же убывает обратно пропорционально квадрату расстояния между ними:

$$F \sim \frac{1}{R^2}$$

- Поэтому, Ньютон сделал вывод о том, что модуль гравитационной силы взаимодействия Земли и любой материальной точки (любого тела) прямо пропорционален произведению их масс и обратно пропорционален квадрату расстояния от центра

$$\text{Земли до этого тела : } F \sim \frac{m \cdot M}{R^2}$$

В 1687г. Ньютон открыл закон всемирного тяготения:

Две материальные точки массами m_1 и m_2 притягиваются друг к другу с силой, прямо пропорциональной произведению их масс и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними.

$$| F | = G * \frac{m_1 * m_2}{R^2}$$

G- универсальная постоянная,
которая называется

гравитационной постоянной.

В настоящее время она равна

$$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$$

Название величины	Обозначение	Единица измерения	Формула
-------------------	-------------	-------------------	---------

<i>Масса планеты</i>	<i>M</i>	кг	$M = \frac{gR^2}{G}$
----------------------	----------	----	----------------------

<i>Расстояние между телами или их центрами</i>	<i>r</i>	м	$r = \sqrt{G \frac{m_1 m_2}{F}}$
--	----------	---	----------------------------------

<i>Сила всемирного тяготения</i>	<i>F</i>	Н	$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$
----------------------------------	----------	---	-----------------------------

<i>Постоянная всемирного тяготения</i>	<i>G</i>	Н•м ² /кг ²	$G = 6,67 \cdot 10^{-11}$
--	----------	-----------------------------------	---------------------------

Радиус планеты R

М

$$R = \sqrt{\frac{GM}{g}}$$

Высота

h

М

$$h = \sqrt{\frac{GM}{g}} - R$$

Решение задач:

1. На каком расстоянии друг от друга находятся два одинаковых шара массами по 20 т, если сила тяготения между ними $6,67 \cdot 10^{-5}$ Н?

Дано:

$$m_1 = m_2 = 20 \text{ т}$$

$$F = 6,67 \cdot 10^{-5} \text{ Н}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

$r = ?$

СИ

$$2 \cdot 10^4 \text{ кг}$$

Решение:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}; \quad r = \sqrt{G \frac{m_1 m_2}{F}}$$

$$r = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot (2 \cdot 10^4)^2}{6,67 \cdot 10^{-5}}} = 20 \text{ (м)}$$

Ответ: 20 м

2. Масса Сатурна $5,7 \cdot 10^{26}$ кг, а его радиус — $6 \cdot 10^7$ м.

Определите ускорение свободного падения на Сатурне.

Дано:

$$M_c = 5,7 \cdot 10^{26} \text{ кг}$$

$$R_c = 6 \cdot 10^7 \text{ м}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

$g = ?$

Решение:

$$g = \frac{GM_c}{R_c^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,7 \cdot 10^{26}}{(6 \cdot 10^7)^2} \approx 10,6 \text{ (м/с}^2\text{)}$$

Ответ: 10,6 м/с²

3. Чему равно ускорение

свободного падения на

высоте над поверхностью

Земли, равной двум ее

радиусам?

Дано:

$$g_0 = 9,8 \text{ м/с}^2$$

$$h = 2R$$

$$g = ?$$

Решение:

Ускорение свободного падения определяется по фор-

муле $g = G \frac{M}{R^2}$, где G — гравитационная постоянная;

M — масса планеты; R — расстояние до центра Земли;

на поверхности Земли $g_0 = G \frac{M}{R^2}$, на высоте h над поверхностью

$$g = G \frac{M}{(R+h)^2} = G \frac{M}{(R+2R)^2} = G \frac{M}{9R^2}.$$

$$\text{Отсюда } \frac{g_0}{g} = 9. \quad g = \frac{g_0}{9} = \frac{9,8 \text{ м/с}^2}{9} \approx 1,1 \text{ м/с}^2.$$

4. На какой высоте над поверхностью Земли сила тяготения в 2 раза меньше, чем на поверхности Земли?

Дано:

$$F'_T = 0,5 F_T$$

$h = ?$

Решение:

На поверхности Земли $F_T = G \frac{mM}{R^2}$, на высоте h

$F'_T = G \frac{mM}{(R+h)^2}$. По условию задачи $\frac{F'_T}{F_T} = 0,5$. Отсюда

$\frac{R^2}{(R+h)^2} = 0,5$ или $\frac{R+h}{R} = \sqrt{2} \approx 1,4$. Из этого уравнения находим, что

$$h = 0,4 R.$$

На субботу

задачи

№ 7,13,14,15,16,17

6. Во сколько раз сила
притяжения между Луной и
Солнцем больше, чем сила
притяжения между Луной и
Землей?

Дано:

$$M_3 = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$$

$$M_c = 1,97 \cdot 10^{30} \text{ кг}$$

$$R_{зл} = 3,84 \cdot 10^8 \text{ м}$$

$$R_{зс} = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м}$$

$$F_{л.с.}/F_{л.з.} = ?$$

Решение:

По закону всемирного тяготения:

$$\begin{cases} F_{л.с.} = G \frac{m_l M_c}{R_{л.с.}^2} \\ F_{л.з.} = G \frac{m_l M_3}{R_{з.л.}^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{F_{л.с.}}{F_{л.з.}} = \frac{G \frac{m_l M_c}{R_{л.с.}^2}}{G \frac{m_l M_3}{R_{з.л.}^2}} = \frac{M_c \cdot R_{з.л.}^2}{M_3 \cdot R_{л.с.}^2},$$

так как расстояние между центрами Земли и Луны мало по сравнению с расстояниями между Землей и Солнцем, то вместо расстояния между Луной и Солнцем можно взять расстояние между Землей и

Солнцем $\frac{F_{л.с.}}{F_{л.з.}} = \frac{M_c \cdot R_{з.л.}^2}{M_3 \cdot R_{з.с.}^2} = \frac{1,97 \cdot 10^{30} \text{ кг} \cdot (3,84 \cdot 10^8 \text{ м})^2}{6 \cdot 10^{24} \text{ кг} \cdot (1,5 \cdot 10^{11} \text{ м})^2} \approx 2$. Сила при-

тяжения Луны к Солнцу в 2 раза больше силы притяжения Луны к Земле.

7. При опытной проверке закона всемирного тяготения сила взаимодействия между двумя свинцовыми шарами массами $m_1 = 5$ кг и $m_2 = 500$ г, расстояние между центрами которых $r = 7$ см, оказалась равной $F = 34$ нН. Вычислите по этим данным гравитационную постоянную.

Согласно закону всемирного тяготения $|F| = G \cdot (m_1 \cdot m_2) / R^2$

Из этого выражения следует, что $G = \frac{Fr^2}{m_1 m_2}$. Подставим в эту формулу

результаты опыта, при этом все данные переведем в СИ: $m_2 = 500 \text{ г} = 5 \cdot 10^{-1} \text{ кг}$,
 $r = 7 \text{ см} = 7 \cdot 10^{-2} \text{ м}$, $F = 34 \text{ нН} = 3,4 \cdot 10^{-8} \text{ Н}$.

$$G = 6,66 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}.$$

9. Какую скорость должен иметь искусственный спутник, чтобы обращаться по круговой орбите на высоте 630 км над поверхностью Земли? Каков период его обращения? (Спутник запускается в направлении с севера на юг.)

$$h = 630 \text{ км}$$

$$v = ?$$

©5terka.com

Спутник вращается под действием силы тяжести Земли

$$F_T = G \frac{mM}{(R+h)^2},$$

©5terka.com

которая в данном случае является центростремительной силой. Так как

$$F_{\text{ц.с.}} = \frac{mv^2}{R+h}, \text{ то } \frac{mv^2}{R+h} = G \frac{mM}{(R+h)^2}.$$

©5terka.com

Отсюда $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} (\text{Н} \cdot \text{м}^2) / \text{кг}^2 \cdot 6,0 \cdot 10^{24} \text{ кг}}{7 \cdot 10^6 \text{ м}}} =$

$$= 7,56 \cdot 10^3 \text{ м/с} = 7,56 \text{ км/с.}$$

Период обращения будет равен

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{6,28 \cdot 6,37 \cdot 10^6 \text{ м}}{7,56 \cdot 10^3 \text{ м/с}} = 5,29 \cdot 10^3 \text{ с} = 88,2 \text{ мин.}$$

**10. Вычислите ускорение
свободного падения и первую
космическую скорость у
поверхности Луны.**

Ускорение свободного падения у поверхности Луны находим по формуле

$$g = G \frac{M}{R^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot \frac{7,3 \cdot 10^{22} \text{ кг}}{(1,74 \cdot 10^6 \text{ м})^2} = 1,61 \text{ м/с}^2.$$

©5terka.com

Первая космическая скорость на Луне равна

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{gR} = \sqrt{1,61 \text{ м/с}^2 \cdot 1,74 \cdot 10^6 \text{ м}} \approx 1,67 \cdot 10^3 \text{ м/с} \approx 1,7 \text{ км/с}.$$

©5terka.com

11. Масса Луны в 81,3 раза а диаметр в 3,67 раза меньше земных. Во сколько раз вес астронавта был меньше на Луне, чем на Земле?

$F = G \cdot Mm / R^2$ - пусть с такой силой человек притягивается к Земле.

M - масса Земли, m масса астронавта, G - универсальная гравитационная постоянная, R - расстояние между центрами масс объектов (в данном случае приблизительно равен радиусу Земли).

Астронавт притягивается к Луне с силой:

$$F_2 = G(M/81,3) / (R/3,67)^2 = (3,67)^2 / 81,3 \cdot F = 0.166 \cdot F$$

Отношение сил притяжения:

$$F / F_2 = 1 / 0.1657 = 6.035$$

Ответ: примерно в 6 раз

12. Масса Юпитера равна $1,9 \cdot 10^{27}$ кг, а его средний радиус — 70000 км.

Определите ускорение свободного падения вблизи поверхности планеты.

Какую минимальную скорость нужно сообщить телу на Юпитере, чтобы оно стало искусственным спутником?

ДАНО

$$M = 1,9 \cdot 10^{27} \text{ кг}$$

$$R = 7,0 \cdot 10^7 \text{ м}$$

$$g_0 = ?$$

$$v_1 = ?$$

РЕШЕНИЕ

Закон всемирного тяготения:

$$F = G \frac{Mm}{R^2}.$$

Сила тяжести: $F = mg_0$.

$$\text{Тогда } mg_0 = G \frac{Mm}{R^2} \Rightarrow g_0 = G \frac{M}{R^2}.$$

Первая космическая скорость:

$$v_1 = \sqrt{G \frac{M}{R}} = \sqrt{g_0 R}.$$

$$g_0 \approx 6,7 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot \frac{1,9 \cdot 10^{27} \text{ кг}}{(7,0 \cdot 10^7 \text{ м})^2} \approx 0,3 \cdot 10^2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$



Задача 13. Юпитер обладает массой $1,9 \cdot 10^{27}$ и радиусом 69 911 км.

Определите ускорение свободного падения на Юпитере.

- Солнце 274
- Меркурий 3,7
- Венера 8,9
- Земля 9,8

- Луна 1,62
- Марс 3,7
- Юпитер 25,8
- Сатурн 11,3
- Уран 9
- Нептун 11,6

$$M=1,9*10^{27} \text{ кг}$$

$$R=69911\text{км}$$

$$F_T=mg$$

$$F=G* M*m/R^2$$

$$mg=G*M*m/R^2$$

$$g=G*M/R^2=6,67*10^{-11}*1,9*10^{27}/69911000^2=25,9 \text{ м/с}^2$$

**14. Вычислите ускорение
свободного падения тел
вблизи поверхности Марса.
Масса Марса равна $6 \cdot 10^{23}$
кг, его радиус 3300 км.**

$$M_M = 6 \cdot 10^{23} \text{ кг}$$

$$R_M = 3300 \text{ км} =$$

$$= \underline{3300 \cdot 10^3 \text{ м}}$$

$g_M = ?$

$$g_M = G \frac{M_M}{R_M^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot 6 \cdot 10^{22} \text{ кг}}{(33 \cdot 10^5 \text{ м})^2} = 3,68 \text{ м/с.}$$

©5terka.com

15. Найдите силу притяжения, действующую на тело вблизи поверхности Луны. Масса тела 1 кг. Во сколько раз эта сила отличается от силы тяжести, действующей на то же тело у поверхности Земли?

$$m=1 \text{ кг}$$

$$R_{\text{Л}}=1730 \text{ км};$$

$$M_{\text{Л}}=7 \cdot 10^{22} \text{ кг}$$

$$R_3=6400 \text{ км};$$

$$M_3=6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$$

©5terka.com

$$\begin{aligned} F_{\text{Л}} &= G \cdot \frac{M_{\text{Л}} \cdot m}{R_{\text{Л}}^2} = \\ &= \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot 1 \text{ кг} \cdot 7 \cdot 10^{22} \text{ кг}}{(1730 \cdot 10^3 \text{ м})^2} \approx 1,56 \text{ Н}. \end{aligned}$$

©5terka.com

$$F_3 = G \cdot \frac{M_3 \cdot m}{R_3^2}$$

$$\frac{F_{\text{д}}}{F_3} = \frac{M_{\text{л}} \cdot R_3^2}{R_{\text{л}}^2 \cdot M_3} = \left(\frac{M_{\text{л}}}{M_3} \right) \cdot \left(\frac{R_3}{R_{\text{л}}} \right)^2 = \left(\frac{7 \cdot 10^{22} \text{ кг}}{6 \cdot 10^{24} \text{ кг}} \right) \cdot \left(\frac{640 \text{ км}}{173 \text{ км}} \right)^2 = 0,16$$

©5terka.com

©5terka.com

$$F_3 = F_{\text{л}} / 0,16 = 6,25 F_{\text{л}}$$

16. Какова масса тела, если сила тяжести, действующая на него, равна 49 Н ? Тело находится вблизи поверхности Земли.

$$F=49 \text{ H}$$

$$g=9,8 \text{ M/c}^2$$

$$m=?$$

©5terka.com

$$F=mg$$

©5terka.com

©5terka.com

$$m=F/g.$$

©5terka.com

$$m = \frac{49 \text{ M}}{9,8 \text{ M/c}^2} = 5 \text{ кг.}$$

17. Космонавт высадился на Луну. Его притягивают и Луна и Земля. Во сколько раз сила притяжения космонавта к Луне больше, чем к Земле? Радиус Луны равен 1730 км.

©5terka.com

$$m_{\text{Л}} = 7 \cdot 10^{22} \text{ кг}$$

$$m_3 = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$$

$$R = 384000 \text{ км} = \\ = 384 \cdot 10^6 \text{ м}$$

$$(F_{\text{Л}}/F_3) - ?$$

©5terka.com

$$F_{\text{Л}} = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_{\text{Л}}}{R_{\text{Л}}^2},$$

$$F_3 = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_3}{R_1^2},$$

©5terka.com

Расстояние между космонавтом и Землей:

©5terka.com

$$R_1 = R - R_{\text{Л}}$$

Отношение сил притяжения к Луне и к Земле:

©5terka.com

$$\frac{m_{\text{Л}} \cdot (R - R_1)^2}{m_3 \cdot R_{\text{Л}}^2} = \frac{7 \cdot 10^{22} \text{ кг} \cdot (384000 \text{ км} - 173 \text{ км})^2}{6 \cdot 10^{24} \text{ кг} \cdot (173 \text{ км})^2} \approx 570 \text{ раз.}$$