

# **Урок одной задачи**

## **Баллистическое движение**

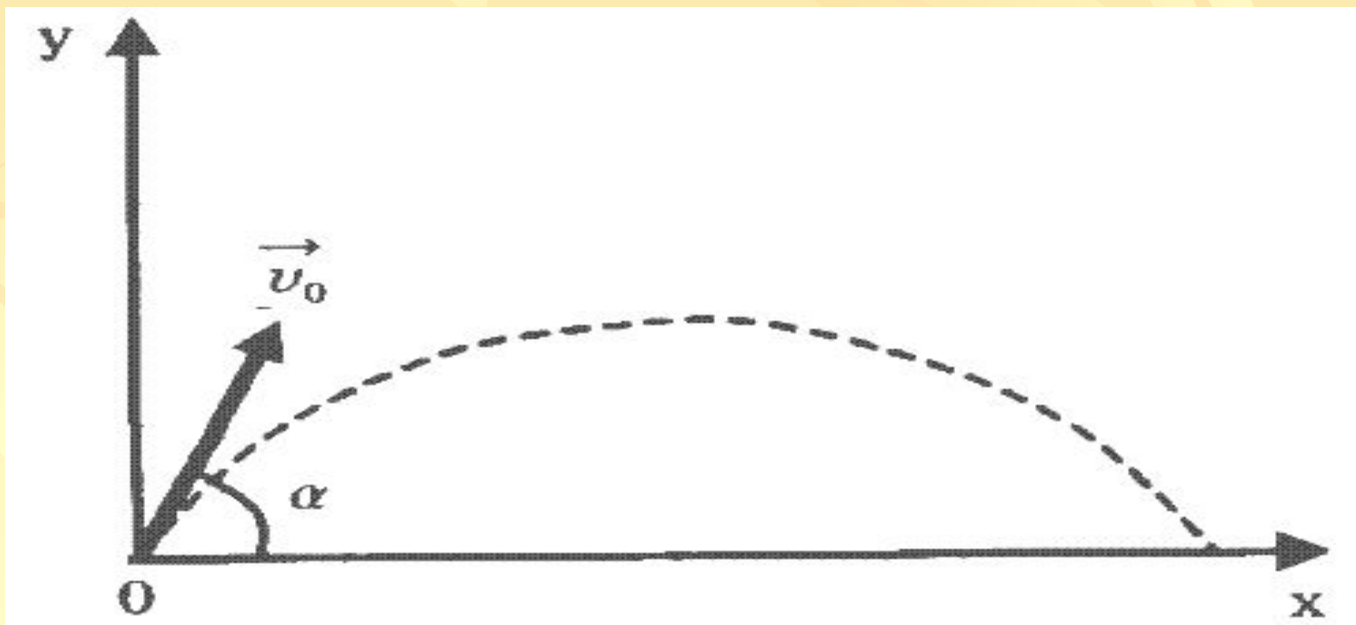
# *Баллистика* - (греч. - бросать)



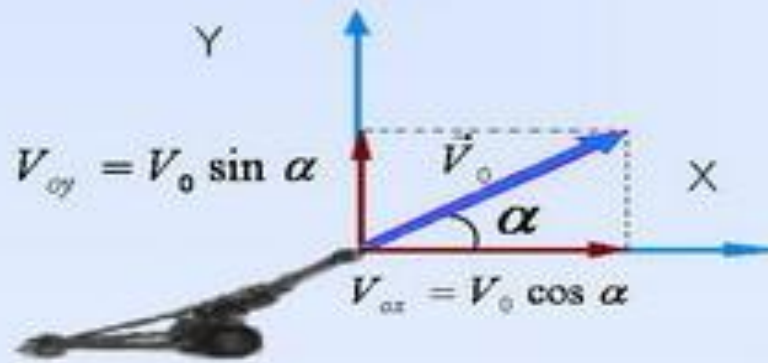
## Цель урока:

- ВЫЯСНИТЬ, ЧТО ЯВЛЯЕТСЯ траекторией движения снаряда;
- найти время подъема, высоту подъема;
- определить дальность полета, модуль вектора скорости в любой момент времени;

Рассмотрим движение снаряда,  
вылетающего с начальной  
скоростью  $V_0$  из орудия под  
углом  $\alpha$  к горизонту.



# Выберем систему отсчета (СО)



Выбор координатной плоскости:  
Ось  $y$  – вверх, ось  $x$  – горизонтально в сторону движения ядра. Начало отсчета координатной плоскости совместим с начальным положением ядра. Таким образом  $X_0=0$ ;  $Y_0=0$ .


**В евклидовом физическом пространстве перемещение тела по координатным осям  $x$  и  $y$  можно рассматривать независим.**

Проекции начальной скорости на ось  $x$  и ось  $y$ .

$$V_{oy} = V_0 \sin \alpha$$

$$V_{ox} = V_0 \cos \alpha$$

Тело принимает участие  
одновременно в двух движениях:  
вдоль оси **OX** движется  
равномерно;  
вдоль оси **OY** движение  
равноускоренное.



Предложите свою  
модель этого  
движения?

Докажем:

$$x = x_0 + V_{0x}t$$

+

$$y = y_0 + V_{0y}t + g_y t^2 / 2$$

=

=

ПАРАБОЛА



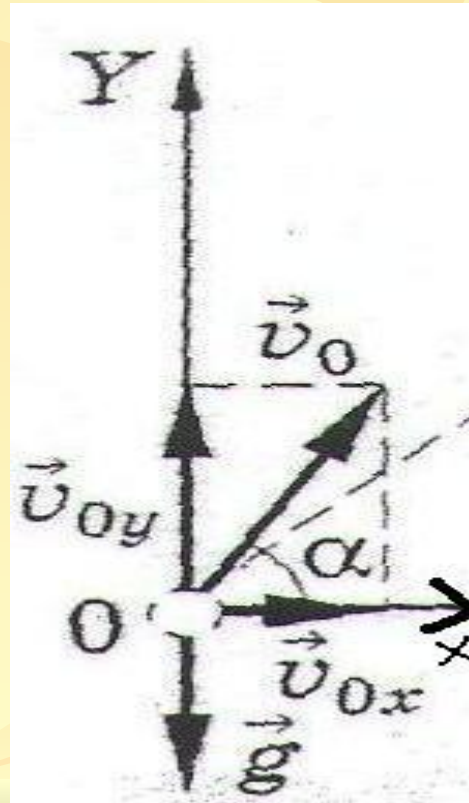
Запишите уравнения движения для координаты **X** тела в любой момент времени и для проекции его скорости на ось **OX**

$$X = V_x t \quad \text{при } X_0 = 0$$

$$X = V_0 \cos \alpha \cdot t$$

$$V_x = \text{const}$$

$$V_x = V_0 \cos \alpha$$



Запишем уравнения движения для  
координаты **Y** тела в любой  
момент времени и для проекции  
его скорости на ось **OY**

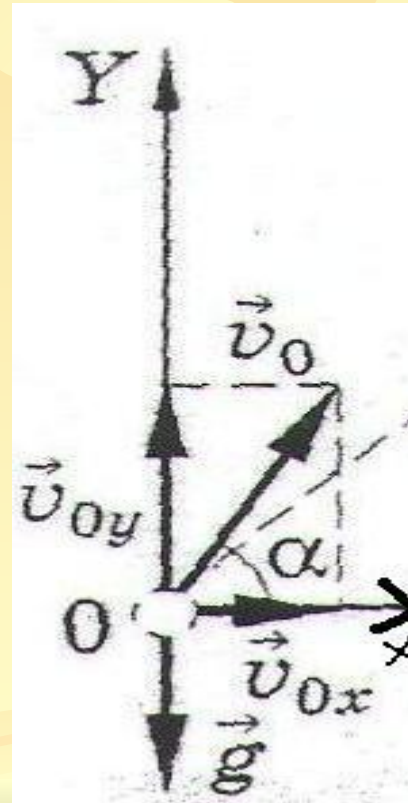
$$Y = Y_0 + V_{0y} \cdot t + g_y \cdot t^2 / 2$$

$$V_y = V_{0y} + g_y t$$

$$Y_0 = 0 \quad g_y = -g \quad V_{0y} = V_0 \sin \alpha$$

$$Y = V_0 \sin \alpha \cdot t - g t^2 / 2$$

$$V_y = V_0 \sin \alpha - g t$$



# Решим систему уравнений:

$$X = V_0 \cos \alpha \cdot t$$

$$Y = V_0 \sin \alpha \cdot t - g t^2 / 2$$

$$Y = Y(x) - ?$$

$$t = \frac{X}{V_0 \cos \alpha}$$

$$Y = V_0 \sin \alpha \cdot \frac{X}{V_0 \cos \alpha} - g \left( \frac{X}{V_0 \cos \alpha} \right)^2 / 2$$

# Что же является траекторией движения $Y(x)$ ?

$$Y = \sin\alpha \cdot \frac{x}{\cos\alpha} - g \left( \frac{x}{V_0 \cos\alpha} \right)^2 / 2$$

Обозначим:

$$a = \sin\alpha / \cos\alpha$$

$$b = g/2 (1/V_0 \cos\alpha)$$

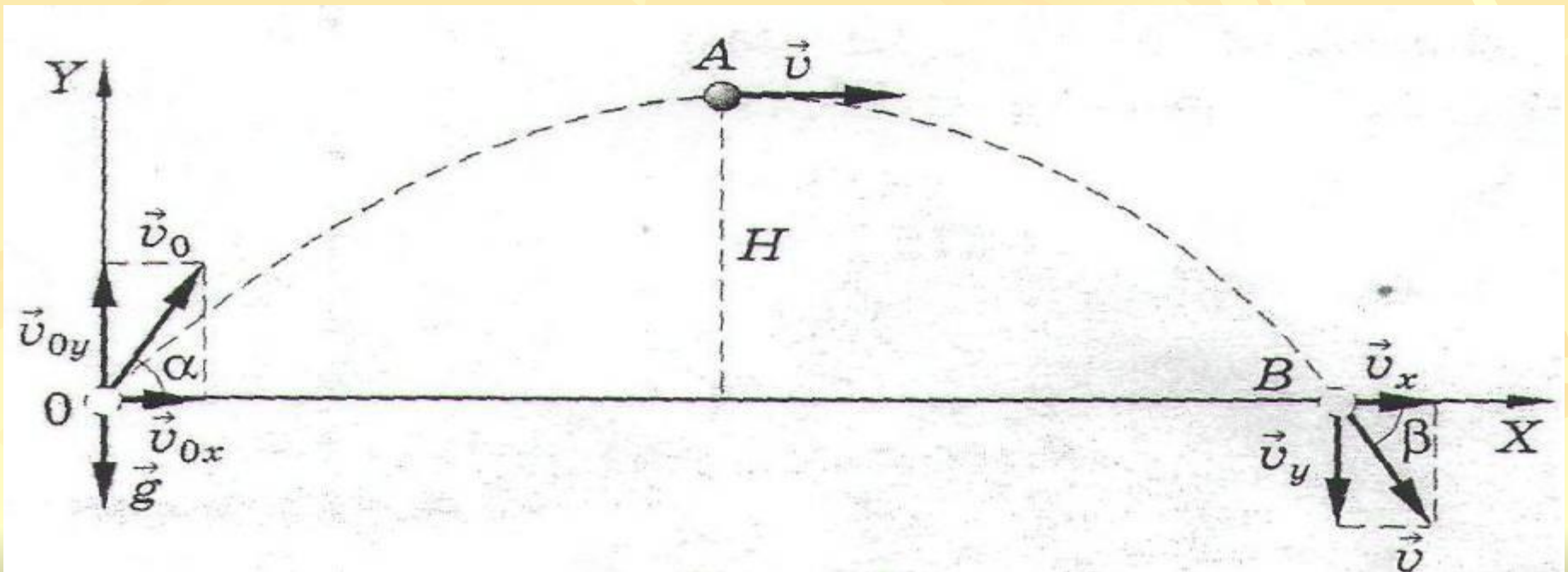
Или  $y = ax - bx^2$

$Y(x)$  является **ПАРАБОЛОЙ**

Для точки **A** имеем  $V_{YA}=0$ ,  $Y_A=H$

Время подъема:  $t_A = \frac{V_0}{g} \sin \alpha$

Высота подъема:  $H = V_0^2 \sin^2 \alpha / 2g$

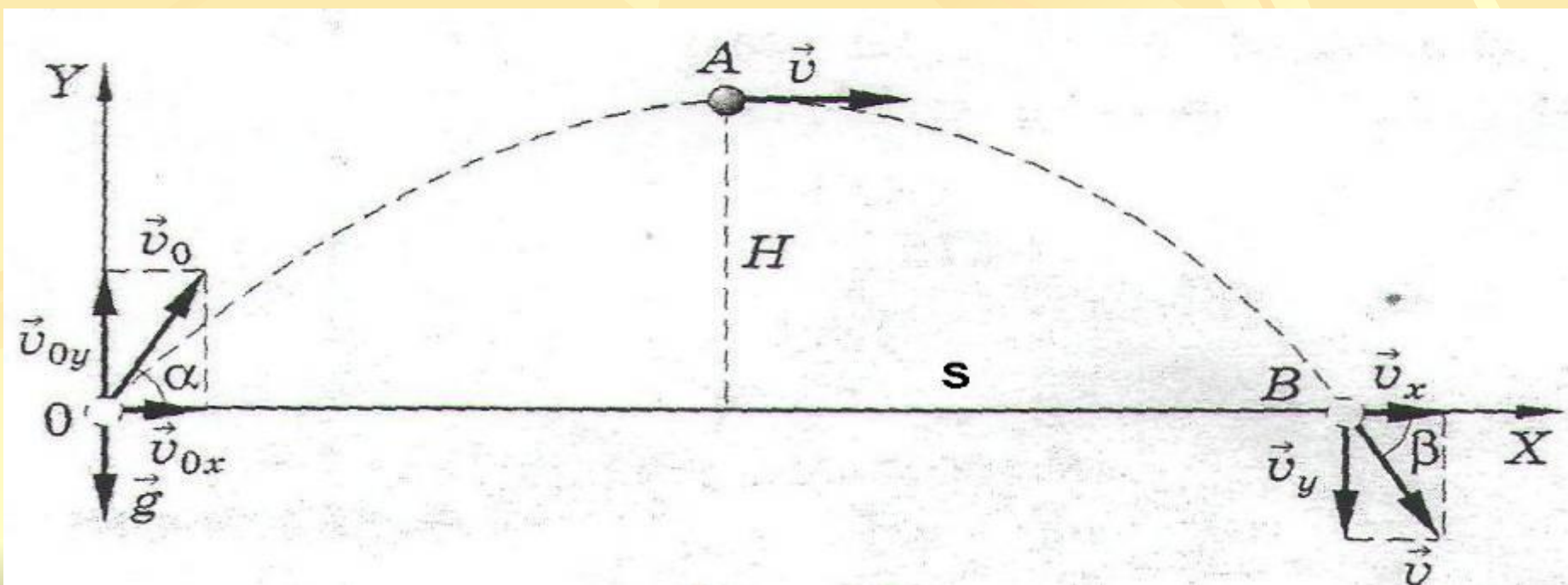


Для точки **В** выполняются условия

$$X_B = S, Y_B = 0;$$

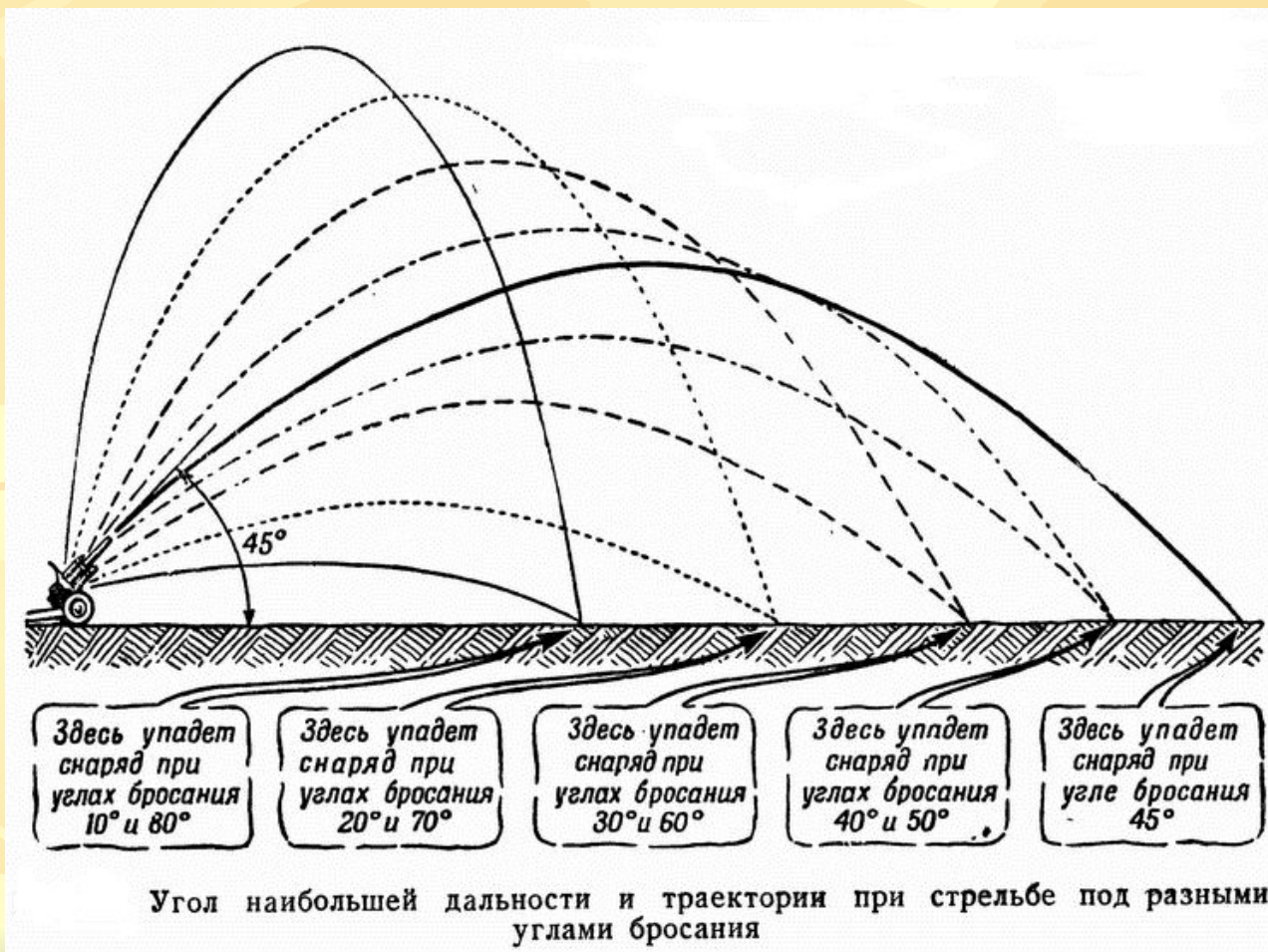
Время движения(полета):  $t_B = \frac{2V_0}{g} \sin\alpha$

Дальность полета:  $S = \frac{V_0^2}{g} \sin 2\alpha$



При заданной начальной скорости  $V_0$  наибольшая дальность полета будет при  $\sin 2\alpha = 1$ , т.е. при угле бросания  $45^\circ$

$$S_{\max} = \frac{V_0^2}{g}$$

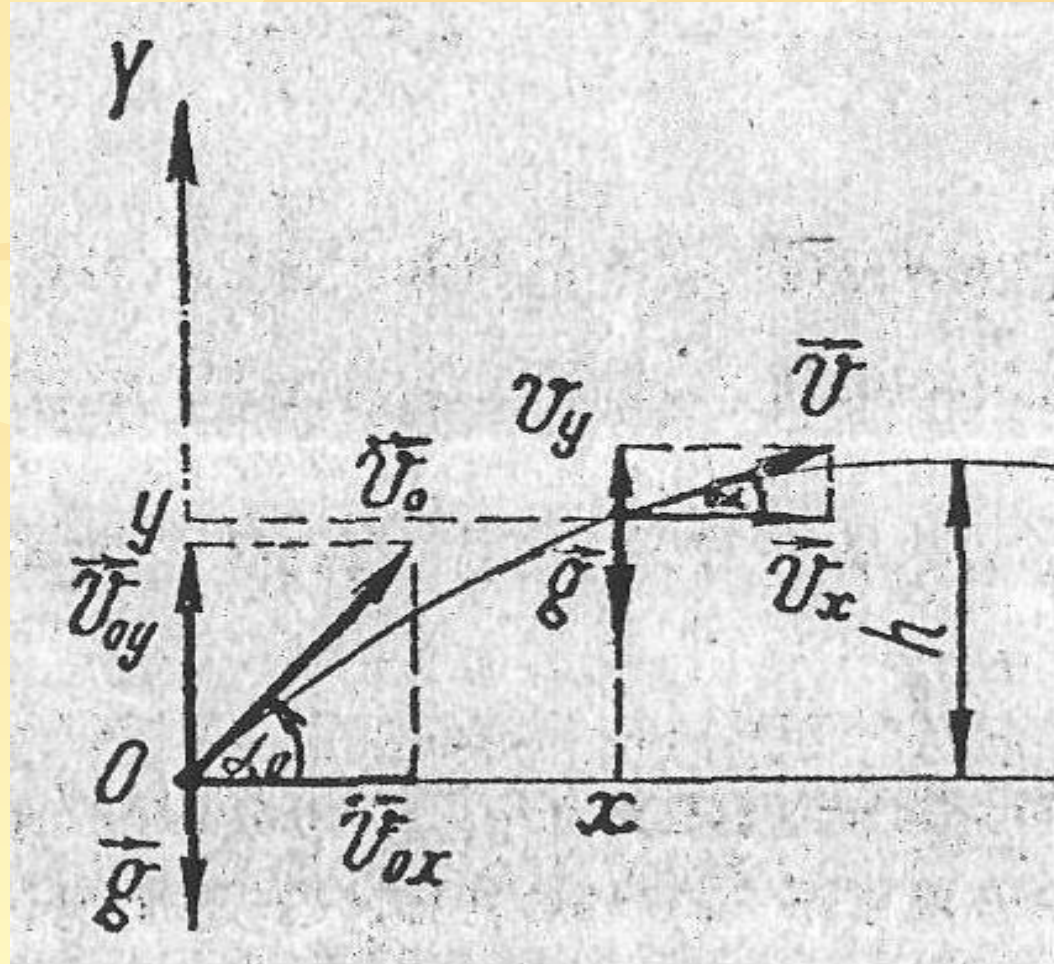


Определим модуль и направление вектора скорости:

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

$$V_x = V_0 \cos \alpha$$

$$V_y = V_0 \sin \alpha - gt$$



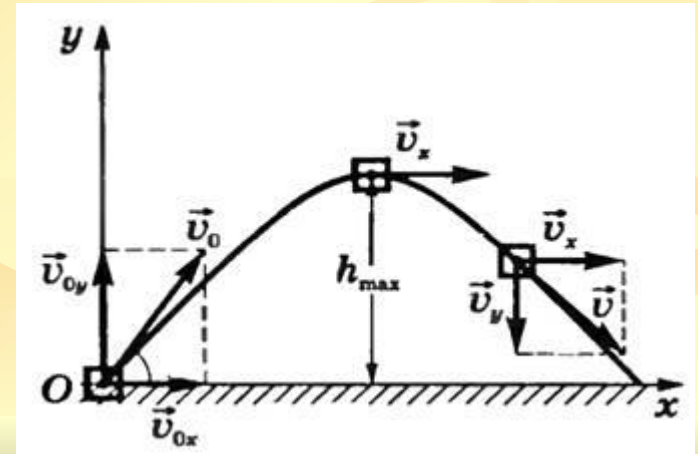


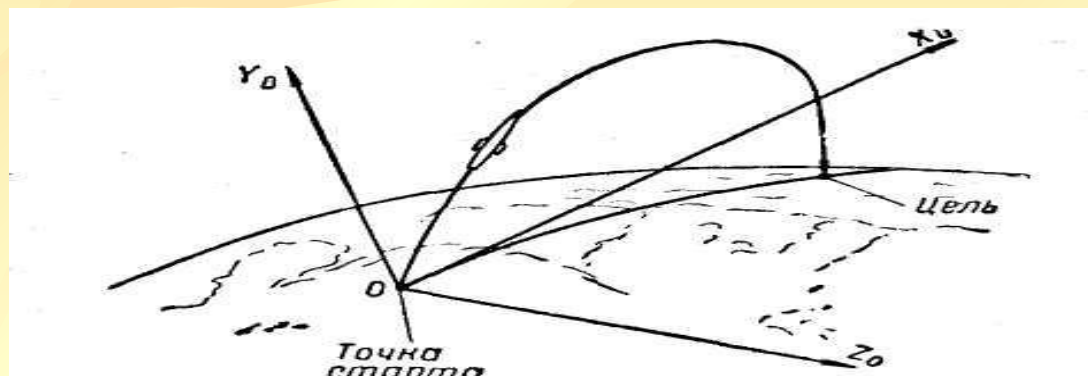
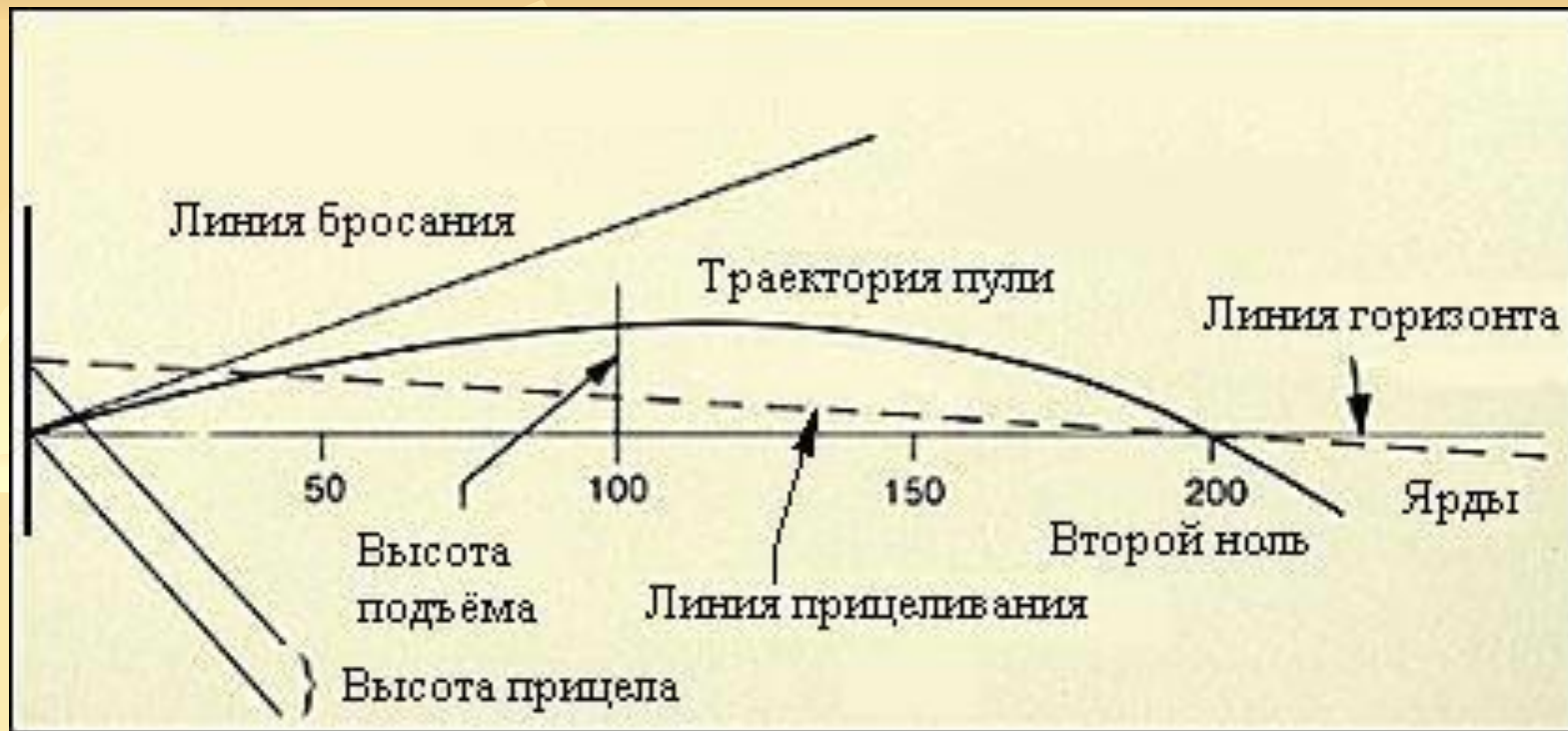
модуль вектора скорости в любой момент времени:

$$V = \sqrt{V_0^2 \cos^2 \alpha + (V_0 \sin \alpha - gt)^2} = \\ = \sqrt{V_0^2 - 2V_0gt \cdot \sin \alpha + g^2t^2}$$

Направление вектора скорости в любой момент времени найдем из формулы:

$$\operatorname{tg} \alpha = V_y / V_x = \frac{V_0 \sin \alpha - gt}{V_0 \cos \alpha}$$





# ИТОГИ УРОКА:

$$V_{0x} = V_0 \cos \alpha$$

$$V_{0y} = V_0 \sin \alpha$$

$$x = (V_0 \cos \alpha_0) t$$

$$y = (V_0 \sin \alpha_0) t - gt^2/2$$

$$V_x = V_0 \cos \alpha$$

$$V_y = V_0 \sin \alpha - gt$$

$$t_{\text{полета}} = 2V_0 \sin \alpha / g$$

$$t_{\text{подъема}} = V_0 \sin \alpha / g$$

$$L = S = V_0^2 \sin 2\alpha / g$$

$$L_{\text{max}} = S_{\text{max}} = V_0^2 / g$$

$$h = V_0^2 \sin^2 \alpha / 2g$$

$$H_{\text{max}} = V_0^2 / 2g \text{ при } \alpha = 45^\circ$$

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

$$\text{tg} \alpha = V_y / V_x$$