



КОМБИНАТОРИКА.

Решение задач.

Орлова Л.В., Малышкина С.Ю.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ



- ▣ **КОМБИНАТОРИКОЙ** называется раздел математики, в котором исследуется, сколько различных комбинаций (всевозможных объединений элементов), подчиненных тем или иным условиям, можно составить из элементов, принадлежащих данному множеству.
- ▣ *Комбинаторная задача* – задача, решение которой предполагает рассмотрение перебора различных вариантов.



ПРИМЕР.

- Из группы теннисистов, в которую входят пять человек – Антонов, Борисов, Григорьев, Сергеев, Фёдоров, тренер выделяет пару для участия в соревнованиях. Сколько существует вариантов выбора такой пары? Записать все варианты.
- Решение: АБ, АГ, АС, АФ, БГ, БС, БФ, ГС, ГФ, СФ – 10 вариантов.



ПРАВИЛО СУММЫ



- Если надо выбрать n вещей, причём одну выбрать t способами, а вторую k способами, то или одну или другую вещь можно выбрать $(t + k)$ способами.

Пример. Имеется 8 шаров: в 1 ящик положили 5 шт., а 2- 3 шт. Сколькими способами можно вытащить 1 шар?

Решение: из 1 ящика шар можно вытащить 5-ю способами, а из второго 3-мя. Значит, всего $5+3=8$ способов



ПРАВИЛО ПРОИЗВЕДЕНИЯ



- Если надо выбрать n вещей, причём одну выбрать m способами, а вторую k способами, то одну и другую можно выбрать (mk) способами.

Пример. В 1 ящике 5 зелёных, а 2- 3 красных шара. Сколькими способами можно вытащить 1 зелёный и 1 красный шар?

Решение: зелёный можно выбрать 5-ю способами, а красный – 3-мя. Значит, 1 зелёный и 1 красный можно выбрать $3 \cdot 5 = 15$ способами.



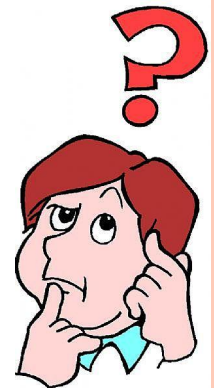
ЗАДАЧА 1.

- ▣ Переплетчик должен переплести 12 различных книг в красный, зеленый и коричневые переплеты. Сколькими способами он может это сделать?
- ▣ Решение: Имеется 12 книг и 3 цвета, значит по правилу произведения возможно $12 * 3 = 36$ вариантов переплета.



ЗАДАЧА 2.

- Сколько существует пятизначных чисел, которые одинаково читаются слева направо и справа налево?
- Решение: В таких числах последняя цифра будет такая же, как и первая, а предпоследняя - как и вторая. Третья цифра будет любой. Это можно представить в виде $XYZYX$, где Y и Z - любые цифры, а X - не ноль. Значит по правилу произведения количество цифр одинаково читающихся как слева направо, так и справа налево равно $9 \cdot 10 \cdot 10 = 900$ вариантов.



ЗАДАЧА 3.

- Сколько различных шестизначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, если цифры в числе не повторяются?
- Решение. В шестизначном числе на первом месте могут стоять все цифры кроме нуля. Значит на первое место претендуют 5 цифр, на второе – 5 цифр, т. к. одну цифру мы уже заняли на первом месте, на третье место – 4, на четвертое – 3, на пятое – 2, на шестое – 1. По правилу произведения всего чисел:
$$5 * 5 * 4 * 3 * 2 * 1 = 600.$$



ЗАДАЧА 4.

□ Квартет

Проказница Мартышка

Козел,

Осёл,

Да косолапый Мишка

Затеяли играть квартет

...

Стой, братцы стой! –

Кричит Мартышка, - погодите!

Как музыке идти?

Ведь вы не так сидите...

И так, и этак пересаживались – опять музыка на лад не идет.

Тут пуще прежнего пошли у низ раздоры

И споры,

Кому и как сидеть...

Вероятно, крыловские музыканты так и не перепробовали всех возможных мест. Однако способов не так уж и много. Сколько?

Решение: на первое место претендует 4 участника, на второе – 3, на третье-2, на четвёртое – 1 . По правилу произведения $4*3*2*1=24$ способа пересаживаний.



ЗАДАЧА 5.

- При встрече 8 друзей обменялись рукопожатиями. Сколько всего было сделано рукопожатий?
- *Решение:* Порядок выбора не имеет значения: если Агапеев пожимает руку Зайцеву, то одновременно и Зайцев пожимает руку Агапееву, поэтому общее количество рукопожатий (пар) равно $8 \cdot 7 : 2 = 28$.
- *Ответ:* 28 рукопожатий.



ПРОВЕРЬ СЕБЯ



- Что такое комбинаторика?
- В чём состоит правило суммы?
- В чём состоит правило произведения?
- В меню столовой предложено на выбор 5 первых, 8 вторых и 4 третьих блюда. Сколько различных вариантов обедов, состоящих из одного первого, одного второго и одного третьего блюда, можно составить из предложенного меню?
- (Ответ.160)
- Сколькими различными способами можно назначить двух ребят на дежурство по столовой, если в классе 22 учащихся?
- (Ответ.231)

