



# Теория вероятности:

Случайные события и случайные  
величины

# «Зачем психологам это надо?»

- Чтобы осознанно участвовать в лотерее;
- Чтобы не проигрывать в казино;
- Чтобы делать объективные и обоснованные выводы о результатах своего исследования;
- Чтобы не путать динамические и статистические взаимосвязи...

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТИ И СТАТИСТИКА —  
ДВЕ СТОРОНЫ ОДНОЙ МОНЕТЫ

# Случайные события



- Каковы возможные исходы броска монеты?
- «Орел» (герб);
- «Решка» (цифра);
- Встанет на ребро;
- Зависнет в воздухе...

# Случайные события

- **Событие** — всякий факт, который в результате опыта может произойти или не произойти (обозначим его  $A$ ).
- **Вероятность случайного события** — численная мера степени объективной возможности события ( $P(A)$ ).
- Событие может быть:
  - **Достоверным** ( $P(A)=1$ );
  - **Невозможным** ( $P(A)=0$ );
  - **Случайным** ( $0 \leq P(A) \leq 1$ )

# Случайные события

- Монета упадет «орлом» кверху — это....
- Зарплату дадут точно 6 ноября — это....
- Завтра встретиться с динозавром — это...
- Какой-то незнакомец будет думать о Вас сегодня — это...
- Солнце взойдет из-за горизонта на востоке — это...
- Луна сделает оборот вокруг Земли за 27 суток — это...

# Случайные события: свойства

- **Несовместность:**  $A \cap B = \emptyset$  на универсальном множестве исходов опыта  $\Omega$ , т.е. ( )
- **Равновозможность**  $P(A) = P(B)$
- **Дополнение до полной группы событий:**

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1 \text{ или } A + \bar{A} = \Omega$$

Полная группа несовместных равновозможных событий => **Схема случаев**

Например, «орел» и «решка» в одном броске



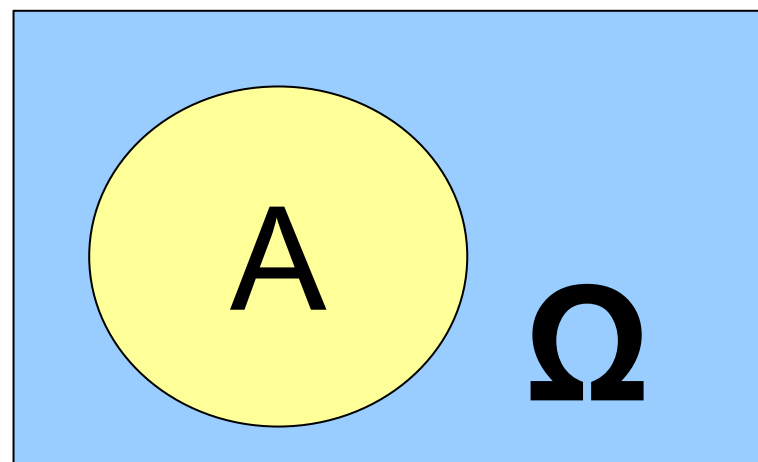
# Случайные события

Классическая формула вероятности (для  
схемы случаев):

$$P(A) = |A| / |\Omega|$$

или

$$P(A) = m/n,$$



где  $m$  — количество благоприятствующих исходов;  
 $n$  — количество возможных исходов.

- См. правила сложения и умножения вероятностей

# Статистическая вероятность

- По теореме Бернулли,  
При  $n^* \rightarrow \infty$



- $P^*(A) = m^*/n^*$

Если мы подбросим монету 2 раза?  
Если мы подбросим монету 5 раз?  
Если мы подбросим монету 10 раз?



# Случайная величина

может принять в результате опыта некоторое значение, и заранее неизвестно, какое именно.

**Пример:** чему равна вероятность попадания монетой в конкретную точку стола?

- **Закон распределения** — описывает случайную величину с вероятностной точки зрения, устанавливая соответствие между значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями.
- При этом  $F(x)=P(X<x)$

# Дискретная случайная величина

- **Дискретная случайная величина** — принимает отделенные друг от друга значения.
- **Задается рядом распределения** — табличная (аналитическая) форма установления соответствия для каждого  $x$  его вероятности
- **И многоугольником распределения** — графической формой распределения

# Непрерывная случайная величина

- **Непрерывная случайная величина** — возможные значения непрерывно заполняют собой некоторый промежуток

- **!Задать ряд распределения невозможно, т. к.**

$$P(x) = m/n = 1/\infty$$

- Используют  $F(x) = P(X < x_i)$  — **интегральную функцию распределения**
- И  $f(x) = F'(x)$  — функцию **ПЛОТНОСТИ** **вероятности**, **дифференциальную функцию распределения**

# Характеристики распределения случайной величины

**Математическое ожидание** оценивается через среднее случайной величины

- Для дискретной:

$$M[X] = \sum_{i=1}^n (x_i * p_i) , \text{ где } p_i - \text{ вероятность появления } x_i$$

- Для непрерывной:

$$M[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x * f(x) dx , \text{ где } f(x)dx - \text{ элемент плотности вероятности}$$

- Свойства  $M[x]$ :

# Характеристики распределения случайной величины

- **Мода** — значение случайной величины с наибольшей плотностью вероятности (максимум на графике плотности вероятности)

**Медиана** — значение случайной величины, при котором вероятности попасть справа и слева от него равны.

$F(Me)=0,5$  - для функции распределения

площадь  $S(x < Me) = S(Me < x)$  - для функции плотности вероятности

# Характеристики распределения случайной величины

- **Дисперсия — мера рассеяния** случайной величины вокруг ее математического ожидания

- $D[X] = \sum_{i=1}^n ((x_i - M[X])^2 * p_i)$  - для дискретной

- $D[X] = \int_{-\infty}^x (x_i - M[X])^2 * f(x) dx$  - для непрерывной случайной величины

- **Среднеквадратичное отклонение**

$$\sigma = \sqrt{D[X]}$$



# Моменты случайной величины

- 1 начальный момент — среднее,  $M[x]$
- 2 центральный момент — дисперсия, или мат. ожидание квадрата разности значения случайной величины и среднего  $D[X] = M[|X - M[X]|^2]$
- 3 центральный момент — характеристика симметрии (коэффициент асимметрии),
- 4 центральный момент — характеристика выраженности вершины распределения в окрестности среднего (коэффициент эксцесса)

[Подробнее - см. Википедию, там неплохая статья](#)