Теория вероятности:

Случайные события и случайные величины

«Зачем психологам это надо?»

- Чтобы осознанно участвовать в лотерее;
- Чтобы не проигрывать в казино;
- Чтобы делать объективные и обоснованные выводы о результатах своего исследования;
- Чтобы не путать динамические и статистические взаимосвязи...

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТИ И СТАТИСТИКА — ДВЕ СТОРОНЫ ОДНОЙ МОНЕТЫ

Случайные события

- Каковы возможные исходы броска монеты?
- «Орел» (герб);
- «Решка» (цифра);
- Встанет на ребро;
- Зависнет в воздухе...

Случайные события

- **Событие** — всякий факт, который в результате опыта может произойти или не произойти (обозначим его А).
- **Вероятность случайного события** — численная мера степени объективной возможности события (Р(А)).
- Событие может быть:
- Достоверным (Р(А)=1);
- Невозможным (Р(А)=0);
- Случайным ($0 \le P(A) \le 1$)

Случайные события

- Монета упадет «орлом» кверху — это....
- Зарплату дадут точно 6 ноября — это....
- Завтра встретиться с динозавром — это...
- Какой-то незнакомец будет думать о Вас сегодня — это...
- Солнце взойдет из-за горизонта на востоке — это...
- Луна сделает оборот вокруг Земли за 27 суток — это...

Случайные события: свойства

- **Несовместность**: $A \cap B = \varnothing$ на универсальном множестве исходов опыта Ω, т.е( )
- **Равновозможность** $P(A)=P(B)$
- **Дополнение до полной группы** событий:

$P(A)+P(A)=1$ или $A+A=\Omega$

Полная группа несовместных равновозможных событий=>**Схема случаев**

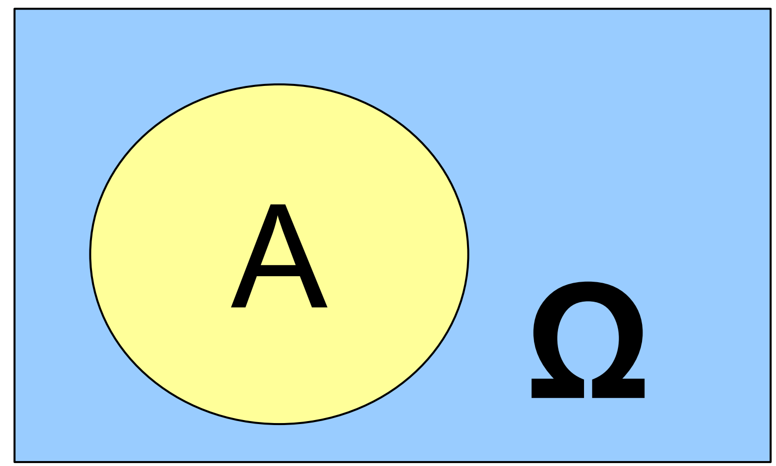
Например, «орел» и «решка» в одном броске

Случайные события

Классическая формула вероятности (для схемы случаев):

$$P(A)=|A| / |\Omega|$$

или



$$P(A)=m/n,$$

где m — количество благоприятствующих исходов;

n — количество возможных исходов.

- См. правила сложения и умножения вероятностей

Статистическая вероятность

- По **теореме Бернулли,**

При **n*** $\rightarrow\infty$

- P*(A)= m*/n*

Если мы подбросим монету 2 раза?
Если мы подбросим монету 5 раз?
Если мы подбросим монету 10 раз?

Случайная величина

может принять в результате опыта некоторое значение, и заранее неизвестно, какое именно.

Пример: чему равна вероятность попадания монетой в конкретную точку стола?

- **Закон распределения** — описывает случайную величину с вероятностной точки зрения, устанавливая соответствие между значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями.
- При этом $F(x)=P(X<x)$

Дискретная случайная величина

- **Дискретная случайная величина** — принимает отделенные друг от друга значения.
- Задается **рядом распределения** — табличная (аналитическая) форма установления соответствия для каждого х его вероятности
- И **многоугольником распределения** — графической формой распределения

Непрерывная случайная величина

- **Непрерывная случайная величина** — возможные значения непрерывно заполняют собой некоторый промежуток
- !Задать ряд распределения невозможно, т. к.

$P(x)=m/n=1/\infty$

- Используют $F(x)=P(X<x_i)$ — **интегральную функцию распределения**
- И $f(x)=F'(x)$ — функцию плотности вероятности, **дифференциальную функцию распределения**

Характеристики распределения случайной величины

Математическое ожидание оценивается через среднее случайной величины

- Для дискретной:

$$M[X]=\sum_{i=1}^{n}(x_i * p_i)$$, где p_i - вероятность появления x_i

- Для непрерывной:

$$M[X]=\int_{-\infty}^{\infty} x * f(x)dx$$, где f(x)dx - элемент плотности вероятности

- Свойства M[x]:

Характеристики распределения случайной величины

- **Мода** — значение случайной величины с наибольшей плотностью вероятности (максимум на графике плотности вероятности)

Медиана — значение случайной величины, при котором вероятности попасть справа и слева от него равны.

$F(Me)=0,5$ - для функции распределения

площадь $S(x<Me)=S(Me<x)$ - для функции плотности вероятности

Характеристики распределения случайной величины

- **Дисперсия — мера рассеяния** случайной величины вокруг ее математического ожидания
- $D[X]=\sum_{i=1}^{n}\left(\left(x_i - M[X]\right)^2 * p_i\right)$ - для дискретной
- $D[X]=\int_{-\infty}^{x}\left(x_i - M[X]\right)^2 * f(x)\,dx$ - для непрерывной случайной величины
- **Среднеквадратичное отклонение**

σ=√D[X]

Моменты случайной величины

- 1 начальный момент — среднее, M[x]
- 2 центральный момент — дисперсия, или мат. ожидание квадрата разности значения случайной величины и среднег $D[X] = M\left[|X - M[X]|^2\right]$
- 3 центральный момент — характеристика симметрии (коэффициент асимметрии),
- 4 центральный момент — характеристика выраженности вершины распределения в окрестности среднего (коэффициент эксцесса)

Подробнее - см. Википедию, там неплохая статья