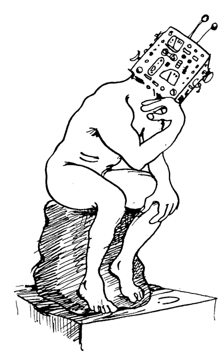
ТЕХНОЛОГИИ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА

Лекция 6. Нечеткая логика

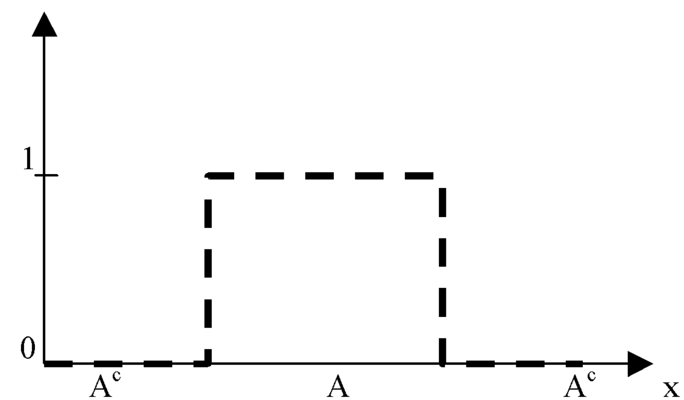


ПОНЯТИЕ НЕЧЕТКОГО МНОЖЕСТВА

- Основой четкого множества является характеристическая функция χ_A

$$\chi_A : x \to \{0,1\}$$

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 0, x \notin A \\ 1, x \in A \end{cases}$$

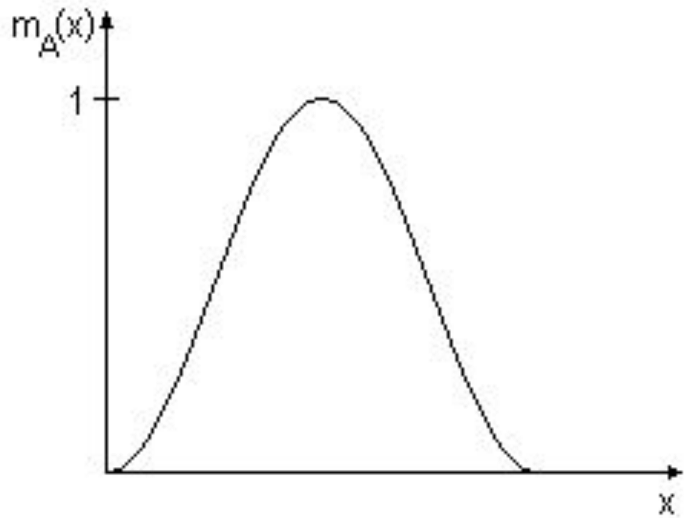


•Элемент либо принадлежит множеству (χ_A=1), либо нет (χ_A=0). Третьего не дано (пресловутый принцип исключения третьего).

•Следствием теории четких множеств является булева логика, все то множество схем рассуждений и выводов, которые опираются на понятие характеристической функции.

Нечеткие множества

- Л.А.Заде из Калифорнийского университета. В основе нечеткой логики лежит теория *нечетких множеств.*
- В теории нечетких множеств вместо характеристической функции используется функция принадлежности m_A: X→[0,1].
- m_A – это ***субъективная*** оценка степени принадлежности элемента x к множеству А.



Примеры

Понятие "маленького числа" (на множестве от нуля до 10) можно определить в виде нечеткого множества
$A = 1/0+1/1+0.8/2+0.5/3+0.1/4+0/5+0/6+0/7+0/8+0/9+0/10$

Интерпретация:

- число 0 однозначно является маленьким (m_A=1),
- число 1 – тоже
- число 2 – уже не очень маленькое (m_A=0.8). Это тем более касается чисел 3 (m_A=0.5) и 4 (m_A=0.1, т.е. 4 – это почти наверняка немаленькое число).
- числа от 5 до 10 – однозначно не маленькие (m_A=0).

Лингвистические переменные

- Не обязательно использовать числовые оценки. Зачастую, с точки зрения взаимодействия с пользователем, целесообразнее использовать т.н. "лингвистические переменные" – термины типа "много", "мало", "высокий", "низкий" и т.п.

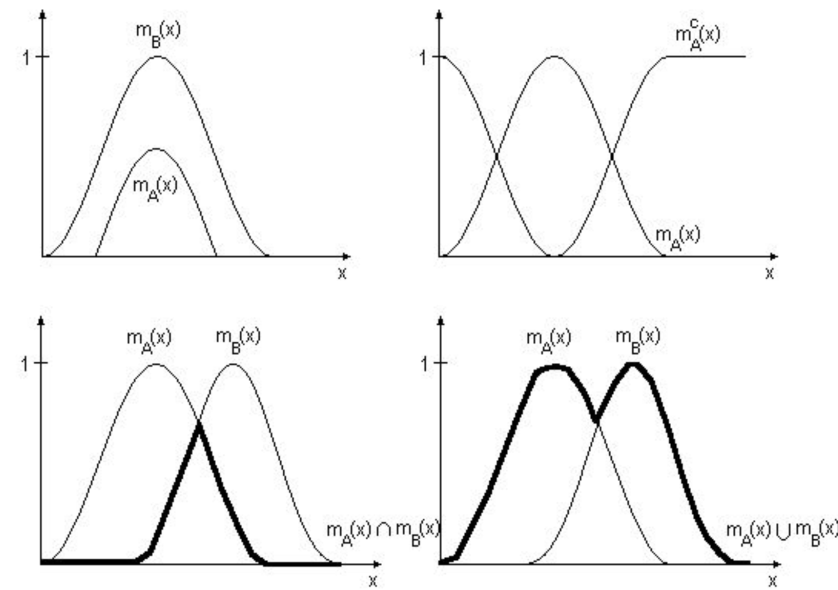
ОПЕРАЦИИ НАД НЕЧЕТКИМИ МНОЖЕСТВАМИ

- $A \subset B \leftrightarrow m_A(x) \leq m_B(x) \qquad \forall x \in X$
- **Отрицание** нечеткого множества:

  $m^c_A(x) = 1 - m_A(x)$
- **Пересечение** двух множеств (как вычисление минимума двух функций принадлежности):

  $m_{A \cap B}(x) = m_A(x) \wedge m_B(x)$
- **Объединение** двух множеств (максимум двух функций принадлежности):

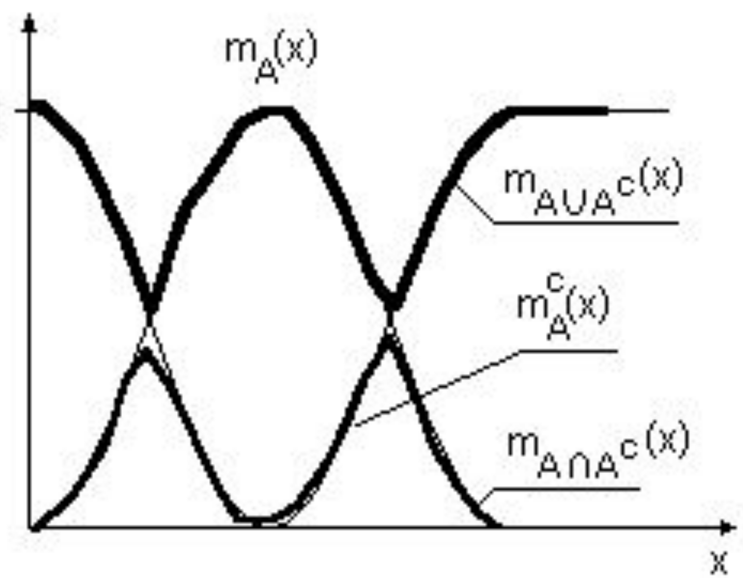
  $m_{A \cup B}(x) = m_A(x) \vee m_B(x)$



Закон комплементарности

- В нечетких множествах *закон комплементарности*, в общем случае, не выполняется, т.е.

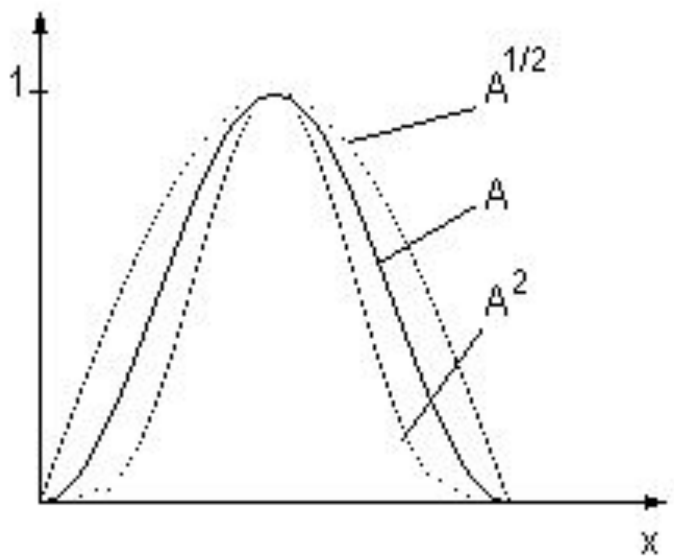
$$A \cap A^c \supset 0, \ A \cup A^c \subset X$$



Степень нечеткого множества

- Степень α нечеткого множества A (α >0)

$$m^{\alpha}_{A}(x) = \{mA(x)\}^{\alpha} \quad \forall\ x \in X$$



A^2 сужает диапазон некоторой нечеткой информации
$A^{1/2}$ - расширяет

Прочие операции

Алгебраическое произведение $A \cdot B$

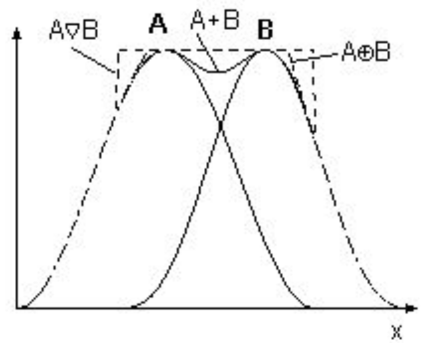
$$m_{A \cdot B}(x) = m_A(x) \cdot m_B(x)$$

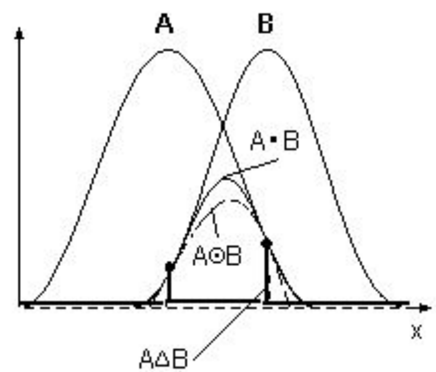
Граничное произведение $A \otimes B$

$$m_{A \otimes B}(x) = (m_A(x) + m_B(x) - 1) \vee 0$$

Драстическое (от англ. drastic - решительный) *произведение* $A \Delta B$

$$m_{A \Delta B} = \begin{cases} m_A(x) \text{ при } m_B(x) = 1 \\ m_B(x) \text{ при } m_A(x) = 1 \\ 0 \text{ в других случаях} \end{cases}$$





Алгебраическая сумма $A + B$

$$m_{A+B}(x) = m_A(x) + m_B(x) - m_A(x) m_B(x)$$

Граничная сумма $A \oplus B$

$$m_{A \oplus B}(x) = (m_A(x) + m_B(x)) \wedge 1$$

Драстическая сумма $A \nabla B$

$$m_{A \nabla B} = \begin{cases} m_A(x) \text{ при } m_B(x) = 0 \\ m_B(x) \text{ при } m_A(x) = 0 \\ 1 \text{ в других случаях} \end{cases}$$

НЕЧЕТКИЕ МНОЖЕСТВА N-ГО РОДА

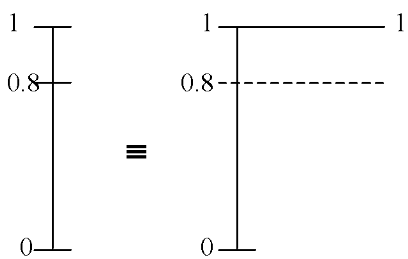
- Для НМ *первого рода* функция принадлежности выглядит как отображение

  m_A: X→ [0,1] (m$_A$(x) ⊂[0,1], x⊂X)
- Нечеткое множество *второго рода* осуществляет отображение

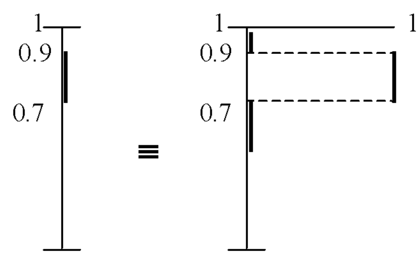
  m_A: X→ [0,1][0,1]

  Т.е. используются не точные оценки в определенном интервале, а в качестве значений m_A(x) принимается *нечеткое множество над значениями оценки* в [0,1].

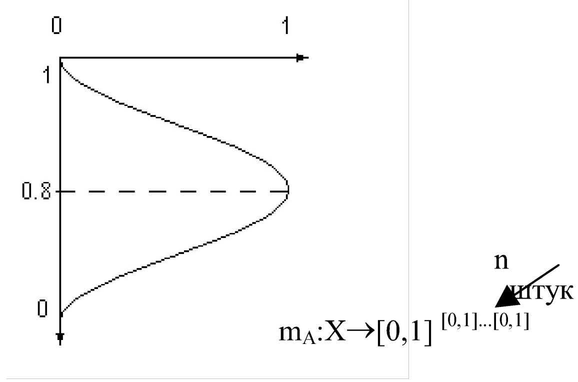
- Пусть принадлежность некоторой величины x к А оценивается в 0.8 (НМ 1-го рода, (а)).
- Если величина именно в 0.8 вызывает у нас сомнения, то можно сказать, что наша оценка *лежит в интервале* от 0.7 до 0.9 (б). Однако можно сказать что сама оценка представляет собой нечеткое множество. И тогда мы будем иметь дело уже с *НМ 2-го рода* (в).



а) НМ 1-го рода



б) НМ со значением в интервале



в) НМ 2-го рода

НЕЧЕТКАЯ ЛОГИКА

- От рассмотрения нечетких множеств пора переходить к нечеткой логике.
- Рассмотрим расширение операций НЕ, И, ИЛИ до нечетких операций, называемых нечетким отрицанием, t-нормой и s-нормой соответственно.
- При этом мы дадим сначала определение того, *какими свойствами* должна обладать операция, а затем приведем *примеры возможной реализации* этой операции (с точки зрения математики это красиво).

Аксиоматика определений

Нечеткое отрицание

$\sim : [0,1] \to [0,1]$

а) $\tilde{}0 = 1$

б) $\tilde{}(\tilde{}x) = x$

в) $x_1 < x_2 \to \tilde{}x_1 > \tilde{}x_2$

(т.е. $\tilde{}$ - монотонная строго убывающая функция)

Пример нечеткого отрицания $\tilde{}$: $\tilde{}x = 1 - x$

t-норма (триангулярная норма)

T: $[0,1]x[0,1] \to [0,1]$

$T1$: $xT1 = x$, $xT0 = 0$

$T2$: $x_1Tx_2 = x_2Tx_1$

$T3$: $x_1T(x_2Tx_3) = (x_1Tx_2)Tx_3$

$T4$: $x_1 \le x_2 \to x_1Tx_3 \le x_2Tx_3$

В качестве примеров t-нормы можно рассмотреть такие операции, как:

1) операция min (или логическое произведение): $x_1Tx_2 = x_1 \Lambda x_2$
2) $x_1 \cdot x_2 = x_1x_2$
3) $x_1 \otimes x_2 = (x_1 + x_2 - 1) \vee 0$
4) $x_1 \Delta x_2 = \begin{cases} x_1 & при \;\; x_2 = 1 \\ x_2 & при \;\; x_1 = 1 \\ 0 & \text{в других случаях} \end{cases}$

Аксиоматика определений

s-норма

S: $[0,1] x [0,1] \to [0,1]$

$S1$: $xS1 = 1$, $xS0 = x$

$S2$: $x_1 S x_2 = x_2 S x_1$

$S3$: $x_1 S(x_2 S x_3) = (x_1 S x_2) S x_3$

$S4$: $x_1 \le x_2 \to x_1 S x_3 \le x_2 S x_3$

В качестве примеров s-нормы можно рассмотреть такие операции, как:

1) операция max (или логическая сумма): $x_1 S x_2 = x_1 \vee x_2$
2) $x_1 + x_2 = x_1 + x_2 - x_1 x_2$
3) $x_1 \oplus x_2 = (x_1 + x_2) \Lambda 1$
4) $x_1 \nabla x_2 = \begin{cases} x_1 \;\; при \;\; x_2 = 0 \\ x_2 \;\; при \;\; x_1 = 0 \\ 1 \text{ в других случаях} \end{cases}$

НЕЧЕТКИЕ ВЫВОДЫ И НЕЧЕТКАЯ ИМПЛИКАЦИЯ

- Теперь мы имеем полный набор нечетких логических операций.
- Осталось только понять, каким образом мы сможем применять их в процессе логического вывода.
- На практике нечеткая логика применима особенно тогда, тогда мы имеем дело с приближенными рассуждениями – приближенными оценками, приближенными правилами и т.п.

Пусть, к примеру, существуют знания эксперта в виде

Если "***уровень воды высокий***", **То** "***открыть кран***"

антецедент (предпосылка) **консексвент (заключение)**

Что необходимо сделать в той ситуации, когда *"Уровень воды довольно высокий"?*

Т.е. нам надо понять, насколько необходимо открыть кран в этой ситуации (Видимо, надо **"слегка открыть"** кран).

Определение понятий

- "*Высокий*" ("*уровень воды высокий*") :

  "*Высокий*" = 0.7/1.5м + 0.3/1.6м + 0.7/1.7м + ... + 1/2м + 1/2.1м + 1/2.2м
- "*Открыть*" ("*открыть кран*"):

  "*Открыть*" = 0.1/30^o + 0.2/40^o + ... + 0.8/70^o + 1/80^o + 1/90^o
- *"Уровень воды довольно высокий"*:

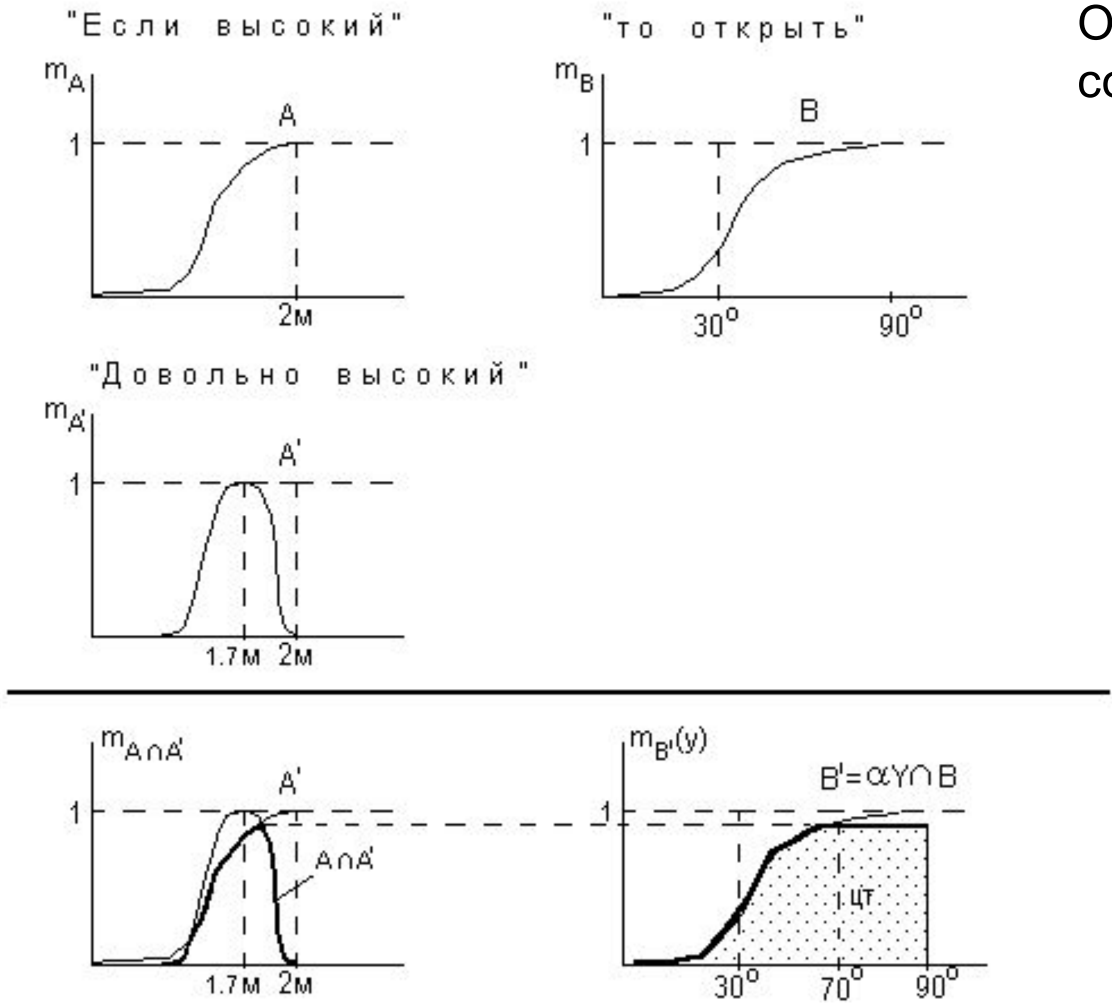
  "Довольно высокий" = 0.5/1.6м + 1/1.7м + 0.8/1.8м + 0.2/1.9м

Итак, мы получаем следующую формальную схему:

$$\frac{\begin{array}{l}\text{Если } \textit{Высокий}\text{, То } \textit{Открыть}\\ \text{"}\textit{Довольно высокий}\text{"}\end{array}}{?}$$

Схема вывода

Определение понятия "слегка открыть".



Отсечение по мере сопоставления α

«Слегка открыть" - это поворот на 70° (точка 70° – это т.н. центральная точка – или центр тяжести заштрихованной фигуры). Процесс обратного нечеткого вывода, рассмотренный выше, называется ***дефадзификацией***.

Нечеткая импликация

- Основная операция логического вывода – это импликация. Обычно в качестве импликации используется t-норма типа логического произведения:

$$x_1 \rightarrow x_2 = x_1 \wedge x_2$$

$$m_R(x,y) = m_{A \rightarrow B}(x,y) = (1 - m_A(x) + m_B(y)) \wedge 1$$

Получение нечеткого результата вывода

- Если дано знание эксперта в виде нечеткого отношения R=A→B, то процесс получения нечеткого результата вывода B' с использованием данных наблюдения A' и знания A→B можно представить как B' = A'•R = A'•(A→B), где '·'- т.н. *композиционное правило нечеткого вывода.*
- В частности, имеем

$$m_{B'} = \underset{x\in\infty}{V}[m_{A'}(x)\,\Lambda\, m_R(x,y)] = \underset{x\in\infty}{V}[m_{A'}(x)\,\Lambda\,(m_A(x)\Lambda m_B(y))] = [\underset{x\in\infty}{V}(m_{A'}(x)\,\Lambda\, m_A(x))]\,\Lambda\, m_B(y) =$$

$$= \underset{x\in\infty}{V} m_{A'\cap A}(x)\,\Lambda\, m_B(y) = \alpha\,\Lambda\, m_x(y) = m_{\alpha Y\cap B}(y)$$

Осталось определить ЦТ. В качестве ЦТ можно выбрать центр тяжести композиции максимум-минимум, использовать медианы (среднее значение) и т.п.

$$ЦТ = \frac{\int_Y y m_{B'}(y)dy}{\int_Y m_{B'}(y)dy}$$

Пример системы нечеткого управления

- Нечеткое управление скоростью
- Задача плавного торможения/разгона поезда при соблюдении условия максимально точного позиционирования состава относительно пассажирской платформы.
- Нечеткие контроллеры

Нечеткие контроллеры

Обычно нечеткие контроллеры оперируют лингвистическими правилами управления, представленными в виде:

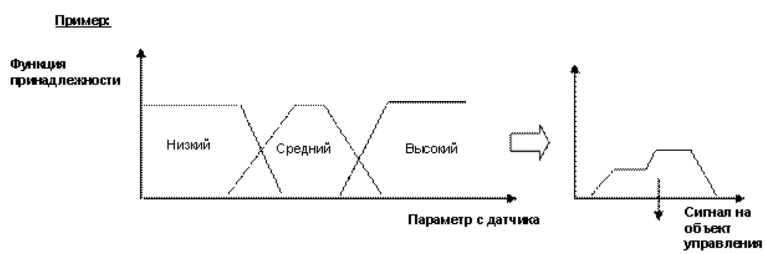
если e_k есть P_1, то ΔU_k есть P_{U1}

……………………………………..

если Δe_k есть P_2, то ΔU_k есть P_{U2}

и т.п., где

- $e_k = r - y_k$ отклонение регулируемой величины
- $\Delta e_k = e_k - e_{k-1}$
- $\Delta^2 e_k = \Delta e_k - \Delta e_{k-1}$ разность отклонений 2-го порядка
- $\Delta U_k = U_k - U_{k-1}$ приращение задающей величины



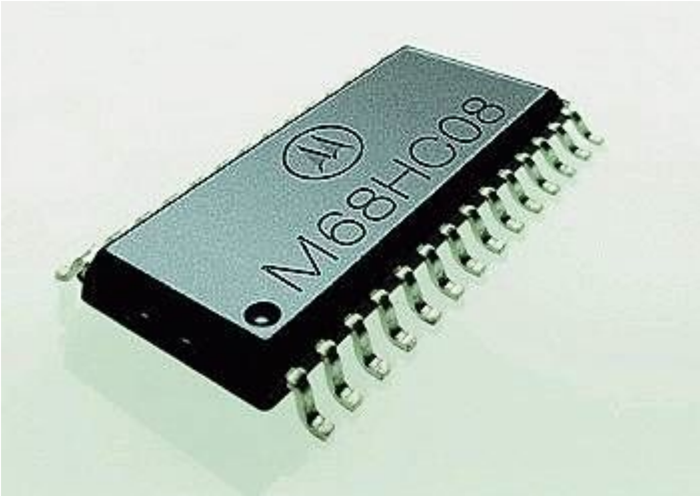
Нечеткие контроллеры

Нечеткий контроллер содержит:
- блок фазификации,
- базу знаний,
- блок решений
- блок дефазификации.

Блок фазификации преобразует четкие величины, измеренные на выходе объекта управления, в нечеткие величины, описываемые лингвистическими переменными в БЗ.

Блок решений использует нечеткие условные правила, заложенные в БЗ, для преобразования нечетких входных данных в требуемые управляющие воздействия также нечеткого характера.

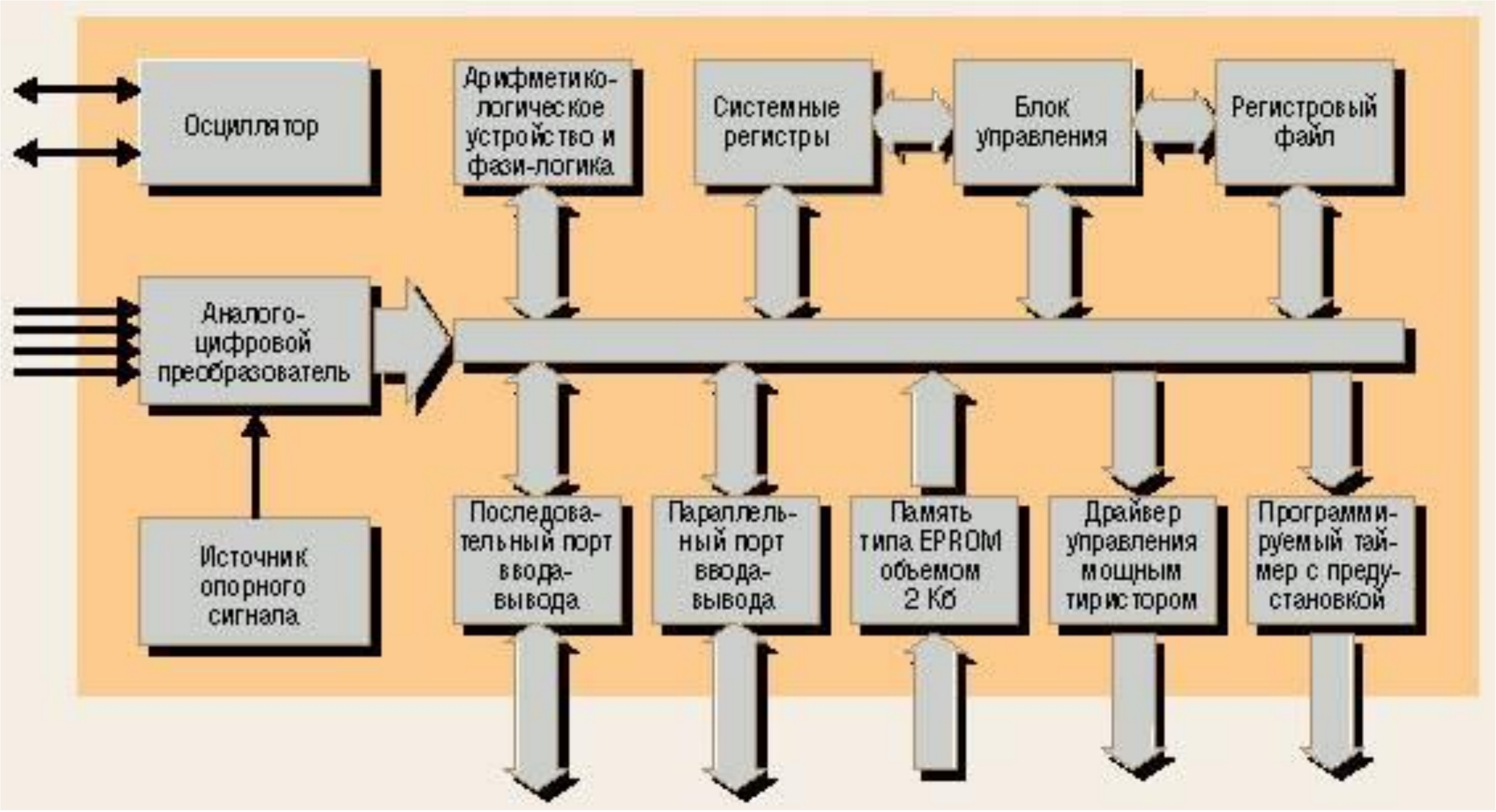
Блок дефазификации преобразует нечеткие данные с выхода блока решений в четкую величину, которая используется для управления объектом.



•Аппаратный реализация
•Программная (эмуляция)
•Гибридная

Микроконтроллер ST52x301

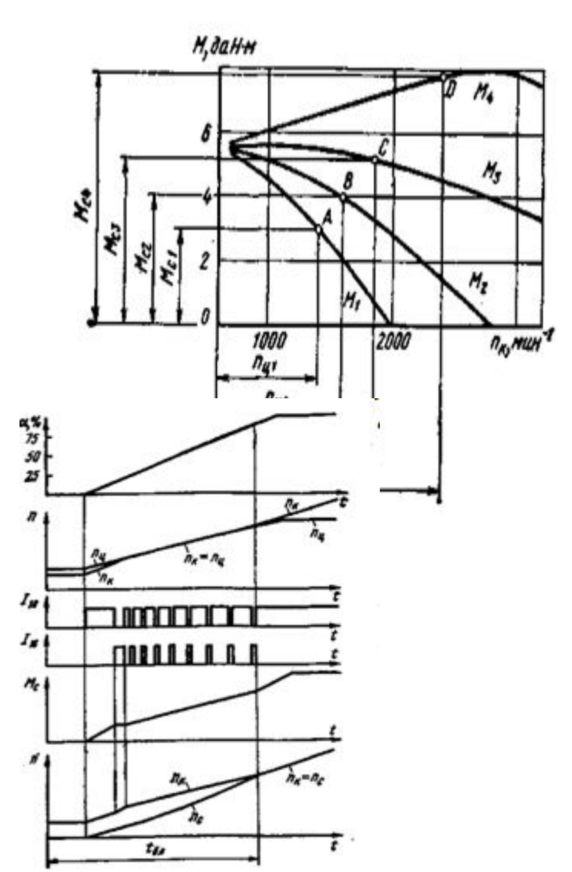
- Блок-схема



Задача управления автомобилем

- Передаточная функция объекта управления (блок управления + карбюратор + автомобиль) имеет вид

$$F = \frac{35.78}{(1.735p+1)(16.85p+1)}$$



Основной задачей СУ может является регулирование по заданному закону момента M_c, в зависимости от угла открытия дроссельной заслонки, частоты вращения коленчатого вала, его ускорения (замедления) и включения в коробке передач той или иной передачи.

Заключение

- *Zadeh, Lotfi. Fuzzy Sets / Information and Control, 8(3), June 1965, pp.338-53.*
- В 1989 году Национальный научный фонд США обсуждал вопрос об исключении НЛ из всех институтских учебников
- 1990. Комитет по контролю над экспортом (COCOM) внес НЛ в список критически важных оборонных технологий, не подлежащих экспорту потенциальному противнику.

- Fuji Bank. Решение сложной финансовой задачи - игра на рынке ценных бумаг в режиме “on-line”. Первый год использования новой системы приносил банку в среднем $770’000 в месяц (официально). Нечеткая ЭС, управляющая игрой “электронного трейдера”, состоит всего из 200 правил (50 из которых взяты непосредственно из классического учебника Murphy по финансовому анализу).