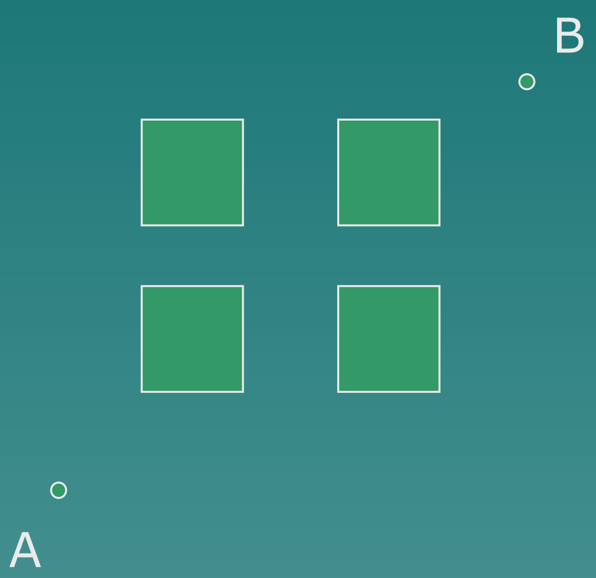
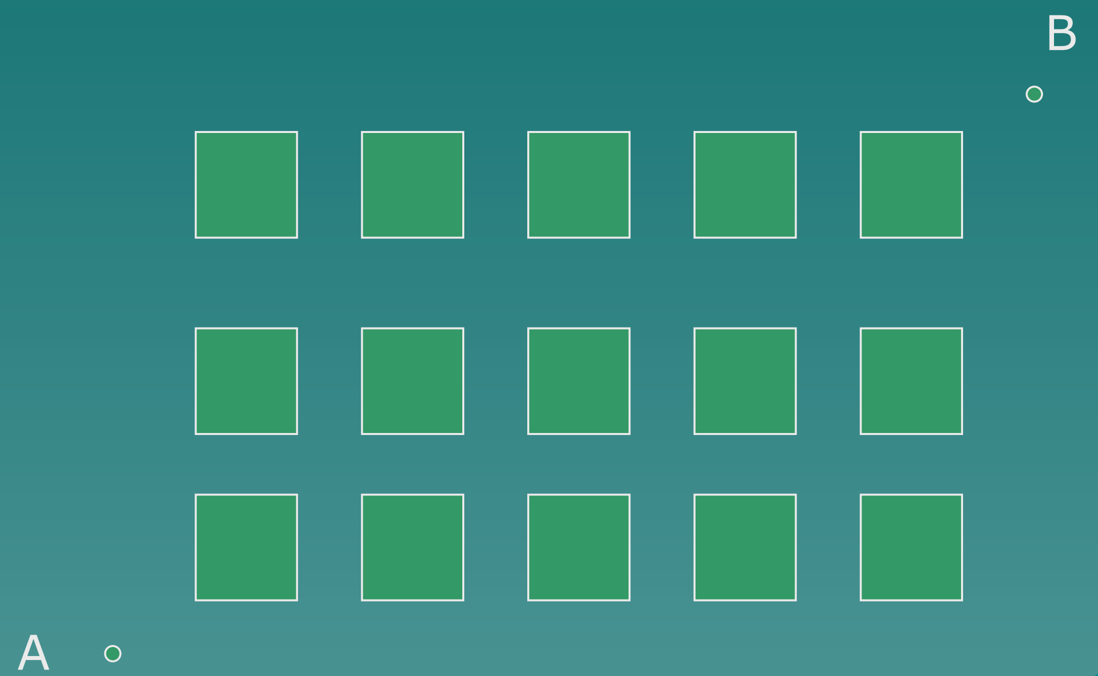
Презентация выступления на научной конференции по теме «Формирование комбинаторного мышления школьников V – VII классов»

Выполнила: педагог дополнительного образования МОУ «СОШ № 5 УИМ» Христева Алена Валерьевна

Проблемная задача № 1: Сколькими способами шашка, стоящая в левом нижнем углу может пройти в дамки?

- *Вводные задачи: 1) Из точки А надо попасть в точку В, двигаясь только вправо и вверх. Сколькими способами можно это сделать?*





Вводные задачи: 2)Сколькими способами можно прочитать слово «МАРШРУТ»?

м		р		р		т
	а		ш		у	
м		р		р		т
	а		ш		у	
м		р		р		т

м	а	р	ш	р	у	т
а	р	ш	р	у	т	
р	ш	р	у	т		
ш	р	у	т			
р	у	т				
у	т					
т						

м	а	р	ш	р	у	т
м	а	р	ш	р	у	
м	а	р	ш	р		
м	а	р	ш			
м	а	р				
м	а					
м						

Решение вводных задач №2

м		р		р		т
	а		ш		у	
м		р		р		т
	а		ш		у	
м		р		р		т

1		2		6		18
	2		6		18	
1		4		12		36
	2		6		18	
1		2		6		18

Обобщение первой проблемной задачи

- Какую букву надо вырезать, чтобы число способов прочтения слова «МАРШРУТ» было равным 171?
- Придумайте авторскую задачу.

м	а	р	ш	р	у	т
м	а	р	ш	р	у	
м	а	р	ш	р		
м	а	р	ш			
м	а	р				
м	а					
м						

Решение обобщенной задачи: 267-8·12=171

м	а	р	ш	р	у	т
м	а	р	ш	р	у	
м	а	р	ш	р		
м	а	р	ш			
м	а	р				
м	а					
м						

1	2	5	13	35	91	**267**
1	3	8	22	61	71	
1	3	9	26	75		
1	3	9	27			
1	3	9				
1	3					
1						

1	2	5	5	19	56	**171**
1	3	8	14	37	115	
1	3	9	18	59		
1	3	9	27			
1	3	9				
1	3					
1						

м	а	р	4	2	1	1
м	а	12	5	2	1	
м	а	р	3	1		
м	а	р	1			
м	а	р				
м	а					
м						

Решение проблемной задачи №1

	14		14		6		1
5		9		5		1	
	5		4		1		
2		3		1			
	2		1				
1		1					
	1						

Проблемная задача №2

- На столе лежит 2001 монета. Двое играют в следующую игру: ходят по очереди, за ход первый может взять со стола любое нечетное число монет от 1 до 99, второй – любое четное от 2 до 100. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре? (Из городской олимпиады 2001-2002 учебного года, 9 класс).

Блок-схема решения проблемной задачи 2: поиск выигрышных позиций

Дидактическая единица

Идея: делимость и остатки.

В куче 25 камней. Двое игроков по очереди берут 1, 2 или 3 камня. Проигрывает тот, кому нечего брать. Кто выиграет при правильной игре, и какова его выигрышная стратегия?

Изменение правил игры

Начинать не с 1.

В куче 25 камней. Двое игроков по очереди берут 2, 3 или 4 камня. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто выиграет при правильной игре, и какова его выигрышная стратегия?

Идея четности (нечетности)

В куче 25 камней. Двое игроков берут по очереди 1, 3 или 5 (2, 4 или 6) камней. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто выиграет при правильной игре, и какова его выигрышная стратегия?

Обобщение

Кол-во камней	Ск-ко можно брать	Выигрышная стратегия
25	1,2 или 3	25 : (1+3)=6 (ост 1)Выигрывает первый игрок. Первым ходом берет 1 камень, далее каждый ход второго дополняет до 4 камней.
25	1,2,3 или 4	25 : (1+4)=5 (ост 0)Выигрывает второй игрок. Каждый ход первого игрока дополняет до 5 камней.
m	**1..n, n<m**	**m : (1+n)=z (ост q), где q<(1+n).** $\begin{cases} q=0 & \text{второй\_игрок} \\ q>0 & \text{первый, берет\_}q \end{cases}$ **выигрывает, дополняя до (1+n).**
25	2,3 или 4	(25-1): (2+4)=4 (ост 0) Выигрывает второй игрок, дополняя ходы первого до 6 камней.
m	**2,..n, n<m**	**(m-1): (2+n)=z (ост q),где q<(2+n)** $\begin{cases} q=0 & \text{второй\_игрок} \\ q>0 & \text{первый, берет\_}q \end{cases}$ **выигрывает, дополняя до (2+n).**
25	1, 3 или 5	25: (1+5)=4 (ост 1)Выиграет первый игрок, первым ходом берет 1камень, далее дополняя ходы второго до 6.
25	2,4 или 6	(25-1): (2+6)=3 (ост 0)Выиграет второй игрок, дополняя ходы первого до 8 камней.
m	**{1, 3,.., 2n-1}, nEN**	**m:s=z (ост q)** $\begin{cases} q=0 & \text{второй\_игрок} \\ q>0 & \text{первый, берет\_}q \end{cases}$ **выигрывает ,дополняя до s.**
m	**{2, 4,.., 2n},**	**m-четное: m:s=z (ост q) m-нечетное: (m-1) : s=z (ост q)** $\begin{cases} q=0 & \text{второй\_игрок} \\ q>0 & \text{первый, берет\_}q \end{cases}$ **где q<s, выигрывает ,дополняя до s.**

Аналогия – авторская задача

Укрупненная дидактическая единица

В куче 2001 монета. Играют два игрока. Правила таковы: первый игрок может брать 1, 3,5,.., 99 монет, а второй – 2, 4,6,.., 100. проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре, и какова его выигрышная стратегия?

2001	1й: 1,3..99 2й: 2,4,100	(2001-1) : (1+100)=19 (ост 81). Выиграет первый игрок, берет первым ходом 81 монету, далее дополняет ходы второго до 101.
m	**1й: {1,3,.., 2n-1} 2-й: {2,4,.., 2n}, nEN**	**m-нечетное: (m-1):s=z (ост q), m-четное: m:s=z (ост q),где q<s,** $\begin{cases} q=0 & \text{второй\_игрок} \\ q>0 & \text{первый, берет\_}q \end{cases}$ **выигрывает, дополняя до(1+n)**

Обратная задача

1.В игре участвуют два игрока, берут по очереди 4, 5 или 6 камней. Выиграл первый/второй игрок. Какое количество камней могло быть в куче?

2. В куче было 17 камней. Два игрока по очереди брали камни. Победил первый/второй игрок. При каких правилах игры это могло произойти?

К проблемной задаче №2

Задача 249 (из сб. Задачи на смекалку)

На столе лежат карандаши. Двое играющих берут по очереди один, два или три карандаша. Проигрывает тот, кто вынужден будет взять последний карандаш.

А) Как должен играть начинающий игру, чтобы выиграть, если на столе 8 карандашей?

Б) Сможет ли первый выиграть при правильной игре второго, если на столе 9 карандашей?

В) Сможет ли первый выиграть при правильной игре второго, если на столе 10 карандашей?

Г) Как должен играть начинающий, чтобы выиграть, если на столе лежат 15 карандашей?

Задача 2 (Гор. Олимпиада 2011- 2012 уч. г., 6 класс)

Два шестиклассника называют поочередно произвольные (натуральные числа), не превышающие 10. Эти числа складываются одно за другим, и выигрывает тот, кто первый достигнет числа 100. Как сделать так, чтобы наверняка первым сказать число 100?

Стратегические задачи
(XXXVI Уральский турнир юных математиков. Магнитогорск. 1-7.11.2010)
Младшая группа (7 класс, первая лига)

- 1. По кругу записаны числа 1, 2, 3, 4 именно в таком порядке. Каждым ходом первый игрок прибавляет по единице к двум соседним числам, а второй игрок меняет местами два соседних числа. Первый хочет, чтобы все числа на окружности стали равными, а второй стремится ему помешать. Сможет ли первый добиться своей цели?
- 2. На доске написано натуральное число. Его можно умножать на 2 и можно отбрасывать его последнюю цифру. Докажите, что какое бы число ни было изначально написано на доске, из него за несколько таких операций можно получить число 100.
- 3. На столе лежат три кучки по 17 камней в каждой. Вася и Петя по очереди делают ходы. За один ход можно либо взять камень из какой либо кучки с наименьшим числом камней. Либо уравнять по числу камней какую-либо кучу с не наименьшим числом камней с наименьшей. Выигрывает тот, кто возьмет последний камень. Начинает Вася. Кто выиграет при правильной игре обоих соперников?
- **4. (Городская олимпиада 2011-2012 гг, 6 класс)** Два шестиклассника называют поочередно произвольные натуральные числа, не превышающие 10. Эти числа складываются одно за другим, и выигрывает тот, кто первым назовет число 100. Как сделать так, чтобы наверняка первым сказать число 100?
- 5. (**Эврика-2000, 5 класс)**. В одном из девяти ящиков тумбы стоит банка варенья. За один ход Малыш должен переставить банку в соседний по горизонтали или вертикали ящик. За один ход Карлсон может открыть четыре любых ящика. Как должен действовать Карлсон, чтобы догнать варенье?

Решение задач

- 1. Идея четности. Нет. Сначала по кругу стоят числа НЧНЧ. После хода первого игрока ЧННЧ. После второго НЧНЧ и т. Д.
- 2. Из любого числа можно, отбросив все цифры, кроме первой, получить однозначное число. Из однозначных чисел 1, 2, 4, 8 можно умножением на 2 получить 256, а из него – 25, потом 50 и 100. Из 3 можно получить 12, потом 1. Из 5 – 10, затем 1. Из 6 получается 12, затем 1. Из 7 – 14 и 1. Из 9 – 18, затем 1.
- 3.Вася. Сначала Вася все время должен ходить так, чтобы после его хода в наименьшей куче было четное число камней. А две другие были одинаковыми. После первого его хода это случится само собой, а затем, если Петя берет камень из наименьшей кучи, Вася должен сделать то же самое (это возможно, поскольку второй оставил в наименьшей куче нечетное число камней), а если Петя уравнял одну из куч с наименьшей, Вася должен уравнять с наименьшей оставшуюся кучу. Когда после хода Васи одна из куч исчезнет, в двух оставшихся кучах будет поровну камней, и оставшиеся ходы Вася должен делать симметрично Петиным: если Петя взял камень из одной кучки, Вася берет камень из другой. Очевидно, что при такой игре последний камень достанется Васе.
- 4. Самый маленький ход – 1, самый большой – 10. 1+10=11.

  100:11=9 (ост.1). Значит, победит первый. Первым ходом он возьмет остаток – 1, далее будет дополнять второго игрока до 11.

  5. Шахматная раскраска: 4 белых и 5 черных клеток. Ходы Малыша: ч-б-ч-б…. Карлсону всегда надо открывать белые ящики.

Проблемная задача № 3: Магические квадраты

- Магические квадраты 3 порядка:
- 1) 45/3=15
- 2) составляем тройки (всего 8):
- 1, **5**, 9 — *2*, 6, 7
- 1, *6*, *8* — 3, *4*, 8
- *2*, *4*, 9 — 3, **5**, 7
- *2*, **5**, *8* — *4*, **5**, 6

6	1	*8*
7	**5**	3
2	9	*4*

Технология составления магических квадратов нечетного порядка

8	1	6
3	5	7
4	9	2

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

Технология составления магического квадрата четвертого порядка

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

Магические квадраты из непоследовательных чисел

		11		
	8		20	
5		17		29
	14		26	
		23		

Задачи по теме: «Магические квадраты:

Задача 1.(Уральский турнир юных математиков, 2006, 7 класс). Магическим квадратом называется такая таблица 3*3, в которой суммы чисел в каждой строке, в каждом столбце и каждой из двух диагоналей равны «магической сумме» S. Известно, что в двух противоположных углах магического квадрата стоят числа 31 и 33. Чему может быть равна магическая сумма для такого квадрата? (Перечислите все возможные случаи, и докажите, что других нет).

Задача 2.(Уральский турнир юных математиков, 2006, 7 класс). Магическим квадратом называется такая таблица 3*3, в которой суммы чисел в каждой строке, в каждом столбце и каждой из двух диагоналей равны «магической сумме» S. Известно, что в двух противоположных углах магического квадрата стоят числа 31 и 33, а еще в одной из клеток стоит число 28. Чему может быть равна магическая сумма для такого квадрата? (Перечислите все возможные случаи, и докажите, что других нет).

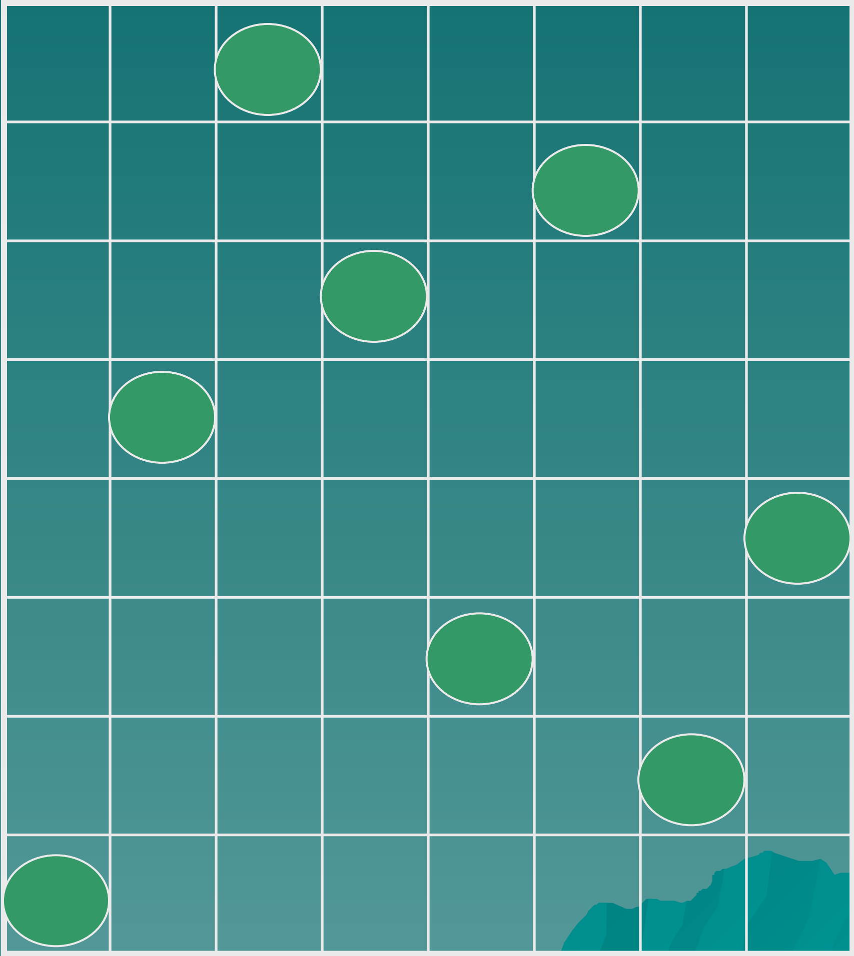
Решение задач:

- Задача 1.

Ответ: 96. Пусть в центральной клетке квадрата стоит число *a*, а его магическая сумма равна S. Сосчитаем суммы чисел в средней строке, среднем столбце и на двух диагоналях таблицы и сложим их. Получится 4S, причем все числа таблицы, кроме центрального, сосчитаются по одному разу, а центральное 4 раза. Вычитая отсюда сумму всех чисел таблицы, равную 3S, получим, что $3a=S$, то есть $a=S/3$. Складывая числа на диагонали, где стоят 31 и 33, найдем, что $64+S/3=S$, откуда и получается ответ.

Комбинаторика на шахматной доске

- 1) Сколькими способами шашка, стоящая в левом нижнем углу может пройти в дамки?
- 2) Какое наибольшее количество ферзей можно поставить на шахматную доску так, чтобы они не били друг друга? Покажите один из способов такой расстановки. Сколькими способами можно это сделать?
- 3) Сколькими способами можно поставить на шахматной доске двух коней так, чтобы они не били друг друга?
- 4) Обобщите задачи. Придумайте авторские задачи.

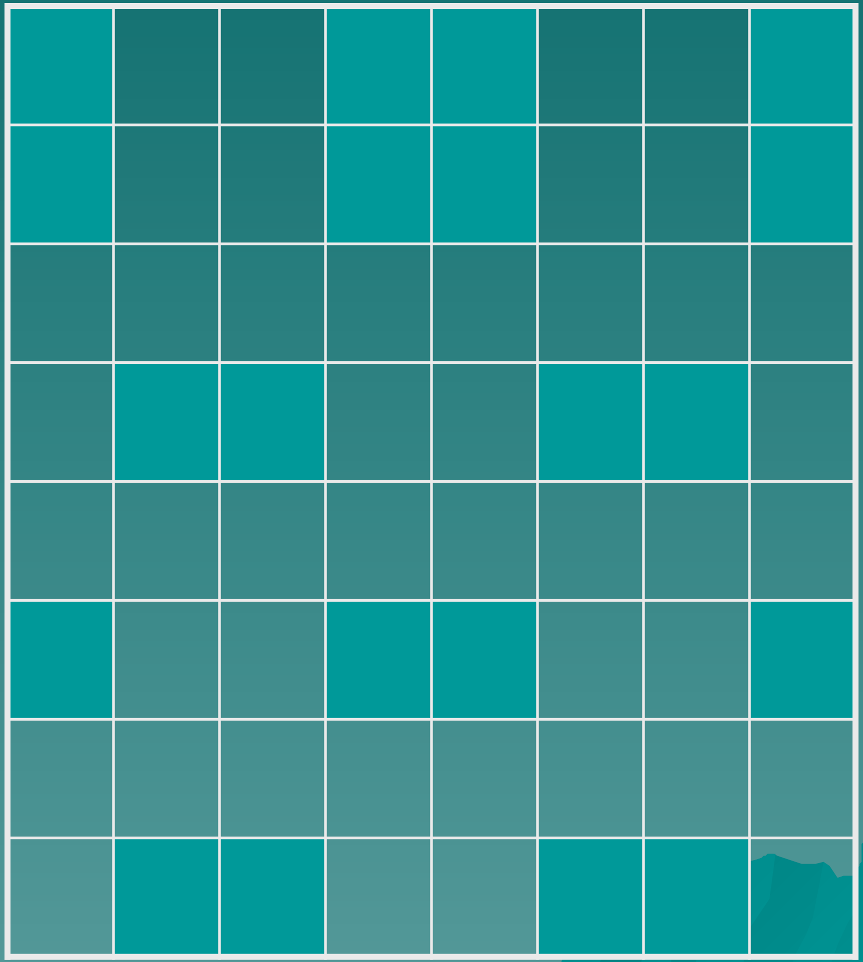


Комбинаторика на шахматной доске (идея четности и раскраска)

- Конь стоит в верхнем левом углу. Может ли он обойти все поля шахматной доски, побывав на каждом ровно один раз и завершить в нижнем правом углу?
- Конь вышел из верхнего левого угла и вернулся в исходное положение. Докажите, что он сделал нечетное количество шагов.
- Все клетки шахматной доски 8×8 окрашены в красный и синий цвета, причем для любой красной клетки найдется ровно одна синяя, соседняя с этой красной по стороне. Может ли на доске быть ровно 20 синих клеток?
- У Андреа и Бруно есть доска 11×9 (9 столбцов и 11 строк). Сначала Андреа произвольным образом разбивает эту доску на 33 полоски 1×3. Затем Бруно вписывает в каждую клетку одно из чисел 0, 1, 2, 3, 4, 5 так, чтобы сумма в каждой полоске 1×3 была равна 5. Если сумма чисел в каждом из 9 столбцов – простое число, то Бруно выигрывает. В противном случае выигрывает Андреа. Кто из игроков может обеспечить себе победу?

Решение задач.

- 3. (см рис.)
- 4. Бруно. Раскрасим клетки доски 9×11 в красный, желтый и зеленый цвета так, чтобы в каждой полоске 1×3 было ровно по одной клетке каждого цвета (стандартная раскраска диагоналями. Поставим на зеленые клетки тройки, а на остальные единицы. тогда в каждой полоске 1×3 сумма равна 5. Каждый столбец из 11 клеток можно разрезать на три полоски 1×3, и останется еще две клетки, которые в сумме могут давать или 4, или 2. Тогда сумма чисел в каждом столбце равна либо 17, либо 19, оба эти числа являются простыми, поэтому Бруно выигрывает.

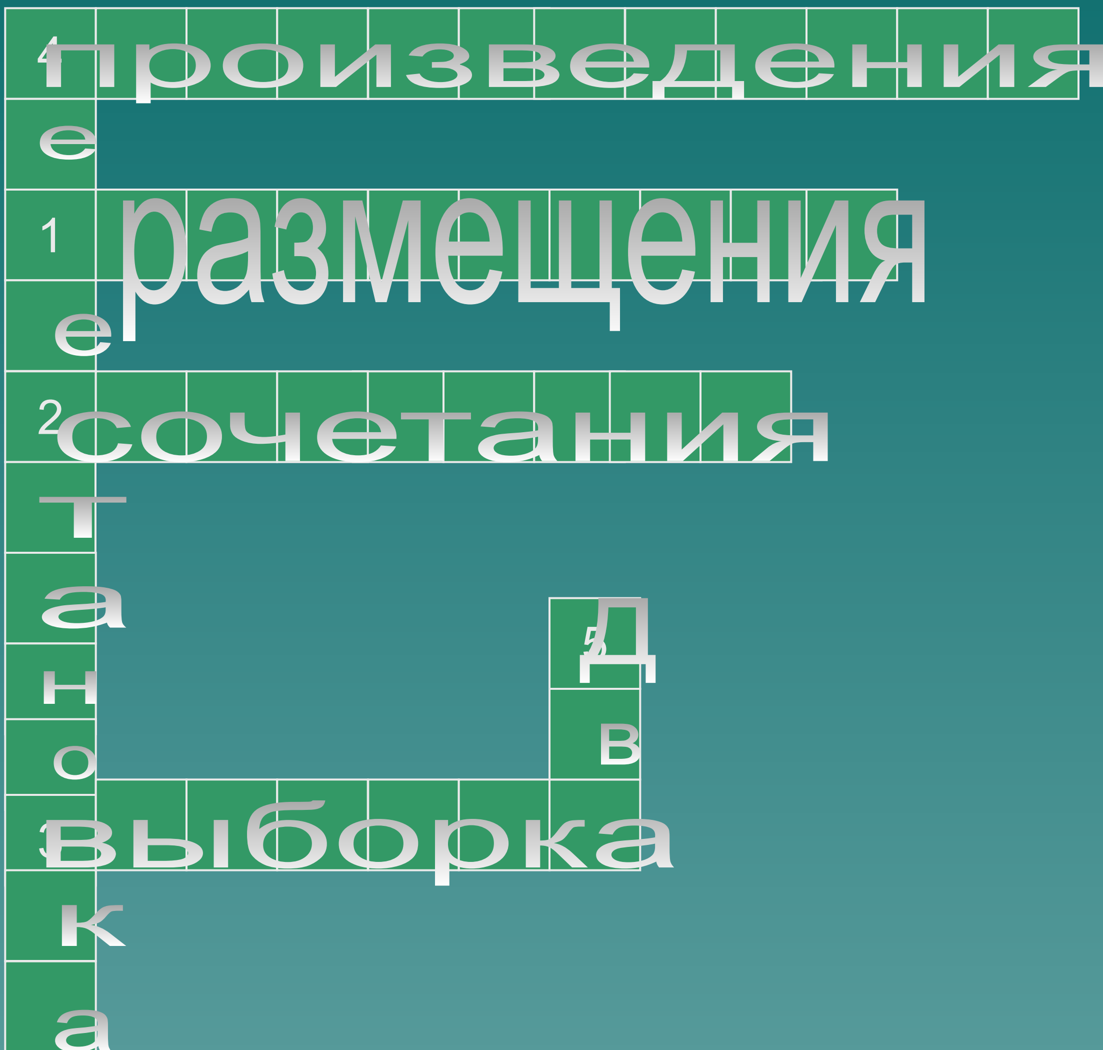


Решение задачи: Сколькими способами можно поставить на шахматной доске двух коней так, чтобы они не били друг друга?

3	4					4	3
4		7	7	7	7		4
	7	9	9	9	9	7	
	7	9	9	9	9	7	
	7	9	9	9	9	7	
	7	9	9	9	9	7	
4		7	7	7	7		4
3	4					4	3

- 1) $4\cdot(64-3)=244$
- 2) $8\cdot(64-4)=480$
- 3) $20\cdot(64-5)=1180$
- 4) $16\cdot(64-7)=912$
- 5) $16\cdot(64-9)=880$
- 6) $(244+480+1180+$
- $+912+880)/2=1848$

Кроссворд по комбинаторике



По горизонтали:

1. Любой выбор k элементов из n, взятых в определенном порядке.
2. Любой выбор k элементов из n.
3. Синоним слова «сочетания».
4. Правило комбинаторики с использованием союза «и».

По вертикали:

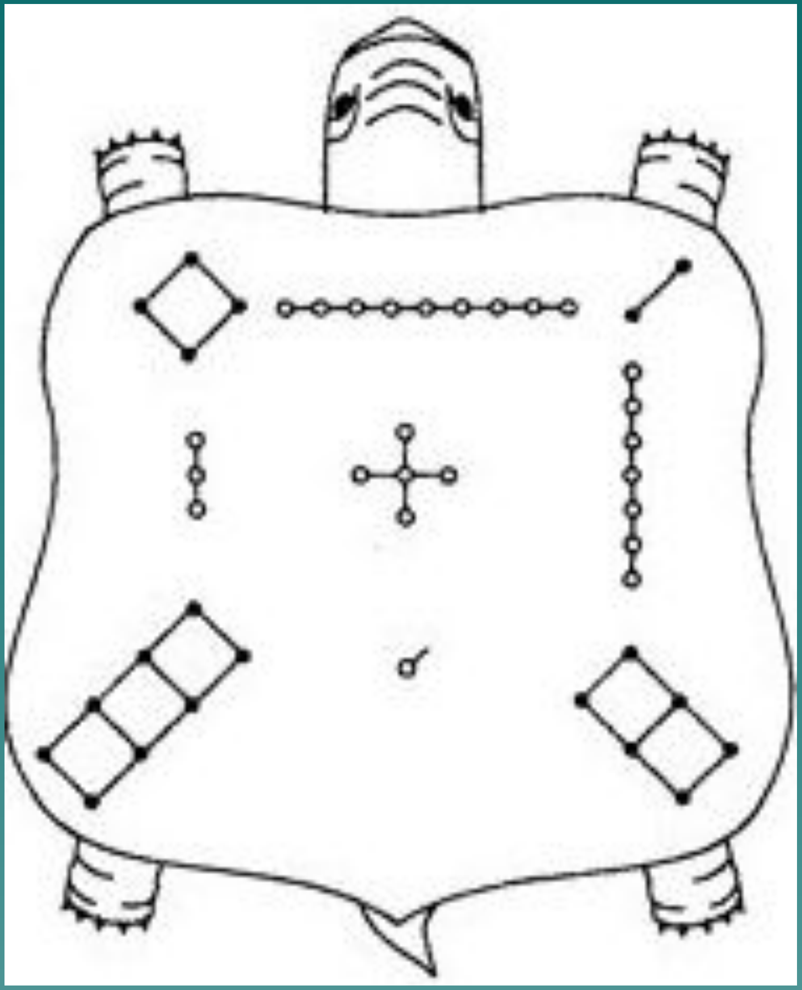
4. Любое расположение элементов в ряд
5. Количество основных правил в комбинаторике

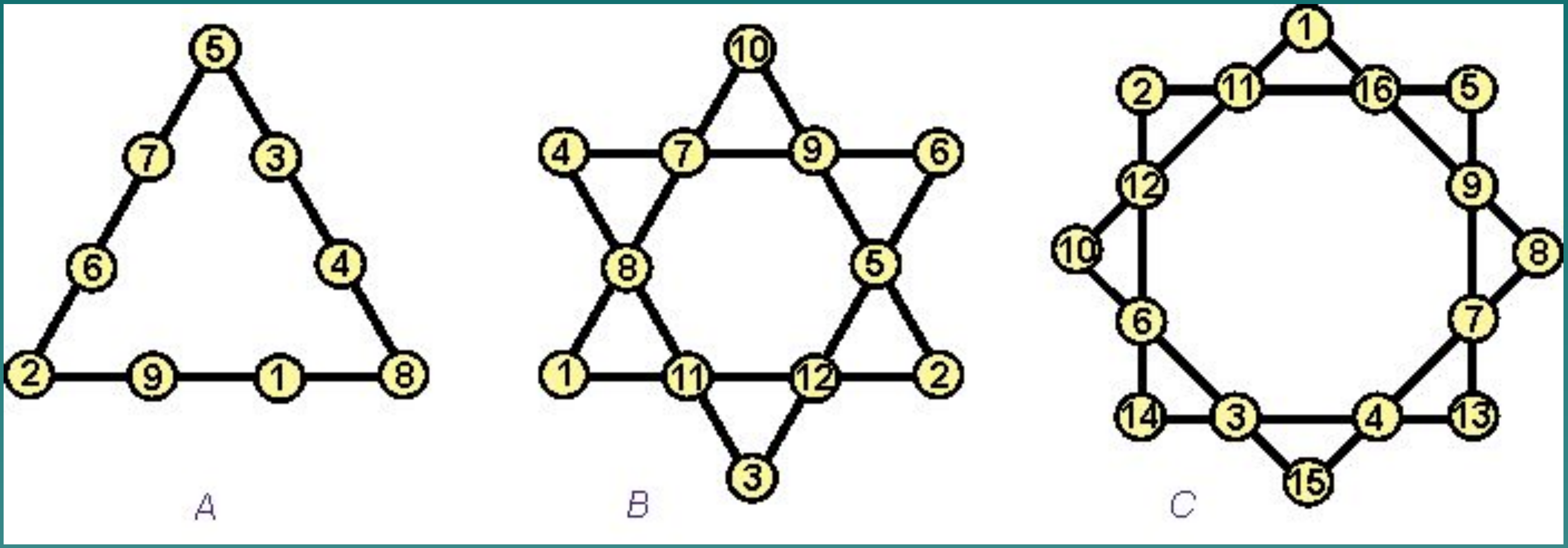
Некоторые комбинаторные задачи

- 1. (Эврика -2000, 5 класс). На крыше в ряд сидят шесть котов. Между Пушком и Мурзиком сидит Кузя и еще один кот, между Рыжиком и и Кузей сидит Барсик и еще один кот, Между Барсиком и Васькой сидит Пушок и еще один кот. Сколько существует способов так рассадить котов?
- 2. (Эврика 2000, 2 класс). Из прямоугольника 3 на 4 по линиям клеток вырезали прямоугольник 1 на 2. Какая фигура могла остаться? Нарисовать все случаи. Случай от случая отличается формой фигуры.
- 3. Сколькими способами можно разбить: а) квадрат 4 на 4, б) прямоугольник 4 на 4, в) прямоугольник 3 на 5 с вырезанной центральной клеткой на две равные части?

Решения

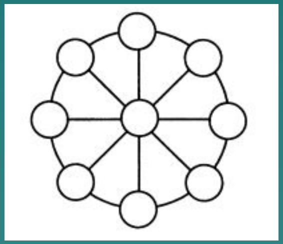
- 1. Дерево возможных вариантов: ВПКБМР, РБПКВМ, ВРПБКМ.
- 2. 6, 5,5.



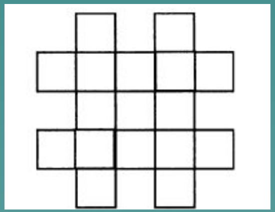

5
7
3
6
4
2
9
1
8
A
10
4
7
9
6
8
5
1
11
12
2
3
B
1
2
11
16
5
12
9
10
8
6
7
14
3
4
13
15
C

Магические фигуры

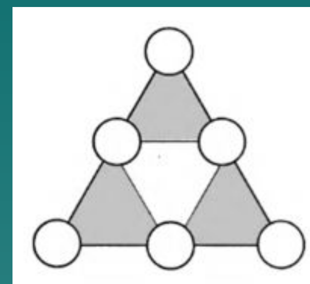
1. Расставьте числа от 1 до 9 в кружочки фигуры так, чтобы сумма трех цифр по каждой прямой составляла 15

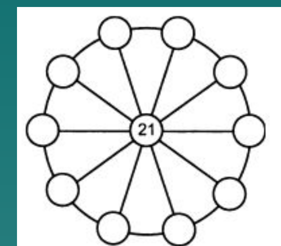


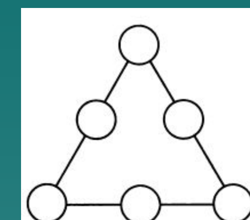
2. Расставьте числа от 1 до 16 таким образом, чтобы сумма пяти чисел каждого ряда (2-х вертикальных и 2-х горизонтальных) равнялась 41 (или 42, или 43, или 44).



3. Расставьте числа от 1 до 6 так, чтобы сумма чисел по сторонам большого треугольника равнялась 11, а сумма чисел по углам выделенных 3-х малых треугольников равнялась 10.

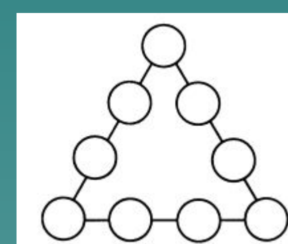






4. Расставьте десять последовательных натуральных чисел в кружочки фигуры так, чтобы сумма любых трех чисел по каждой прямой, составляла 42.

5. Расставьте в кружочки числа от 1 до 6 так, чтобы сумма чисел вдоль каждой стороны треугольника равнялась 12.



6. Расставьте цифры от I до 9 так, чтобы сумма их по каждой стороне треугольника составляла: а). 20 б). 17. 16