

**ФОРМИРОВАНИЕ УЧЕБНО-  
ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ  
КОМПЕТЕНЦИИ ЧЕРЕЗ  
ОВЛАДЕНИЕ ПРИЕМАМИ  
ДЕЙСТВИЯ В НЕСТАНДАРТНОЙ  
СИТУАЦИЯХ**

*Учитель математики муниципального  
образовательного учреждения  
общеобразовательной школы № 2 ЗАТО г.  
Радужный Владимирской области  
Стрижнёва Г.Д.*

---

- ▣ **Цель:** создание условий для овладением учебно-познавательной компетенцией учащимися; развитие математических, интеллектуальных способностей учащихся;
- ▣ **Задачи:** приобщить учащихся к работе с математической литературой; выделять и способствовать осмыслению логических приемов мышления, развитию образного и ассоциативного мышления.

***КОМПЕТЕНЦИЯ*** – это готовность (способность) учащихся использовать усвоенные знания, учебные умения и навыки, а также способы деятельности в жизни для решения практических и теоретических задач. С точки зрения требований к уровню подготовки выпускников.

(А.В. Хуторской)

***МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КОМПЕТЕНЦИЯ*** – это способность структурировать данные (ситуацию), вычленять математические отношения, создавать математические отношения, создавать математическую модель ситуации, анализировать, преобразовывать ее, интерпретировать полученные результаты.

(PIZA)

***ПЕРВЫЙ УРОВЕНЬ*** (*уровень  
воспроизведения*) – это прямое применение  
в знакомой ситуации известных фактов,  
стандартных приёмов, свойств,  
выполнение стандартных процедур,  
применение известных алгоритмов и  
технических навыков, работа со  
стандартными, знакомыми выражениями и  
формулами, непосредственное выполнение  
вычислений.

***ВТОРОЙ*** ***УРОВЕНЬ*** (*уровень*  
*установления связей*) строится на  
репродуктивной деятельности по решению  
задач, которые, хотя и не являются  
типичными, но все же знакомы учащимся  
или выходят за рамки известного лишь в  
очень малой степени содержание задачи  
подсказывает, материал какого раздела  
математики надо использовать и какие  
известные методы применять.

## ***ТРЕТИЙ УРОВЕНЬ*** (*уровень*

*рассуждений*) строится как развитие предыдущего уровня. Для решения задач этого уровня требуется определенная интуиция, размышления и творчество в выборе математического инструментария, интегрирование знаний из разных разделов курса математики, самостоятельная разработка алгоритма действий. От учащегося требуется найти закономерность, провести обобщение и объяснить или обосновать полученные результаты.

## **ПАМЯТКА**

### **учащимся по развитию компетентности**

#### ***Как решить поставленную проблему (решить задачу)?***

##### ***Правило 1.***

Получив задание разберись в нем. Понять содержание задачи: из каких частей состоит, является простой или сложной.

##### ***Правило 2.***

Не пренебрегай опытом других – он твой помощник. Подготовиться к выполнению задания – значит ознакомиться с опытом выполнения похожих задач, но опыт других не должен тебя связывать в поиске новых решений.

##### ***Правило 3.***

Определи, что тебе понадобится в работе (инструменты, справочный материал).

##### ***Правило 4.***

Составляй план действий, не строй воздушных замков, исходи из реальных условий.

##### ***Правило 5.***

Будь внимателен при завершении работы.

##### ***Правило 6.***

Итоговый анализ – залог успешной работы в дальнейшем.

В связи с уменьшением часов, отводимых для изучения математики, с пятого по одиннадцатый класс сократилось количество времени для решения задач повышенной сложности, нестандартных задач. Поэтому для успешной сдачи ЕГЭ и ГИА необходимо начиная с пятого класса обращаться к темам, которые недостаточно представлены в учебнике, но встречаются на экзаменах и олимпиадах. К таким темам относятся:

- модуль;
- параметр;
- решение задач в целых числах и т.д.

Рассмотрим, как применяется уравнение при решении заданий ГИА, ЕГЭ, олимпиад.



### Задача C<sub>5</sub>:

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $\cos(\sqrt{a^2 - x^2}) = 1$  имеет ровно восемь различных решений.

Решение:

Используем алгоритм решения. Начинаем с

1) ОДЗ:  $a^2 - x^2 \geq 0$ ;  $(a - x) \cdot (a + x) \geq 0$   
 $-a \leq x \leq a$

2) Свойство четности функции (её левой части) по  $x$  следует, что  $x = 0$  корень уравнения.

3) Решение тригонометрических уравнений  $\cos t$ ;  $t = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

$$\sqrt{a^2 - x^2} = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}, k \geq 0$$

$$a^2 - x^2 = 4\pi^2 k^2; x^2 = a^2 - 4\pi^2 k^2$$

$$x = \pm \sqrt{a^2 - 4\pi^2 k^2}, k \in \mathbb{Z}, k \geq 0, \text{ но } x \in [-a; a]$$

$a^2 - 4\pi^2 k^2 > 0$ , т.к. функция четная.

$$\left(k - \frac{a}{2\pi}\right) \cdot \left(k + \frac{a}{2\pi}\right) < 0; -\frac{a}{2\pi} < k < \frac{a}{2\pi};$$

в силу того, что  $k \geq 0$  и корней будет 4.

$$3 < \frac{a}{2\pi} < 4; 6\pi < a < 8\pi.$$

Но т.к. функция четная, то решением будет  $-8\pi < a < -6\pi$

$a \in (-8\pi; -6\pi) \cup (6\pi; 8\pi)$  уравнение имеет 8 корней.

Ответ:  $a \in (-8\pi; -6\pi) \cup (6\pi; 8\pi)$

Решение таких задач заданий повышает уровень компетентности учащихся, т.к. задача решается относительно параметра  $a$ , что сложнее, чем просто были числа.

**ЗАДАЧА 5.** При каких значениях параметра  $a$  уравнение  $x^2 - 2a \sin(\cos x) + a^2 \sin 2 = 0$  имеет единственное решение?

Решение:

$$f(x) = x^2 - 2a \sin(\cos x) + a^2 \sin 2$$

$$f(-x) = (-x)^2 - 2a \sin(\cos(-x)) + a^2 \sin 2 = f(x) - \text{четная}$$

Если  $x_0$  – является решение, то  $-x_0$  тоже является решением, если  $x = 0$

$$0 - 2a \sin(\cos 0) + a^2 \sin 2 = 0$$

$$-2a \sin 1 + a^2 \sin 2 = 0 \quad a(-2 \sin 1 + a \sin 2) = 0$$

$$a = 0 \quad a \sin 2 = 2 \sin 1 \quad 2 \sin 1 \cos 1 a = 2 \sin 1$$

$$\sin 1 \neq 0 \quad 2 \cos 1 a = 2 \quad 2 \cos 1 a = 2 \quad a = \frac{1}{\cos 1}$$

Проверка:  $a = 0 \quad x^2 = 0 \quad x = 0$  единственное решение. (верно)

$$a = \frac{1}{\cos 1}; \quad x^2 - \frac{2}{\cos 1} \cdot \sin(\cos x) + \frac{a^2 \sin 2}{\cos^2 1} = 0$$

$$x^2 - \frac{2 \sin(\cos x)}{\cos 1} + \frac{2 \sin 1 \cos 1}{\cos^2 1} = 0$$

верно при  $x = 0$

Ответ: 0 и  $\frac{1}{\cos 1}$

**ЗАДАЧА С5.** При каких значениях параметра  $a$  уравнение  $x^2 - \frac{5a}{2\cos x - 3} + 10 = 0$  имеет единственное решение?

Ответ: - 2.

**ЗАДАЧА С6.** Определите, сколько раз в последовательности  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  - заданной формулой  $a_n = \left[ \sqrt{5n} + \frac{1}{2} \right]$ , встречается число 20?

Ответ: 8.

**ЗАДАЧА С6.** Найдите все значение  $a$ , при которых уравнение  $\cos x = (3a - 7)^2$  имеет корни, а число  $\frac{27(2-a)}{4(a-1)^3}$  является целым.

Ответ:  $2\frac{5}{2}$ .

**ЗАДАЧА С6.** НАЙДИТЕ НАИБОЛЬШИЙ ОБЩИЙ ДЕЛИТЕЛЬ ВСЕХ ЧИСЕЛ ВИДА  $p^2 - 1$ , ГДЕ  $p$  – ПРОСТОЕ ЧИСЛО, БОЛЬШЕЕ 3, НО МЕНЬШЕЕ 2010.

- Решение:  $p > 3$ , то наименьшее  $p = 5$ .
- $5^2 - 1 = 24$ , но  $p$  – простое и  $p < 2010$ , числа 2009,
- 2008, 2007, 2006, 2005, 2004 – составные
- Числа, а число 2003 – простое,
- $2003^2 - 1 = (2003 - 1) \cdot (2003 + 1) = 2002 \cdot 2004 =$
- $24 \cdot 1001 \cdot 167$ .
- НОД всех чисел вида  $p^2 - 1$ , где  $p > 3$ , но
- $p < 2010$  является число 24.
- ОТВЕТ: 24

**Задача С6:**

Решите в натуральных числах уравнение  $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{25}$ , где  $m > n$ .

Задача творческого характера и опять учащимся необходимо устанавливать соответствовали между знаниями, которые они знают и дальше выходят на уровень рассуждений.

Решение:

$$\frac{n+m}{mn} = \frac{1}{25}, \quad m, n \in \mathbb{N}$$

$$25n + 25m = mn$$

$$25n = mn - 25m; \quad 25n = m(n - 25)$$

$$5 \cdot 5 = 1 \cdot 25$$

$$25 = 5 \cdot 5 = 1 \cdot 25$$

$$\text{I} \quad \begin{cases} m = 5n \\ n - 25 = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} m = 5n \\ n = 30 \end{cases} \quad \begin{cases} m = 150 \\ n = 30 \end{cases}$$

$$\text{II} \quad \begin{cases} m = 5 \\ n - 25 = 5n \end{cases} \quad \begin{cases} m = 5 \\ -4n = 25 \end{cases} \quad \begin{cases} m = 5 \\ n = -\frac{25}{4} \end{cases} \text{ не является натуральным числом}$$

$$\text{III} \quad \begin{cases} m = n \\ n - 25 = 25 \end{cases} \quad \begin{cases} m = n \\ n = 50 \end{cases} \quad \begin{cases} m = 50 \\ n = 50 \end{cases} \text{ не подходит, т.к. } m > n$$

$$\text{IV} \quad \begin{cases} m = 25n \\ n - 25 = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} m = 25n \\ n = 26 \end{cases} \quad \begin{cases} m = 650 \\ n = 26 \end{cases}$$

$$\text{V} \quad \begin{cases} m = 1 \\ n - 25 = 25n \end{cases} \quad \begin{cases} m = 1 \\ -24n = 25 \end{cases} \quad \begin{cases} m = 1 \\ n = -\frac{25}{24} \end{cases} \text{ не является натуральным числом}$$

Рассмотрены все случаи.

$$\text{Ответ: } \begin{cases} m = 150 \\ n = 30 \end{cases} \quad \begin{cases} m = 650 \\ n = 26 \end{cases}$$

В качестве факта необходимо признать, что большая часть школьников отмечается объективным неприятием математики. Однако без математического образования современный человек обойтись не может.

Сложность заключается в создании привлекательного для учащихся курса математики, кропотливого поиска таких приёмов методики преподавания и организации учебного процесса, чтобы ученику «захотелось» понять и учить математику.

Поэтому ученику необходимо понимать, что:

«Дорогу осилит идущий, а математику – мыслящий».

«Познание начинается с удивления».

«Тренируй креативность».

«Нельзя судить о человеке раз и навсегда, нужно дать ему возможность и раскрыться».

«Учение с увлечением».

## Список литературы

1. И.С. Сергеев, В.И. Блинов. Как реализовать компетентностный подход на уроке и во внеурочной деятельности. – Издательство «АРКТИ», Москва, 2009 г.
2. Журнал «Математика» №9, 2009 г.
3. Математика. ЕГЭ 2009. под редакцией А.П. Семенова, И.В. Ященко.
4. Э.Н. Балаян. 1001 олимпиадная и занимательная задача по математике. – «Феникс», Ростов-на-Дону , 2008 г.