

**ФОРМИРОВАНИЕ УЧЕБНО-
ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ
КОМПЕТЕНЦИИ ЧЕРЕЗ
ОВЛАДЕНИЕ ПРИЕМАМИ
ДЕЙСТВИЯ В НЕСТАНДАРТНОЙ
СИТУАЦИЯХ**

*Учитель математики муниципального
образовательного учреждения
общеобразовательной школы № 2 ЗАТО г.
Радужный Владимирской области
Стрижнёва Г.Д..*

- ▣ **Цель:** создание условий для овладением учебно-познавательной компетенцией учащимися; развитие математических, интеллектуальных способностей учащихся;
- ▣ **Задачи:** приобщить учащихся к работе с математической литературой; выделять и способствовать осмыслению логических приемов мышления, развитию образного и ассоциативного мышления.

КОМПЕТЕНЦИЯ – это готовность (способность) учащихся использовать усвоенные знания, учебные умения и навыки, а также способы деятельности в жизни для решения практических и теоретических задач. С точки зрения требований к уровню подготовки выпускников.

(А.В. Хуторской)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КОМПЕТЕНЦИЯ – это способность структурировать данные (ситуацию), вычленять математические отношения, создавать математические отношения, создавать математическую модель ситуации, анализировать, преобразовывать ее, интерпретировать полученные результаты.

(PIZA)

ПЕРВЫЙ УРОВЕНЬ (*уровень
воспроизведения*) – это прямое применение
в знакомой ситуации известных фактов,
стандартных приёмов, свойств,
выполнение стандартных процедур,
применение известных алгоритмов и
технических навыков, работа со
стандартными, знакомыми выражениями и
формулами, непосредственное выполнение
вычислений.

ВТОРОЙ ***УРОВЕНЬ*** (*уровень*
установления *связей*) строится на
репродуктивной деятельности по решению
задач, которые, хотя и не являются
типичными, но все же знакомы учащимся
или выходят за рамки известного лишь в
очень малой степени содержание задачи
подсказывает, материал какого раздела
математики надо использовать и какие
известные методы применять.

ТРЕТИЙ УРОВЕНЬ (*уровень*

рассуждений) строится как развитие предыдущего уровня. Для решения задач этого уровня требуется определенная интуиция, размышления и творчество в выборе математического инструментария, интегрирование знаний из разных разделов курса математики, самостоятельная разработка алгоритма действий. От учащегося требуется найти закономерность, провести обобщение и объяснить или обосновать полученные результаты.

ПАМЯТКА

учащимся по развитию компетентности

Как решить поставленную проблему (решить задачу)?

Правило 1.

Получив задание разберись в нем. Понять содержание задачи: из каких частей состоит, является простой или сложной.

Правило 2.

Не пренебрегай опытом других – он твой помощник. Подготовиться к выполнению задания – значит ознакомиться с опытом выполнения похожих задач, но опыт других не должен тебя связывать в поиске новых решений.

Правило 3.

Определи, что тебе понадобится в работе (инструменты, справочный материал).

Правило 4.

Составляй план действий, не строй воздушных замков, исходи из реальных условий.

Правило 5.

Будь внимателен при завершении работы.

Правило 6.

Итоговый анализ – залог успешной работы в дальнейшем.

В связи с уменьшением часов, отводимых для изучения математики, с пятого по одиннадцатый класс сократилось количество времени для решения задач повышенной сложности, нестандартных задач. Поэтому для успешной сдачи ЕГЭ и ГИА необходимо начиная с пятого класса обращаться к темам, которые недостаточно представлены в учебнике, но встречаются на экзаменах и олимпиадах. К таким темам относятся:

- модуль;
- параметр;
- решение задач в целых числах и т.д.

Рассмотрим, как применяется уравнение при решении заданий ГИА, ЕГЭ, олимпиад.

Задача C₅:

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\cos(\sqrt{a^2 - x^2}) = 1$ имеет ровно восемь различных решений.

Решение:

Используем алгоритм решения. Начинаем с

1) ОДЗ: $a^2 - x^2 \geq 0$; $(a - x) \cdot (a + x) \geq 0$
 $-a \leq x \leq a$

2) Свойство четности функции (её левой части) по x следует, что $x = 0$ корень уравнения.

3) Решение тригонометрических уравнений $\cos t$; $t = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

$$\sqrt{a^2 - x^2} = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}, k \geq 0$$

$$a^2 - x^2 = 4\pi^2 k^2; x^2 = a^2 - 4\pi^2 k^2$$

$$x = \pm \sqrt{a^2 - 4\pi^2 k^2}, k \in \mathbb{Z}, k \geq 0, \text{ но } x \in [-a; a]$$

$a^2 - 4\pi^2 k^2 > 0$, т.к. функция четная.

$$\left(k - \frac{a}{2\pi}\right) \cdot \left(k + \frac{a}{2\pi}\right) < 0; -\frac{a}{2\pi} < k < \frac{a}{2\pi};$$

в силу того, что $k \geq 0$ и корней будет 4.

$$3 < \frac{a}{2\pi} < 4; 6\pi < a < 8\pi.$$

Но т.к. функция четная, то решением будет $-8\pi < a < -6\pi$

$a \in (-8\pi; -6\pi) \cup (6\pi; 8\pi)$ уравнение имеет 8 корней.

Ответ: $a \in (-8\pi; -6\pi) \cup (6\pi; 8\pi)$

Решение таких задач заданий повышает уровень компетентности учащихся, т.к. задача решается относительно параметра a , что сложнее, чем просто были числа.

ЗАДАЧА 5. При каких значениях параметра a уравнение $x^2 - 2a \sin(\cos x) + a^2 \sin 2 = 0$ имеет единственное решение?

Решение:

$$f(x) = x^2 - 2a \sin(\cos x) + a^2 \sin 2$$

$$f(-x) = (-x)^2 - 2a \sin(\cos(-x)) + a^2 \sin 2 = f(x) - \text{четная}$$

Если x_0 – является решение, то $-x_0$ тоже является решением, если $x = 0$

$$0 - 2a \sin(\cos 0) + a^2 \sin 2 = 0$$

$$-2a \sin 1 + a^2 \sin 2 = 0 \quad a(-2 \sin 1 + a \sin 2) = 0$$

$$a = 0 \quad a \sin 2 = 2 \sin 1 \quad 2 \sin 1 \cos 1 a = 2 \sin 1$$

$$\sin 1 \neq 0 \quad 2 \cos 1 a = 2 \quad 2 \cos 1 a = 2 \quad a = \frac{1}{\cos 1}$$

Проверка: $a = 0 \quad x^2 = 0 \quad x = 0$ единственное решение. (верно)

$$a = \frac{1}{\cos 1}; \quad x^2 - \frac{2}{\cos 1} \cdot \sin(\cos x) + \frac{a^2 \sin 2}{\cos^2 1} = 0$$

$$x^2 - \frac{2 \sin(\cos x)}{\cos 1} + \frac{2 \sin 1 \cos 1}{\cos^2 1} = 0$$

верно при $x = 0$

Ответ: 0 и $\frac{1}{\cos 1}$

ЗАДАЧА С5. При каких значениях параметра a уравнение $x^2 - \frac{5a}{2\cos x - 3} + 10 = 0$ имеет единственное решение?

Ответ: - 2.

ЗАДАЧА С6. Определите, сколько раз в последовательности $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ - заданной формулой $a_n = \left[\sqrt{5n} + \frac{1}{2} \right]$, встречается число 20?

Ответ: 8.

ЗАДАЧА С6. Найдите все значение a , при которых уравнение $\cos x = (3a - 7)^2$ имеет корни, а число $\frac{27(2-a)}{4(a-1)^3}$ является целым.

Ответ: $2\frac{5}{2}$.

ЗАДАЧА С6. НАЙДИТЕ НАИБОЛЬШИЙ ОБЩИЙ ДЕЛИТЕЛЬ ВСЕХ ЧИСЕЛ ВИДА $p^2 - 1$, ГДЕ p – ПРОСТОЕ ЧИСЛО, БОЛЬШЕЕ 3, НО МЕНЬШЕЕ 2010.

- Решение: $p > 3$, то наименьшее $p = 5$.
- $5^2 - 1 = 24$, но p – простое и $p < 2010$, числа 2009,
- 2008, 2007, 2006, 2005, 2004 – составные
- Числа, а число 2003 – простое,
- $2003^2 - 1 = (2003 - 1) \cdot (2003 + 1) = 2002 \cdot 2004 =$
- $24 \cdot 1001 \cdot 167$.
- НОД всех чисел вида $p^2 - 1$, где $p > 3$, но
- $p < 2010$ является число 24.
- ОТВЕТ: 24

Задача С6:

Решите в натуральных числах уравнение $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{25}$, где $m > n$.

Задача творческого характера и опять учащимся необходимо устанавливать соответствовали между знаниями, которые они знают и дальше выходят на уровень рассуждений.

Решение:

$$\frac{n+m}{mn} = \frac{1}{25}, \quad m, n \in \mathbb{N}$$

$$25n + 25m = mn$$

$$25n = mn - 25m; \quad 25n = m(n - 25)$$

$$5 \cdot 5 = 1 \cdot 25$$

$$25 = 5 \cdot 5 = 1 \cdot 25$$

$$\text{I} \quad \begin{cases} m = 5n \\ n - 25 = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} m = 5n \\ n = 30 \end{cases} \quad \begin{cases} m = 150 \\ n = 30 \end{cases}$$

$$\text{II} \quad \begin{cases} m = 5 \\ n - 25 = 5n \end{cases} \quad \begin{cases} m = 5 \\ -4n = 25 \end{cases} \quad \begin{cases} m = 5 \\ n = -\frac{25}{4} \end{cases} \text{ не является натуральным числом}$$

$$\text{III} \quad \begin{cases} m = n \\ n - 25 = 25 \end{cases} \quad \begin{cases} m = n \\ n = 50 \end{cases} \quad \begin{cases} m = 50 \\ n = 50 \end{cases} \text{ не подходит, т.к. } m > n$$

$$\text{IV} \quad \begin{cases} m = 25n \\ n - 25 = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} m = 25n \\ n = 26 \end{cases} \quad \begin{cases} m = 650 \\ n = 26 \end{cases}$$

$$\text{V} \quad \begin{cases} m = 1 \\ n - 25 = 25n \end{cases} \quad \begin{cases} m = 1 \\ -24n = 25 \end{cases} \quad \begin{cases} m = 1 \\ n = -\frac{25}{24} \end{cases} \text{ не является натуральным числом}$$

Рассмотрены все случаи.

$$\text{Ответ: } \begin{cases} m = 150 \\ n = 30 \end{cases} \quad \begin{cases} m = 650 \\ n = 26 \end{cases}$$

В качестве факта необходимо признать, что большая часть школьников отмечается объективным неприятием математики. Однако без математического образования современный человек обойтись не может.

Сложность заключается в создании привлекательного для учащихся курса математики, кропотливого поиска таких приёмов методики преподавания и организации учебного процесса, чтобы ученику «захотелось» понять и учить математику.

Поэтому ученику необходимо понимать, что:

«Дорогу осилит идущий, а математику – мыслящий».

«Познание начинается с удивления».

«Тренируй креативность».

«Нельзя судить о человеке раз и навсегда, нужно дать ему возможность и раскрыться».

«Учение с увлечением».

Список литературы

1. И.С. Сергеев, В.И. Блинов. Как реализовать компетентностный подход на уроке и во внеурочной деятельности. – Издательство «АРКТИ», Москва, 2009 г.
2. Журнал «Математика» №9, 2009 г.
3. Математика. ЕГЭ 2009. под редакцией А.П. Семенова, И.В. Ященко.
4. Э.Н. Балаян. 1001 олимпиадная и занимательная задача по математике. – «Феникс», Ростов-на-Дону , 2008 г.