

# Разбор задания С3 ЕГЭ



**«ФИШКА»**

## Условие:



### Задача Сз.

Два игрока играют в следующую игру. На координатной плоскости стоит фишка. Игроки ходят по очереди. В начале игры фишка находится в точке с координатами  $(5,2)$ . Ход состоит в том, что игрок перемещает фишку из точки с координатами  $(x,y)$  в одну из трех точек: или в точку с координатами  $(x+3,y)$ , или в точку с координатами  $(x,y+3)$  или в точку с координатами  $(x,y+4)$ . Выигрывает игрок, после хода которого расстояние по прямой от фишки до точки с координатами  $(0,0)$  не меньше 13 единиц. Кто выигрывает при безошибочной игре обоих игроков – игрок, делающий первый ход, или игрок, делающий второй ход? Каким должен быть первый ход выигрывающего игрока? Ответ обоснуйте

### ● Решение:

# Критерии оценки:



## **Указания по оцениванию:**

**пункт 1 - 3 балла** - Правильное указание выигрывающего игрока и его ходов со строгим доказательством правильности (с помощью или без помощи дерева игры)

# Критерии оценки:



## **пункт 2:**

**2 балла** - правильное указание выигрывающего игрока, стратегии игры, приводящей к победе, но при отсутствии доказательства ее правильности.

# Критерии оценки:



- **пункт 3:**

**1 балл** - При наличии в представленном решении одного из пунктов:

*часть 1.* Правильно указан выигрывающий игрок, и его первый ход, рассмотрены все возможные ответы второго игрока, но неверно определены дальнейшие действия

*часть 2.* Правильно указан выигрывающий игрок и его первый ход, но описание выигрышной стратегии неполно и рассмотрены несколько (больше одного, но не все) вариантов ответов второго игрока.

# Критерии оценки:



- **пункт 4**

**0 баллов** - Задание не выполнено или в представленном решении полностью отсутствует описание элементов выигрышной стратегии, и отсутствует анализ вариантов первого - второго ходов играющих (даже при наличии правильного указания выигрывающего игрока)

# Табличный способ решения:



**Этот способ наиболее трудоёмкий,  
но самый надёжный.**

**Нам предстоит построить, а затем и  
заполнить не совсем простую таблицу, ее  
еще называют - "дерево игры" .**

**Проведём предварительный анализ и  
ответим на два вопроса:**

**1. Сколько строк и столбцов будет в таблице?**

# Определим количество столбцов



Для того, чтобы определить количество столбцов воспользуемся подсказкой 😊

В критериях оценки этого задания есть следующий пункт: ставиться ноль баллов, если отсутствует анализ первого и второго ходов играющих. Т.к. играющих два, то столбцов – **четыре**.



## Определим количество строк:



- **1. Первый игрок имеет право на три различных хода (из условия), значит ему отведём – три строки.**
- **2. Второй может ответить на каждый ход первого так же тремя ходами. Итого:  $3 * 3 = 9$  строк (вариантов)**
- **3. Первый может ответить тремя вариантами на каждый из девяти ходов второго.  $9 * 3 = 27$  строк**
- **4. Сколько ответных ходов может сделать второй игрок? Правильно : 81**

# Построение таблицы



- Такую большую таблицу рисовать необязательно.
- Можно «схитрить».
- Итак, лучше начать рисовать таблицу справа налево. Для этого очерчиваем прямоугольник в 27 строк. Затем слева к нему пристраиваем столбец, объединяя каждые три строки предыдущего столбца в один. Снова отступ влево и повторяем предыдущую процедуру.
- Почему же не 81 строка?

Вот так!)))



Вся хитрость в том, что на  
каждую серию ответов  
первого игрока нам  
достаточно будет указать  
один выигрышный ход.

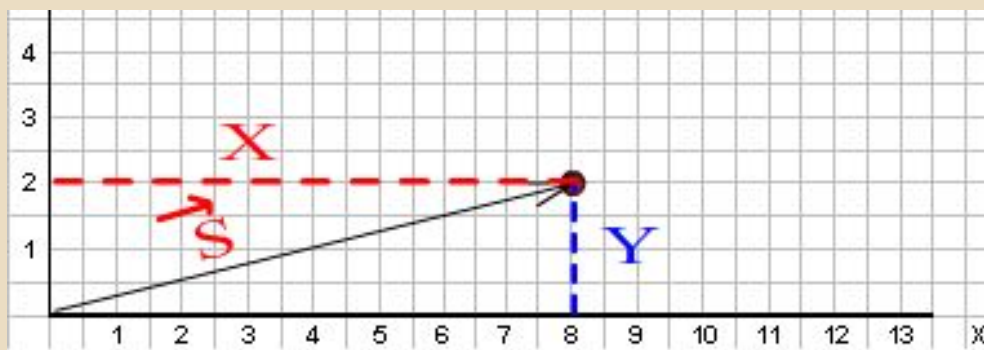
# Начало игры

	1 игрок	2 игрок	1 игрок
1 вариант хода 1 игрока			1 серия
			ответов
			1 игрока
			2 серия
			ответов
			1 игрока
			3 серия
			ответов
			1 игрока
2 вариант хода 1 игрока			4 серия
			ответов
			1 игрока
			5 серия
			ответов
			1 игрока
			6 серия
			ответов
			1 игрока
3 вариант хода 1 игрока			7 серия
			ответов
			1 игрока
			8 серия
			ответов
			1 игрока
			9 серия
			ответов
			1 игрока

# Как будем определять победителя?



Из рисунка видно, что нам нужно определить длину вектора  $S$ , которая зависит от изменения координат фишки игроком. **Как найти длину вектора  $S$ ?**



Длину вектора  $S$  можно рассчитать по теореме Пифагора:

$$S = \sqrt{X^2 + Y^2}$$

## Вспомним условие:



По условию задачи выигрывает тот, кто первым удалится от начала координат на 13 или больше единиц.

Предположим первый игрок перешел в точку с координатами (8;2), проверим этот ход на победу с помощью теоремы Пифагора

$$S = \sqrt{8^2 + 2^2} = 68 < 13^2 = 169$$

Значит до победы первому игроку далеко.

# Важно!



Чтобы не запутаться при заполнении таблицы, необходимо соблюдать следующие правила:

1. Первый ход всегда по оси X
2. Второй ход по оси Y на минимальное удаление
3. Третий ход по оси Y на максимальное удаление

Можно приступить к заполнению таблицы. В первый столбец поставим начальную координаты фишки (5;2). В верхнюю строку первого хода первого игрока, согласно условию, внесем координаты (8;2).

## Заполнение таблиц



Выполните таблицу, о которой говорилось ранее, у себя в тетради и заполните всевозможные первые ходы первого игрока.



	1 игрок	2 игрок	1 игрок
5 2	8 2		
	5 5		
	5 6		

	1 игрок	2 игрок	1 игрок
5 2	8 2	11 2	
		8 5	
		8 6	
	5 5	8 5	
		5 8	
		5 9	
	5 6	8 6	
		5 9	
		5 10	

	1 игрок	2 игрок	1 игрок
8 2		11 2	14 2
			11 5
			11 6
		11 5	
		8 8	
		8 9	
		11 6	
		8 9	
		8 10	
		5 2	5 5
8 6	эти строки можно не заполнять, они повторяются		
8 5	эти строки можно не заполнять, они повторяются		
8 8			
5 8	8 8		
5 9	5 11		
5 9	5 12		
5 9	8 9		
5 9	5 12		
5 9	5 13		
5 6	5 6	8 6	эти строки можно не заполнять, они повторяются
		5 9	эти строки можно не заполнять, они повторяются
		8 10	
		5 10	8 10
		5 10	5 13
		5 10	5 14

	1 игрок	2 игрок	1 игрок
5 2	8 2	11 2	14 2
			11 5
			11 6
		8 5	11 5
			8 8
			8 9
		8 6	11 6
			8 9
			8 10
	5 5	8 5	
		5 8	8 8
			5 11
		5 9	5 12
			8 9
5 6	8 6		
	5 9		
	5 10	8 10	
5 13			
5 14			

Вот и пришло время проверить, а не достигли ли какие-нибудь варианты ходов первого игрока победного значения. Для этого с первой - верхней строки и до последней, самой нижней, находим сумму квадратов координат и, если она больше 163 каким-либо образом, это значение выделяем

1 игрок	2 игрок	1 игрок	
8 2	11 2	14 2	200,00
		11 5	146,00
		11 6	157,00
	8 5	11 5	146,00
		8 8	128,00
		8 9	145,00
	8 6	11 6	157,00
		8 9	145,00
		8 10	164,00
	5 5	8 5	
8 8			128,00
5 11			146,00
5 8		5 12	169,00
		8 9	145,00
		5 9	169,00
5 6	8 6		
		5 9	
	5 10	8 10	164,00
		5 13	194,00
		5 14	221,00

Начинается самое интересное - анализ игровой ситуации.

На первый взгляд, даже может показаться, что выигрывает первый игрок, поскольку "красноты" больше половины, но не спешите с выводами. Начинаем разрабатывать выигрышную стратегию второго игрока.

Итак, как ответит при правильной игре второй игрок на ход первого (8,2)? Правильно, он ответит либо (8,5) либо (8,6). Максимальное удаление первого игрока при этом в первом случае составляет 146, а во втором - 157, что явно еще меньше чем 163.

Аналогично рассматриваем другие ситуации и приходим к выводу, что второму нужно отвечать на первый ход первого игрока либо (8,5), либо (8,6) и нельзя: (11,2), (5,8), (5,9) и (5,10)...

1 игрок	2 игрок	1 игрок	
8 2	11 2	14 2	200,00
		11 5	146,00
		11 6	157,00
	8 5	11 5	146,00
		8 8	128,00
		8 9	145,00
	8 6	11 6	157,00
		8 9	145,00
		8 10	164,00
5 5	8 5		
		8 8	128,00
		5 11	146,00
	5 8	5 12	169,00
		8 9	145,00
		5 12	169,00
5 9	5 13	194,00	
5 6	8 6		
	5 9		
	5 10	8 10	164,00
5 13		194,00	
5 14		221,00	

2 игрок
14 5
8 11
8 12
14 6
8 12
8 13

проверим ответ на вторую серию второго игрока (14,5)

$$14 * 14 + 5 * 5 = 185$$

$$8 * 8 + 11 * 11 = 185$$

$$185 > 169 - \text{vivat!}$$

дальше можно не проверять и так ясно, что это больше, чем 169.

**Вывод:** при правильной игре выигрывает второй игрок, для этого ему необходимо сходить своим первым ходом в точку с координатами (8,5) или (8,6).

*... не забудьте приложить к своему ответу дерево игры, иначе все ваши труды пропадут даром....*

# Способ оформления, приведённый ниже, не даст возможности получить максимум баллов!

Ответ:

Содержание верного ответа и указания к оцениванию  
(допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)

Выигрывает второй игрок.

Для доказательства рассмотрим неполное дерево игры, оформленное в виде таблицы, где в каждой ячейке записаны координаты фишки на каждом этапе игры.

	1 ход	2 ход	3 ход	4 ход
Стартовая позиция	I-й игрок (все варианты хода)	II-й игрок (выигрышный ход)	I-й игрок (все варианты хода)	II-й игрок (выигрышный ход, один из вариантов)
5,2	5,6	<u>8,6</u>	11,6	<u>14,6</u>
			8,9	<u>11,9</u>
			8,10	<u>11,10</u>
	5,5	<u>8,5</u>	11,5	<u>14,5</u>
			8,8	<u>11,8</u>
			8,9	<u>11,9</u>
8,2	<u>8,5</u> или <u>8,6</u> (экзаменуемому достаточно привести один из вариантов)	Те же варианты третьего-четвертого ходов.		

Таблица содержит *все возможные* варианты ходов первого игрока. Из неё видно, что при любом ходе первого игрока у второго имеется ход, приводящий к победе.

## Вернемся к критериям оценки:



- Вспомним **пункт 3, часть 1** где говорится:... если правильно указан выигрывающий игрок и его первый ход, но описание выигрышной стратегии неполно и **рассмотрены несколько (больше одного, но не все) вариантов ответов** второго игрока - **1 балл.**



## Вернемся к критериям оценки:



- Невооруженным глазом видно, что второй игрок после хода первого может поставить фишку в точки с координатами: **(11,2), (8,5), (8,6), (5,8), (5,9), (5,10)** из которых в таблице рассмотрены только **(8,5)** и **(8,6)**, т.е. по такому оформлению невозможно **строго доказать, к чему приводит ход (5,10) - к победе либо наоборот к поражению, если его не рассматривать?**

## Вернемся к критериям оценки:



не успокаивайте себя, что 1 балл - тоже хорошо, поскольку пункт 4 гласит: ...если **отсутствует анализ вариантов первого - второго ходов играющих (даже при наличии правильного указания выигрывающего игрока) - 0 баллов**, а теперь скажите, сколько возможных вариантов хода есть у второго игрока, после того как сходит первый - девять, а в ответе рассмотрено сколько - 4. О чем это говорит? Это говорит о том, что отсутствует анализ целых пяти вариантов из возможных. Следовательно, если вы даже укажете, что победит второй вам могут поставить за него 0 баллов!!!

## Вернемся к критериям оценки:



- Иными словами, приведенная выше таблица содержит все возможные варианты только первого хода и только первого игрока, но не рассматривает и половину из тех, которые может сделать второй на первом ходу, а про второй ход обоих игроков даже и говорить не приходится...

# Ещё один пример задачи Сз

## Задача «Камушки».



Два игрока играют в игру. Перед ними лежат две кучки камней, в первой из которых 3, а во второй – 2 камня. У каждого игрока неограниченное число камней. Игроки ходят по очереди. Ход состоит в том, что игрок или увеличивает в 3 раза число камней в какой-то кучке, или добавляет 1 камень в какую-то кучку. Выигрывает игрок, после хода которого общее число камней в двух кучках становится не менее 16. Кто выигрывает при правильной игре – игрок, делающий первый ход, или игрок делающий второй ход. Каким должен быть первый ход выигрывающего игрока? Ответ обоснуйте.

# X3, +1, >=16

Старт	1ход, 1игр.	2ход, 2 игр.	3ход, 1 игр.		
	9,2X	27,2		Выигрыш 2го игрока	
X	3 +1				
3	X	9,6		Выигрыш 2го игрока	
	3,63	3,18			
3,2	+1				
		12,3		Выигрыш 1го игрока	
		4,6		Выигрыш 1го игрока	
	4,2	5,2		Выигрыш 1го игрока	Выигрыш 2го игрока
		4,3	12,3 4,9 5,3		в люб.
+1		9,3	4,4	Выигрыш 1го игрока	
	3,3	3,9		Выигрыш 1го игрока	
		4,3	12,3 4,9 5,3		Выигрыш 2го игрока
		3,4	4,4		в люб.

Ответ:



Выиграет второй игрок при ЛЮБОМ ходе первого.  
Обоснование: Своим первым шагом ему необходимо сделать в одной кучке 4 камня, а в другой 3 камня.