



# **РЕШЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ЗАДАЧ РАЗЛИЧНЫХ ВИДОВ**

## **Занятие 2**

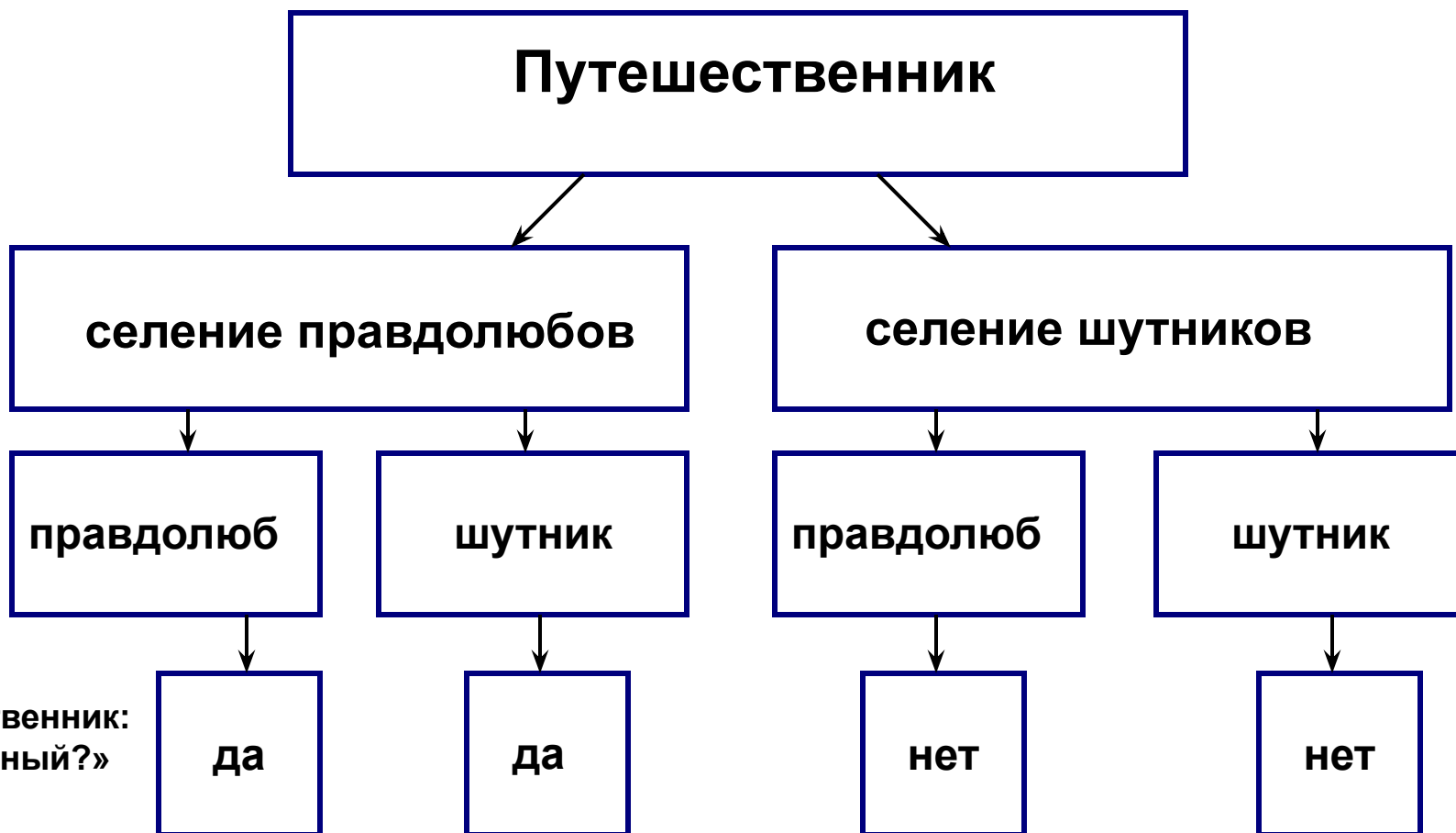
**Проф. Стойлова Л. П.**

# Задачи про правдолюбов и шутников

**Задача 1.** На некотором острове отдельными селениями живут правдолюббы и шутники. Правдолюббы всегда говорят правду, а шутники постоянно шутят, а потому всегда лгут. Жители одного племени бывают в селении другого, и наоборот. В одно из селений попал путешественник, но не знает, в какое именно. Докажите, что путешественнику достаточно первому встречному задать вопрос: «Вы местный?», чтобы по ответу определить, в селении какого племени он находится.

\* Задача взята из статьи: Заесёнок В. П.  
Эвристические приемы решения логических задач  
// Математика в школе. 2005. № 3

Доказательство удобно провести, построив блок-схему, где каждый шаг в рассуждении изображается прямоугольником.



Путешественник:  
«Вы местный?»

**Задача 2.** В одном из селений острова правдолюбов и шутников всего две улицы. На одной живут правдолюббы, на другой – шутники. Как узнать, где какая улица, задав первому встречному жителю этого селения только один вопрос?

**Задача 3.** Вы встретили на острове незнакомца. На вопрос «Ты кто?» незнакомец ответил, что он лжец. Кем был этот человек?

**Задача 4.** Вы встретили на острове двух островитян и спросили у них: «Есть ли среди вас правдолюббы?» Первый ответил: «Нет, среди нас нет правдолюббов», а второй промолчал. Кто есть кто?

## Задачи на доказательство, основанное на рассмотрении худшего случая

- В логических задачах, где требуется доказать какое-либо утверждение, можно рассмотреть самый **неудобный худший случай**. Если удастся доказать справедливость утверждения в этом худшем случае, то тем более оно будет верно и в остальных случаях. Поэтому главное, что здесь нужно, – правильно определить этот худший случай.

**Задача 1.** В непрозрачном мешке лежат 5 белых и 2 черных шара. Какое наименьшее число шаров надо вытащить из мешка, чтобы среди них обязательно оказался:

- а) хотя бы один белый шар;
- б) хотя бы один черный шар;
- в) хотя бы один белый и хотя бы один черный шар?

**Решение в случае а).** Худший случай здесь, очевидно, тот, когда мы будем вытаскивать все время только черные шары. В этом случае, даже вытащив 2 шара, мы не вытащим белого шара. Но если мы вытащим 3 шара, то тогда уж точно из трех шаров по крайней мере один шар будет белым.

**Задача 2.** В непрозрачном мешке лежат 5 белых и 2 черных шара. Какое наименьшее число шаров надо вытащить из мешка, чтобы среди них обязательно оказались:

- а) 3 белых и 1 черный шар;
- б) 2 шара одного цвета?

**Задача 3.** В коробке, которая стоит в темной комнате, лежат 10 коричневых и 10 красных носков одного размера. Сколько носков надо взять из коробки, чтобы среди них оказалась пара носков одного цвета?

**Задача 4.** В коробке, которая стоит в темной комнате, лежат 10 пар коричневых и 10 пар черных перчаток одного размера. Сколько перчаток нужно взять из коробки, чтобы среди них оказалась пара перчаток одного цвета?

# Задачи для младших школьников

**Задача 5.** У Растеряйки 10 пар разных носков. Каждый вечер он бросает носки под кровать, а каждое утро достает их оттуда по одному, пока не попадутся два одинаковых. Сколько носков ему придется достать, если очень не повезет?

**Задача 6.** Растеряйка выбросил все свои разноцветные носки и купил вместо них 5 пар белых и 5 пар черных носков. Сколько теперь нужно достать носков, чтобы собрать пару, если очень не повезет?

**Задача 7.** В коробке 5 красных и 3 зеленых карандаша. Сколько надо взять карандашей не глядя, чтобы среди них оказался хотя бы один красный карандаш?



# Задачи на доказательство, основанное на принципе Дирихле

Принцип Дирихле<sup>1</sup> – это логический прием, используемый в косвенном доказательстве существования объекта с заданными свойствами. Суть его такова: если по  $n$  ящикам разложить предметы, число которых больше  $n$ , то найдется ящик, в котором находится больше одного предмета.

Используя принцип Дирихле при решении логических задач, необходимо понять, что в задаче является «ящиками», а что – предметами, которые «раскладывают» в эти «ящики».

---

Петер Густав Лежен Дирихле (1805-1859) – выдающийся немецкий математик

**Задача 1.** В школе 20 классов. В ближайшем доме живет 23 ученика этой школы. Можно ли утверждать, что среди них обязательно найдутся хотя бы два одноклассника?

**Решение задачи.** Чтобы ответить на вопрос задачи, надо выяснить, какой случай здесь «самый худший». Очевидно, тот, когда в каждом классе школы есть ученики из ближайшего дома. Но в школе всего 20 классов, а учеников из ближайшего дома – 23, поэтому в каких-то классах найдутся хотя бы два ученика из ближайшего дома.

Заметим, что в данной задаче «ящиками» являлись классы школы, а предметами, которые раскладывались по этим «ящикам» - ученики из ближайшего дома.

**Задача 2.** В школе 370 учащихся. Докажите, что среди всех учащихся найдутся хотя бы два человека, которые родились в один и тот же день года.

**Задача 3.** В классе учатся 25 человек. Докажите, что среди них обязательно найдутся трое, у которых день рождения в одном месяце.

**Задача 4.** В классе 23 ученика. Можно ли утверждать, что в нем найдутся хотя бы два ученика, фамилии которых начинаются с одной и той же буквы?

# Задачи на взвешивание

**Задача 1.** Имеются чашечные весы без гирь и 3 одинаковые по внешнему виду монеты, одна из которых фальшивая: она легче настоящих (настоящие монеты имеют одинаковую массу). Как одним взвешиванием на чашечных весах определить, какая монета фальшивая?

**Задача 2.** Как двумя взвешиваниями на чашечных весах без гирь выделить фальшивую монету (она легче других) из четырех одинаковых по виду монет?

**Задача 3.** Как с помощью двух взвешиваний определить, какая из девяти одинаковых по виду монет фальшивая? Известно, что фальшивая монета легче остальных.

# Задачи на переправы

**Задача 1.\*** Крестьянину надо перевезти через реку волка, козу и капусту. В лодке может поместиться только крестьянин, а с ним или только волк или только коза, или только капуста. Но если оставить волка с козой, то волк съест козу, а если оставить козу с капустой, то коза съест капусту. Как перевез свой груз крестьянин?

**Задача 2.** Отец с двумя сыновьями отправился в поход. На их пути встретилась река. У берега нашелся плот, который выдерживает на воде только отца или двух сыновей. Как всем троим переправиться на другой берег? Сколько раз плот пересечет реку?

\* Эта задача под номером 18 содержалась в пособии «Задачник для изощрения ума юношей», написанном в VIII в. Ф. Алкуином и опубликованном в немецком городе Аахене.

## Задачи на переливания

В этих задачах требуется заполнить емкость определенным количеством жидкости с помощью двух (иногда трех) пустых сосудов. При этом разрешаются две операции: опорожнить один сосуд и наполнить до краев другой.

**Задача 1.** Имеется два сосуда вместимостью 5 л и 3 л. Как с их помощью налить из водопроводного крана 4 л воды?

**Решение** таких задач удобно искать с помощью таблицы. Используя заполненную таблицу, воспроизведите рассуждения для задачи 1.

	1	2	3	4	5	6
5 л	5	2	2	—	5	4
3 л	—	3	—	2	2	3

Можно ли решить задачу 1 иначе?

**Задача 2 (задача Пуассона<sup>1</sup>).** Один человек имеет в бочонке 12 пинт<sup>2</sup> вина и хочет подарить половину вина, но у него нет сосуда в 6 пинт, однако имеется два пустых сосуда объемом 8 пинт и 5 пинт. Как с их помощью отлить ровно 6 пинт вина?

**Задача 3.** Бидон, вместимость которого 10 л, наполнен водой. Имеются еще пустые сосуды 7 л и 2 л. Как разделить воду на две равные части?

---

<sup>1</sup> Симеон Дени Пуассон (1781 – 1840) – знаменитый французский математик, механик и физик. Эту задачу Пуассон решил в школьном возрасте и впоследствии говорил, что именно она побудила его стать математиком.

<sup>2</sup> Пинта – старинная франц. единица объема, 1 пинта  $\approx 0,568$  л.