



РЕШЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ЗАДАЧ РАЗЛИЧНЫХ ВИДОВ

Занятие 2

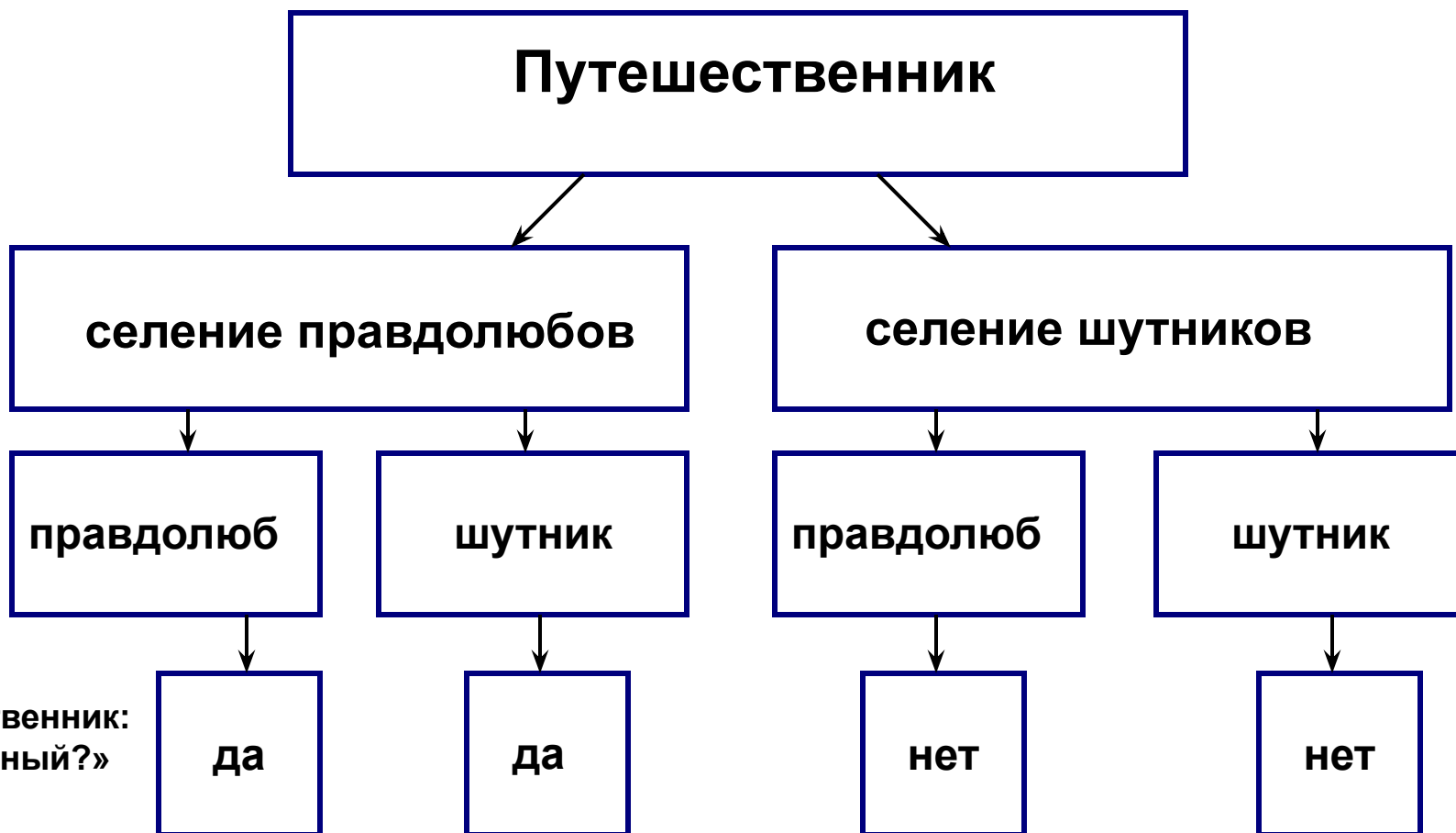
Проф. Стойлова Л. П.

Задачи про правдолюбов и шутников

Задача 1. На некотором острове отдельными селениями живут правдолюббы и шутники. Правдолюббы всегда говорят правду, а шутники постоянно шутят, а потому всегда лгут. Жители одного племени бывают в селении другого, и наоборот. В одно из селений попал путешественник, но не знает, в какое именно. Докажите, что путешественнику достаточно первому встречному задать вопрос: «Вы местный?», чтобы по ответу определить, в селении какого племени он находится.

* Задача взята из статьи: Заесёнок В. П.
Эвристические приемы решения логических задач
// Математика в школе. 2005. № 3

Доказательство удобно провести, построив блок-схему, где каждый шаг в рассуждении изображается прямоугольником.



Путешественник:
«Вы местный?»

Задача 2. В одном из селений острова правдолюбов и шутников всего две улицы. На одной живут правдолюббы, на другой – шутники. Как узнать, где какая улица, задав первому встречному жителю этого селения только один вопрос?

Задача 3. Вы встретили на острове незнакомца. На вопрос «Ты кто?» незнакомец ответил, что он лжец. Кем был этот человек?

Задача 4. Вы встретили на острове двух островитян и спросили у них: «Есть ли среди вас правдолюббы?» Первый ответил: «Нет, среди нас нет правдолюббов», а второй промолчал. Кто есть кто?

Задачи на доказательство, основанное на рассмотрении худшего случая

- В логических задачах, где требуется доказать какое-либо утверждение, можно рассмотреть самый **неудобный худший случай**. Если удастся доказать справедливость утверждения в этом худшем случае, то тем более оно будет верно и в остальных случаях. Поэтому главное, что здесь нужно, – правильно определить этот худший случай.

Задача 1. В непрозрачном мешке лежат 5 белых и 2 черных шара. Какое наименьшее число шаров надо вытащить из мешка, чтобы среди них обязательно оказался:

- а) хотя бы один белый шар;
- б) хотя бы один черный шар;
- в) хотя бы один белый и хотя бы один черный шар?

Решение в случае а). Худший случай здесь, очевидно, тот, когда мы будем вытаскивать все время только черные шары. В этом случае, даже вытащив 2 шара, мы не вытащим белого шара. Но если мы вытащим 3 шара, то тогда уж точно из трех шаров по крайней мере один шар будет белым.

Задача 2. В непрозрачном мешке лежат 5 белых и 2 черных шара. Какое наименьшее число шаров надо вытащить из мешка, чтобы среди них обязательно оказались:

- а) 3 белых и 1 черный шар;
- б) 2 шара одного цвета?

Задача 3. В коробке, которая стоит в темной комнате, лежат 10 коричневых и 10 красных носков одного размера. Сколько носков надо взять из коробки, чтобы среди них оказалась пара носков одного цвета?

Задача 4. В коробке, которая стоит в темной комнате, лежат 10 пар коричневых и 10 пар черных перчаток одного размера. Сколько перчаток нужно взять из коробки, чтобы среди них оказалась пара перчаток одного цвета?

Задачи для младших школьников

Задача 5. У Растеряйки 10 пар разных носков. Каждый вечер он бросает носки под кровать, а каждое утро достает их оттуда по одному, пока не попадутся два одинаковых. Сколько носков ему придется достать, если очень не повезет?

Задача 6. Растеряйка выбросил все свои разноцветные носки и купил вместо них 5 пар белых и 5 пар черных носков. Сколько теперь нужно достать носков, чтобы собрать пару, если очень не повезет?

Задача 7. В коробке 5 красных и 3 зеленых карандаша. Сколько надо взять карандашей не глядя, чтобы среди них оказался хотя бы один красный карандаш?

Задачи на доказательство, основанное на принципе Дирихле

Принцип Дирихле¹ – это логический прием, используемый в косвенном доказательстве существования объекта с заданными свойствами. Суть его такова: если по n ящикам разложить предметы, число которых больше n , то найдется ящик, в котором находится больше одного предмета.

Используя принцип Дирихле при решении логических задач, необходимо понять, что в задаче является «ящиками», а что – предметами, которые «раскладывают» в эти «ящики».

Петер Густав Лежен Дирихле (1805-1859) – выдающийся немецкий математик

Задача 1. В школе 20 классов. В ближайшем доме живет 23 ученика этой школы. Можно ли утверждать, что среди них обязательно найдутся хотя бы два одноклассника?

Решение задачи. Чтобы ответить на вопрос задачи, надо выяснить, какой случай здесь «самый худший». Очевидно, тот, когда в каждом классе школы есть ученики из ближайшего дома. Но в школе всего 20 классов, а учеников из ближайшего дома – 23, поэтому в каких-то классах найдутся хотя бы два ученика из ближайшего дома.

Заметим, что в данной задаче «ящиками» являлись классы школы, а предметами, которые раскладывались по этим «ящикам» - ученики из ближайшего дома.

Задача 2. В школе 370 учащихся. Докажите, что среди всех учащихся найдутся хотя бы два человека, которые родились в один и тот же день года.

Задача 3. В классе учатся 25 человек. Докажите, что среди них обязательно найдутся трое, у которых день рождения в одном месяце.

Задача 4. В классе 23 ученика. Можно ли утверждать, что в нем найдутся хотя бы два ученика, фамилии которых начинаются с одной и той же буквы?

Задачи на взвешивание

Задача 1. Имеются чашечные весы без гирь и 3 одинаковые по внешнему виду монеты, одна из которых фальшивая: она легче настоящих (настоящие монеты имеют одинаковую массу). Как одним взвешиванием на чашечных весах определить, какая монета фальшивая?

Задача 2. Как двумя взвешиваниями на чашечных весах без гирь выделить фальшивую монету (она легче других) из четырех одинаковых по виду монет?

Задача 3. Как с помощью двух взвешиваний определить, какая из девяти одинаковых по виду монет фальшивая? Известно, что фальшивая монета легче остальных.

Задачи на переправы

Задача 1.* Крестьянину надо перевезти через реку волка, козу и капусту. В лодке может поместиться только крестьянин, а с ним или только волк или только коза, или только капуста. Но если оставить волка с козой, то волк съест козу, а если оставить козу с капустой, то коза съест капусту. Как перевез свой груз крестьянин?

Задача 2. Отец с двумя сыновьями отправился в поход. На их пути встретилась река. У берега нашелся плот, который выдерживает на воде только отца или двух сыновей. Как всем троим переправиться на другой берег? Сколько раз плот пересечет реку?

* Эта задача под номером 18 содержалась в пособии «Задачник для изощрения ума юношей», написанном в VIII в. Ф. Алкуином и опубликованном в немецком городе Аахене.

Задачи на переливания

В этих задачах требуется заполнить емкость определенным количеством жидкости с помощью двух (иногда трех) пустых сосудов. При этом разрешаются две операции: опорожнить один сосуд и наполнить до краев другой.

Задача 1. Имеется два сосуда вместимостью 5 л и 3 л. Как с их помощью налить из водопроводного крана 4 л воды?

Решение таких задач удобно искать с помощью таблицы. Используя заполненную таблицу, воспроизведите рассуждения для задачи 1.

	1	2	3	4	5	6
5 л	5	2	2	—	5	4
3 л	—	3	—	2	2	3

Можно ли решить задачу 1 иначе?

Задача 2 (задача Пуассона¹). Один человек имеет в бочонке 12 пинт² вина и хочет подарить половину вина, но у него нет сосуда в 6 пинт, однако имеется два пустых сосуда объемом 8 пинт и 5 пинт. Как с их помощью отлить ровно 6 пинт вина?

Задача 3. Бидон, вместимость которого 10 л, наполнен водой. Имеются еще пустые сосуды 7 л и 2 л. Как разделить воду на две равные части?

¹ Симеон Дени Пуассон (1781 – 1840) – знаменитый французский математик, механик и физик. Эту задачу Пуассон решил в школьном возрасте и впоследствии говорил, что именно она побудила его стать математиком.

² Пинта – старинная франц. единица объема, 1 пинта $\approx 0,568$ л.