Таблицы
Алгебра 8 класс

900igr.net

Содержание

РАЦИОНАЛЬНЫЕ ДРОБИ И ИХ СВОЙСТВА

РАЦИОНАЛЬНЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ:

I. Целые выражения имеют смысл при **любых** значениях переменных

Примеры: $a^3 + b^2; \ \dfrac{y}{2} + \dfrac{x+3}{5}; \ y:5$

II. Дробные выражения имеют смысл при **допустимых** значениях переменных

Примеры: $z + \dfrac{7}{x+y}; \ \dfrac{c}{a^2 - b^2}; \ n:m$

РАЦИОНАЛЬНАЯ ДРОБЬ – частный вид рационального выражения, дробь, числитель и знаменатель которой – многочлены.

Основное свойство дроби

$$\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}$$

Верно для любых a, b и c, где $b \neq 0, c \neq 0$

Правило об изменении знака перед дробью

$$\frac{a}{b} = -\frac{-a}{b} = -\frac{a}{-b}, \text{ где } b \neq 0$$

спектр

АЛГЕБРА
8 класс

СУММА И РАЗНОСТЬ ДРОБЕЙ

Сложение дробей с одинаковыми знаменателями

$$\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c},\ c\neq 0$$

Разность дробей с одинаковыми знаменателями

$$\frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a-b}{c},\ c\neq 0$$

Сложение дробей с разными знаменателями

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd},\ b\neq 0,\ d\neq 0$$

Вычитание дробей с разными знаменателями

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad-bc}{bd},\ b\neq 0,\ d\neq 0$$

спектр

ПРОИЗВЕДЕНИЕ И ЧАСТНОЕ ДРОБЕЙ

Произведение дробей | **Возведение дроби в степень**

при $b \neq 0,\ d \neq 0$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Деление дробей

при $b \neq 0,\ c \neq 0$ и $d \neq 0$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

Рациональное выражение можно представить в виде рациональной дроби

Пример: при $a \neq b,\ a \neq 0$ и $b \neq 0$

$$\frac{\frac{a}{b} - \frac{b}{a}}{\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 2} = \frac{\frac{a}{b}ab - \frac{b}{a}ab}{\frac{a}{b}ab + \frac{b}{a}ab - 2ab} =$$

$$= \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2 - 2ab} = \frac{(a-b)(a+b)}{(a-b)^2} = \frac{a+b}{a-b}$$

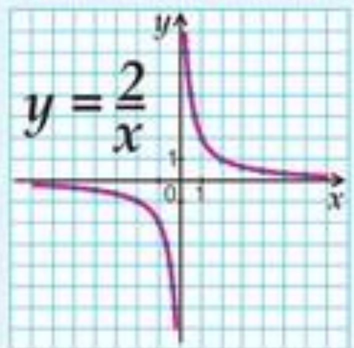
спектр

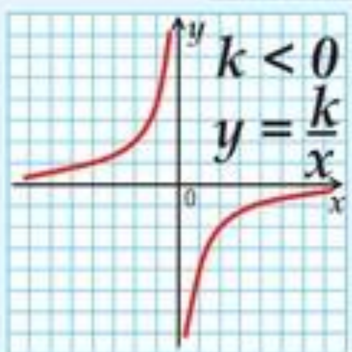
ФУНКЦИЯ $y=\frac{k}{x}$ И ЕЕ ГРАФИК

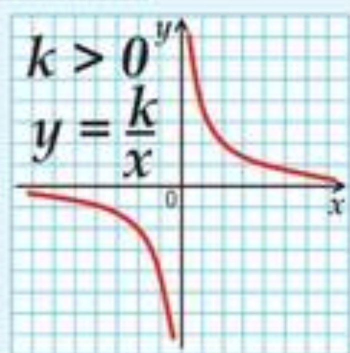
Функция вида $y=\frac{k}{x}$, где x – независимая переменная и k – неравное нулю число, называется обратной пропорциональностью.

График такой функции - гипербола.

Гипербола состоит из двух ветвей $(x \neq 0)$







ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА

Натуральные числа – $\mathbb{N}$

Например:

$1; 3; 19; \ldots$

Числа, противоположные натуральным

Например:

$-21; -7; -2; \ldots$

Число 0

Множество целых чисел – $\mathbb{Z}$

Например:

$-5; -3; 0; 11; 128; \ldots$

Дробные числа

Например:

$-\frac{3}{7}; \frac{2}{9}; \frac{20}{19}; 0{,}7; \ldots$

Множество рациональных чисел – $\mathbb{Q}$

Например:

$-0{,}7; 0{,}(413); 5; \frac{17}{3}$

Множество иррациональных чисел

Например:

$-\sqrt{3}; \pi; \sqrt{17}; \ldots$

Множество действительных чисел – $\mathbb{R}$

Например:

$-3; -2{,}(13); 0; \sqrt{11}; 513; \ldots$

спектр

АРИФМЕТИЧЕСКИЙ КВАДРАТНЫЙ КОРЕНЬ

Число, квадрат которого равен a, называют **КВАДРАТНЫМ КОРНЕМ** из числа a

Неотрицательное число, квадрат которого равен a, называют **АРИФМЕТИЧЕСКИМ КВАДРАТНЫМ КОРНЕМ** из числа a

Если $b \geqslant 0$ и $b^2 = a$, то $\sqrt{a} = b$

Если $a < 0$, то выражение $\sqrt{a}$ не имеет смысла

Если $\sqrt{a}$ имеет смысл, то $(\sqrt{a})^2 = a$

Уравнение $x^2 = a$

1) $a < 0$, значит, $x^2 = a$ не имеет корней

2) $a = 0$, значит, $x^2 = a$ имеет единственный корень - нуль

3) $a > 0$, значит, $x^2 = a$ имеет два корня

$x_1 = -\sqrt{a}$ и $x_2 = \sqrt{a}$

ФУНКЦИЯ $y = \sqrt{x}$ И ЕЕ ГРАФИК

1) График находится в первой координатной четверти

при $x > 0, y > 0$

2) График функции проходит через начало координат

при $x = 0, y = 0$

3) График функции идет вверх

при $x_1 > x_2, y(x_1) > y(x_2)$

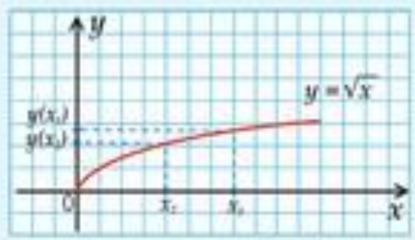
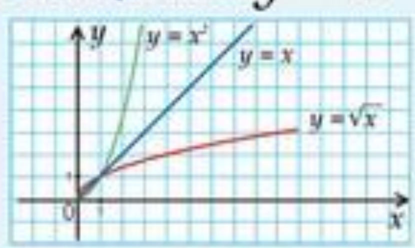


График функции $y = \sqrt{x}$ симметричен графику функции $y = x^2$ (при $x \geqslant 0$) относительно прямой $y = x$



СВОЙСТВА АРИФМЕТИЧЕСКОГО КВАДРАТНОГО КОРНЯ

Свойство 1

Корень из произведения, где множители не отрицательны, равен произведению корней из этих множителей

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}, \text{ если } a \geqslant 0, b \geqslant 0$$

Пример: $\sqrt{64 \cdot 169} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{169} = 8 \cdot 13 = 104$

Свойство 2

Корень из дроби, где знаменатель положителен, а числитель неотрицателен, равен отношению корня из числителя к корню из знаменателя

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}, \text{ если } a \geqslant 0, b > 0$$

Пример: $\sqrt{\frac{16}{49}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{49}} = \frac{4}{7}$

Квадратный корень из степени

$$\sqrt{a^2} = |a|, \text{ верно для любого } a$$

Пример: $\sqrt{(-11)^2} = |-11| = 11$

АЛГЕБРА 8 класс

КВАДРАТНОЕ УРАВНЕНИЕ И ЕГО КОРНИ

Уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$, где $a \neq 0$, b и c – некоторые числа, а x – переменная, называется **КВАДРАТНЫМ УРАВНЕНИЕМ**.

Если b и/или c равно нулю, то уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ называется **неполным квадратным уравнением**.

Три вида неполных квадратных уравнений:

1) $ax^2 = 0$

$x_1 = x_2 = 0$

2) $ax^2 + bx = 0,\ b \neq 0$

$x_1 = 0$ и $x_2 = -\dfrac{b}{a}$

3) $ax^2 + c = 0,\ c \neq 0$

при $-\dfrac{c}{a} > 0$ уравнение имеет два корня

$x_1 = -\sqrt{-\dfrac{c}{a}}$ и $x_2 = \sqrt{-\dfrac{c}{a}}$

при $-\dfrac{c}{a} < 0$ корней нет

спектр

ФОРМУЛА КОРНЕЙ КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + 2x \cdot \frac{b}{2a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

Дискриминант квадратного уравнения

$$D = b^2 - 4ac$$

1) Если $D < 0$, то нет корней

2) Если $D = 0$, то $x_1 = x_2 = \dfrac{-b}{2a}$

3) Если $D > 0$, то $x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{D}}{2a}$, $x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{D}}{2a}$

$x^2 + px + q = 0$ – приведенное квадратное уравнение.

Теорема Виета. Если $x^2 + px + q = 0$, то:

$$x_1 + x_2 = -p, \quad x_1 \cdot x_2 = q$$

ДРОБНЫЕ РАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

РАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ – уравнения, левая и правая части которых являются **рациональными выражениями**

$$3x + 8 = 4(9 - x);\quad 2x + \frac{3}{x} = -7x + 21;\quad \frac{x - 11}{5x - 3} = \frac{x + 13}{x}$$

Целые уравнения

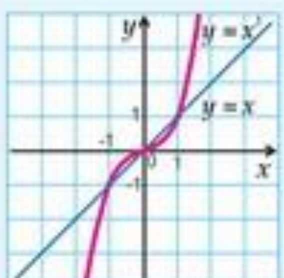
$$7x + 14 = 5(11 - x);$$
$$7(15 + 4x) = 6(x + 2)$$

Дробные рациональные уравнения

$$\frac{x + 19}{x - 13} = \frac{17 + 2x}{4 - x}$$

Решение дробных рациональных уравнений:

1) Определить общий знаменатель всех дробей, входящих в уравнение
2) Вычислить произведение каждой части уравнения на общий знаменатель
3) Решить полученное целое уравнение
4) Исключить из найденных корней те, которые обращают общий знаменатель в нуль.



Графический способ решения уравнения:

Решите уравнение $x^3 = x$

Значит, $x^3 = x$ при

$x_1 = -1,\ x_2 = 0,$

$x_3 = 1$

ЧИСЛОВЫЕ НЕРАВЕНСТВА И ИХ СВОЙСТВА

Если $a-b$ – положительное число, то число a **больше** числа b, а если разность $a-b$ – отрицательное число, то число a **меньше** числа b

Свойство 1. Пусть $a>b$, значит, $b<a$

Пусть $a<b$, значит, $b>a$

Свойство 2. Пусть $a<b$ и $b<c$, значит, $a<c$

Свойство 3. Пусть c – любое число и $a<b$, значит, $a+c<b+c$

Свойство 4. Пусть c – положительное число и $a<b$, значит, $ac<bc$

Пусть c – отрицательное число и $a<b$, значит, $ac>bc$

Свойство 5. Пусть a и b – положительные числа и $a<b$, значит, $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$

Свойство 6. Пусть $a<b$ и $c<d$, значит, $a+c<b+d$

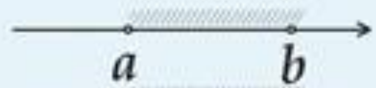
Свойство 7. Пусть $a<b$ и $c<d$, a, b, c и d – положительные числа, значит, $ac<bd$

Свойство 8. Пусть $a<b$, a и b – положительные числа, n - натуральное число, значит, $a^n<b^n$

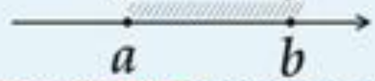
НЕРАВЕНСТВА С ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ И ИХ СИСТЕМЫ

Числовым промежутком от a до b называют множество всех чисел x, удовлетворяющих условию $a < x < b$

Обозначение: $(a; b)$

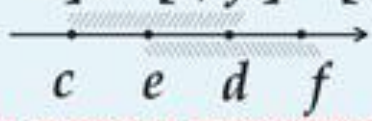


$[a; b]$



Пересечением числовых промежутков называют промежуток, составляющий общую часть этих промежутков

$$[c; d] \cap [e; f] = [e; d]$$



Объединением числовых промежутков называют промежуток, состоящий из элементов, принадлежащих хотя бы одному из этих промежутков

$$[c; d] \cup [e; f] = [c; f]$$

Решение неравенства с одной переменной – значение переменной, обращающее его в верное числовое неравенство.

Решение системы неравенств с одной переменной – значение переменной, обращающее каждое из неравенств системы в верное числовое неравенство.

Решить систему неравенств – значит найти все ее решения, либо доказать, что решений не существует.

АЛГЕБРА
8 класс

СТЕПЕНЬ С ЦЕЛЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ И ЕЕ СВОЙСТВА

Если $a \neq 0$ и n – отрицательное целое число, то: $a^n = \dfrac{1}{a^{-n}}$

Свойство 1. Если $a \neq 0$, а m и n - целые, то $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$$13^{-12} \cdot 13^{37} = 13^{-12+37} = 13^{25}$$

Свойство 2. Если $a \neq 0$, а m и n - целые, то $a^m : a^n = a^{m-n}$

$$11^{18} : 11^{11} = 11^{18-11} = 11^{7}$$

Свойство 3. Если $a \neq 0$, а m и n - целые, то $(a^m)^n = a^{mn}$

$$(23^3)^2 = 23^{3 \cdot 2} = 23^6$$

Свойство 4. Если $a \neq 0$ и $b \neq 0$, а n - целое, то $(ab)^n = a^n b^n$

$$(12)^2 = (3 \cdot 4)^2 = 3^2 \cdot 4^2 = 9 \cdot 16 = 144$$

Свойство 5. Если $a \neq 0$ и $b \neq 0$, а n - целое, то $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$$

Стандартный вид числа b – его запись в виде $a \cdot 10^n$, где n – целое число, $1 \leqslant a < 10$. Число n – порядок числа b

спектр