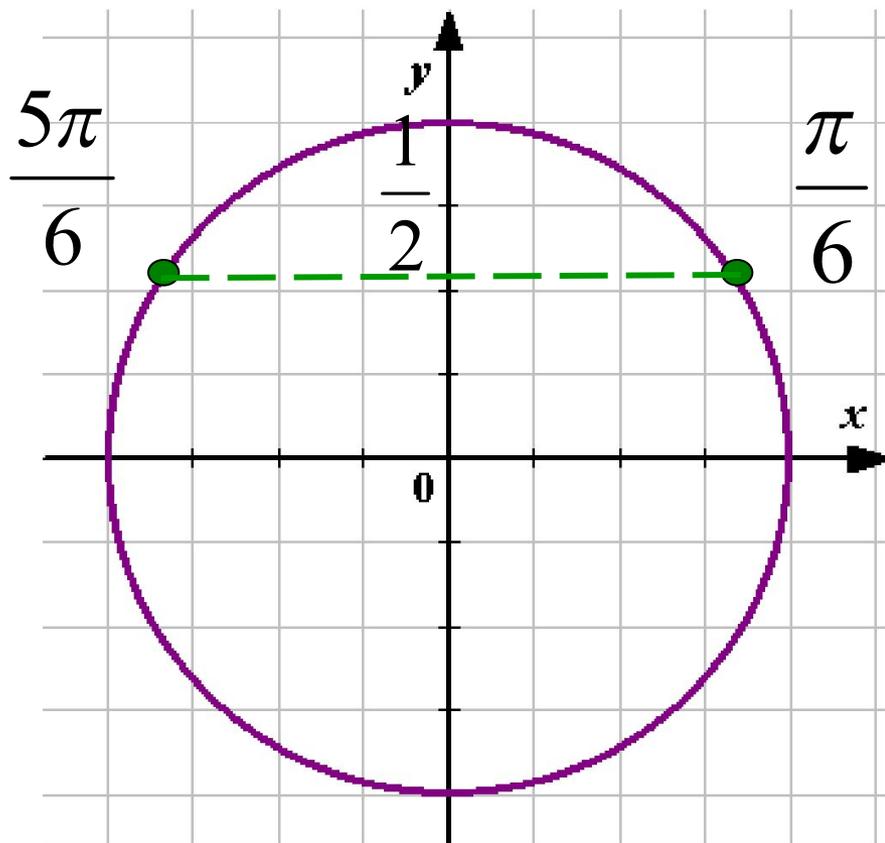


РЕШЕНИЕ
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ
УРАВНЕНИЙ С
ОГРАНИЧЕНИЯМИ НА
ЗНАЧЕНИЕ
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ
ФУНКЦИЙ
ДЕЙСТВИТЕЛЬНОГО
АРГУМЕНТА

ЕГЭ-2011

1

**РЕШЕНИЕ КАКОГО УРАВНЕНИЯ
ПОКАЗАНО НА
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЙ
ОКРУЖНОСТИ?**



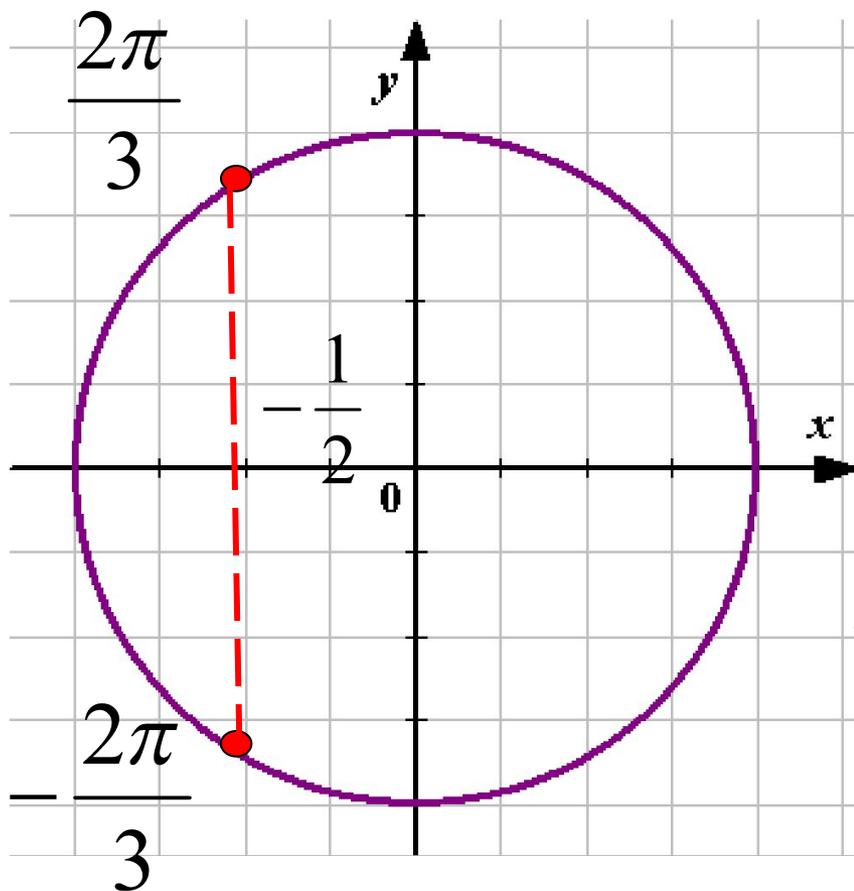
$$\sin x = 1/2$$

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

2

РЕШЕНИЕ КАКОГО УРАВНЕНИЯ ПОКАЗАНО НА ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЙ ОКРУЖНОСТИ?

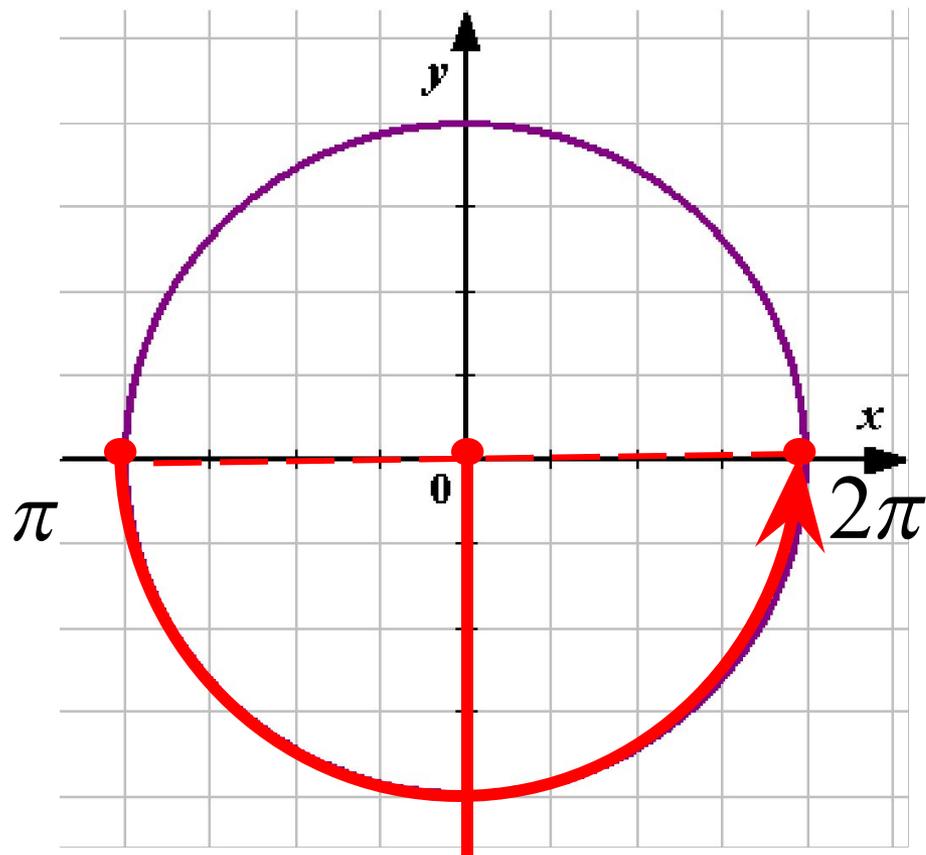


$$\cos x = -1/2$$

$$x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

3
**РЕШЕНИЕ КАКОГО
НЕРАВЕНСТВА ПОКАЗАНО НА
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЙ
ОКРУЖНОСТИ?**

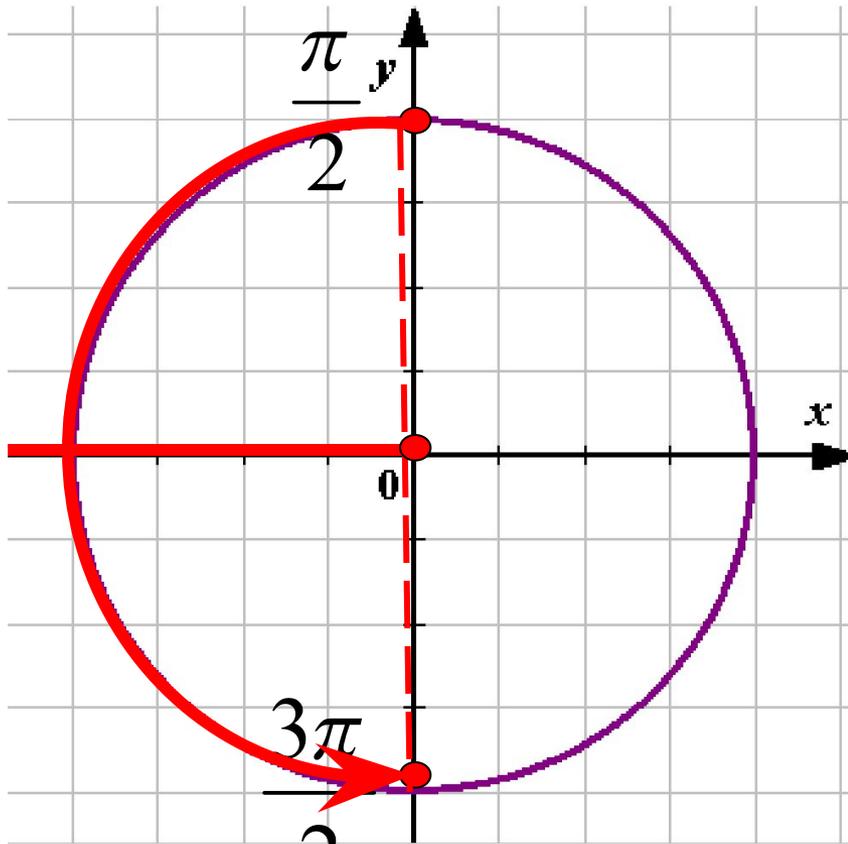


$$\sin x \leq 0$$

$$\pi + 2\pi n \leq x \leq 2\pi + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

4

РЕШЕНИЕ КАКОГО НЕРАВЕНСТВА ПОКАЗАНО НА ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЙ ОКРУЖНОСТИ?

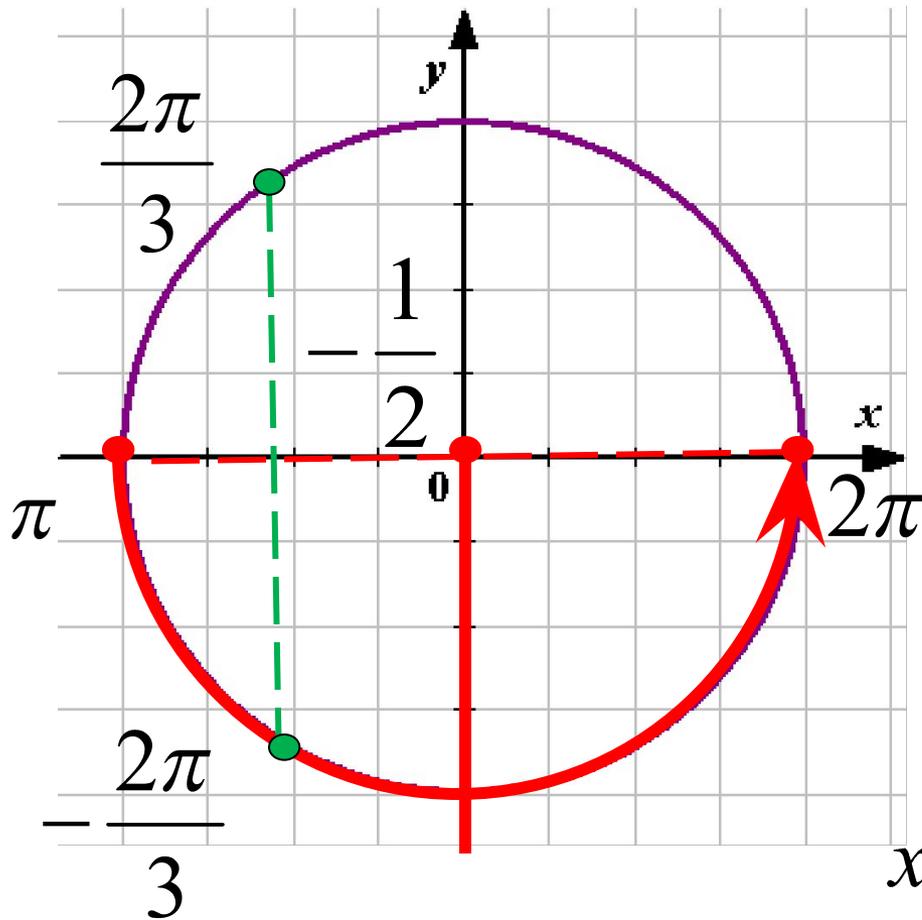


$$\cos x \leq 0$$

$$\frac{\pi}{2} + 2\pi n \leq x \leq \frac{3\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

5

РЕШЕНИЕ КАКИХ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА ПОКАЗАНО НА ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЙ ОКРУЖНОСТИ?



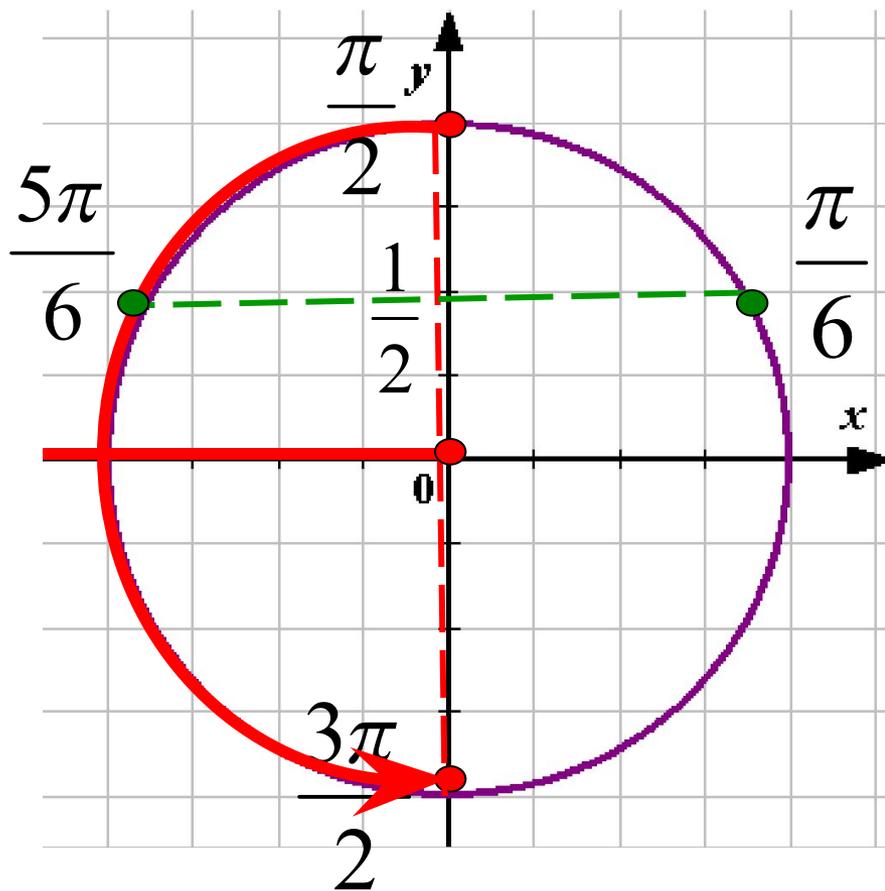
$$\sin x \leq 0$$

$$\cos x = -1/2$$

$$x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

6

РЕШЕНИЕ КАКИХ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА ПОКАЗАНО НА ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЙ ОКРУЖНОСТИ?



$$\sin x = 1/2$$

$$\cos x \leq 0$$

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

1. Вариант

Решите уравнение: $(2 \cos x + 1)(\sqrt{-\sin x} - 1) = 0$

Ответ: $-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

2. Вариант

Решите уравнение: $(2 \sin x - 1)(\sqrt{-\cos x} + 1) = 0$

Ответ: $\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ С1

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	2
Получен ответ, но решение неверно только из-за того, что не учтены ограничения на знак или величину выражения $\cos x$ ($\sin x$)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0

C1.

$$(2 \cos x + 1)(\sqrt{-\sin x} - 1) = 0$$

или $\sqrt{-\sin x} - 1 = 0$, то $\sin x = -1$

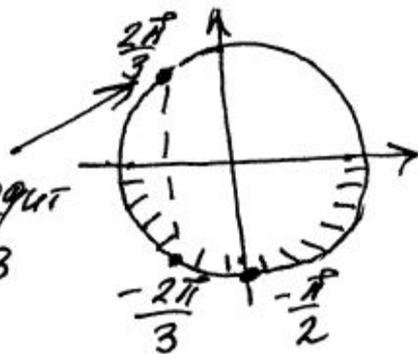
$$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

или $2 \cos x + 1 = 0$, то $\cos x = -\frac{1}{2}$

$$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

ОДЗ: $-\sin x \geq 0$
 $\sin x \leq 0$

we noqxoqut
no OДЗ



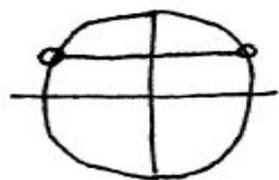
Ответ: $-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$

C1

$$(2 \sin x - 1)(\sqrt{-\cos x} + 1) = 0$$

Произведение равно нулю, если один множитель равен нулю, а второй множитель существует

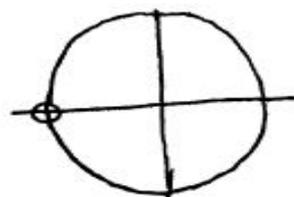
$$\begin{aligned} 1) \quad 2 \sin x - 1 &= 0 \\ 2 \sin x &= 1 \\ \sin x &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$



$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$$

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$$

$$\begin{aligned} 2) \quad \sqrt{-\cos x} + 1 &= 0 \\ \sqrt{-\cos x} &= -1 \\ \cos x &= -1 \end{aligned}$$



$$x = \pi + 2\pi m$$

Ответ: $\frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$; $\pi + 2\pi m$
 $n \in \mathbb{Z}$, $k \in \mathbb{Z}$, $m \in \mathbb{Z}$

С 1.

$$(2 \cos x + 1)(\sqrt{-\sin x} - 1) = 0$$

$$1) 2 \cos x + 1 = 0$$

$$\cos x = -\frac{1}{2}$$

$$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$2) \begin{cases} \sqrt{-\sin x} - 1 = 0 \\ -\sin x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin x = -1 \\ \sin x \leq 0 \end{cases}$$

$$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

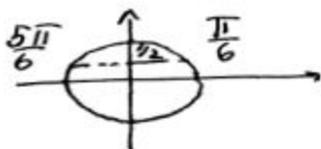
$$\boxed{C1} \quad (2 \sin x - 1)(\sqrt{-\cos x} + 1) = 0$$

Решение:

$$1) \quad 2 \sin x - 1 = 0$$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n \end{cases}$$



$$2) \quad \sqrt{-\cos x} + 1 = 0$$

$\sqrt{-\cos x} = -1$ — решений нет

Проверка

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n : (2 \sin(\frac{\pi}{6} + 2\pi n) - 1)(\sqrt{-\cos(\frac{\pi}{6} + 2\pi n)} + 1) = 0$$

$$(2 \sin \frac{\pi}{6} - 1)(\sqrt{-\cos \frac{\pi}{6}} + 1) = 0$$

$$(2 \cdot \frac{1}{2} - 1)(\sqrt{-\frac{\sqrt{3}}{2}} + 1) = 0$$

↑ не имеет смысла

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n : (2 \sin(\frac{5\pi}{6} + 2\pi n) - 1)(\sqrt{-\cos(\frac{5\pi}{6} + 2\pi n)} + 1) = 0$$

$$(2 \sin \frac{5\pi}{6} - 1)(\sqrt{-\cos \frac{5\pi}{6}} + 1) = 0$$

$$(2 \cdot \frac{1}{2} - 1)(\sqrt{-(-\frac{\sqrt{3}}{2})} + 1) = 0$$

$$(1 - 1)(\sqrt{\frac{\sqrt{3}}{2}} + 1) = 0 \quad \text{— верно}$$

Ответ: $\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

C1

$$(2 \cos x + 1) (\sqrt{-\sin x} - 1) = 0$$

$$2 \cos x = -1$$

$$\sqrt{-\sin x} = 1$$

$$\cos x = -\frac{1}{2} \quad \text{atau}$$

$$-\sin x = 1$$

$$x = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad x = -\frac{\pi}{2}$$

$$\text{Jawab: } \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}, -\frac{\pi}{2}$$

$$\boxed{C1} \quad (2\sin x - 1)(\sqrt{-\cos x} + 1) = 0$$

Решение

$$1) \quad 2\sin x - 1 = 0$$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$2) \quad \underbrace{\sqrt{-\cos x} + 1}_{\text{всегда положительно}} = 0$$

всегда положительно \Rightarrow решений нет

Ответ: $(-1)^n \arcsin \frac{1}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$

С 1.

$$(2 \cos x + 1) (\sqrt{-\sin x} - 1) = 0$$

если $\sqrt{-\sin x} - 1 = 0$, то $\sin x = -1$

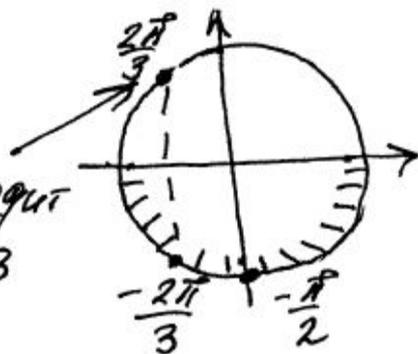
$$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

если $2 \cos x + 1 = 0$, то $\cos x = -\frac{1}{2}$

$$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

ОДЗ: $-\sin x \geq 0$
 $\sin x \leq 0$

не подходят
по ОДЗ



Ответ: $-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$

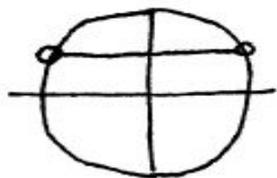
ОЦЕНКА ЭКСПЕРТА: 2 БАЛЛА

C1

$$(2 \sin x - 1)(\sqrt{-\cos x} + 1) = 0$$

Произведение равно нулю, если один множитель равен нулю, а второй множитель существует

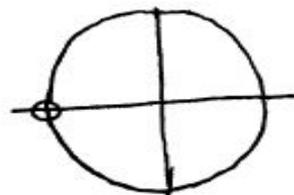
$$\begin{aligned} 1) \quad 2 \sin x - 1 &= 0 \\ 2 \sin x &= 1 \\ \sin x &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$



$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$$

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$$

$$\begin{aligned} 2) \quad \sqrt{-\cos x} + 1 &= 0 \\ \sqrt{-\cos x} &= -1 \\ \cos x &= -1 \end{aligned}$$



$$x = \pi + 2\pi m$$

Ответ: $\frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$; $\pi + 2\pi m$
 $n \in \mathbb{Z}$, $k \in \mathbb{Z}$, $m \in \mathbb{Z}$

ОЦЕНКА ЭКСПЕРТА: 0 БАЛЛОВ

р 1.

$$(2 \cos x + 1)(\sqrt{-\sin x} - 1) = 0$$

$$1) 2 \cos x + 1 = 0$$

$$\cos x = -\frac{1}{2}$$

$$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$2) \begin{cases} \sqrt{-\sin x} - 1 = 0 \\ -\sin x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin x = -1 \\ \sin x \leq 0 \end{cases}$$

$$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

ОЦЕНКА ЭКСПЕРТА: 1 БАЛЛ

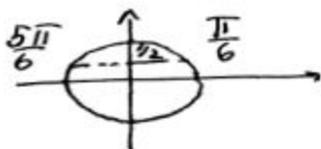
$$\boxed{C1} \quad (2 \sin x - 1)(\sqrt{-\cos x} + 1) = 0$$

Решение:

$$1) \quad 2 \sin x - 1 = 0$$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n \end{cases}$$



ОЦЕНКА ЭКСПЕРТА: 2 БАЛЛА

$$2) \quad \sqrt{-\cos x} + 1 = 0$$

$\sqrt{-\cos x} = -1$ — решение нет

Проверка

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n : (2 \sin(\frac{\pi}{6} + 2\pi n) - 1)(\sqrt{-\cos(\frac{\pi}{6} + 2\pi n)} + 1) =$$

$$(2 \sin \frac{\pi}{6} - 1)(\sqrt{-\cos \frac{\pi}{6}} + 1) = 0$$

$$(2 \cdot \frac{1}{2} - 1)(\sqrt{-\frac{\sqrt{3}}{2}} + 1) = 0$$

↑ не имеет смысла

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n : (2 \sin(\frac{5\pi}{6} + 2\pi n) - 1)(\sqrt{-\cos(\frac{5\pi}{6} + 2\pi n)} + 1) = 0$$

$$(2 \sin \frac{5\pi}{6} - 1)(\sqrt{-\cos \frac{5\pi}{6}} + 1) = 0$$

$$(2 \cdot \frac{1}{2} - 1)(\sqrt{-(-\frac{\sqrt{3}}{2})} + 1) = 0$$

$$(1 - 1)(\sqrt{\frac{\sqrt{3}}{2}} + 1) = 0 \quad \text{— верно}$$

Ответ: $\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

C1

$$(2 \cos x + 1) (\sqrt{-\sin x} - 1) = 0$$

$$2 \cos x = -1$$

$$\sqrt{-\sin x} = 1$$

$$\cos x = -\frac{1}{2} \quad \text{или}$$

$$-\sin x = 1$$

$$x = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad x = -\frac{\pi}{2}$$

$$\text{Ответ: } \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}, -\frac{\pi}{2}$$

ОЦЕНКА ЭКСПЕРТА: 0 БАЛЛОВ

$$\boxed{C1} \quad (2\sin x - 1)(\sqrt{-\cos x} + 1) = 0$$

Решение

$$1) \quad 2\sin x - 1 = 0$$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$2) \quad \underbrace{\sqrt{-\cos x} + 1}_{\text{всегда положительно}} = 0$$

всегда положительно \Rightarrow решений нет

Ответ: $(-1)^n \arcsin \frac{1}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$

ОЦЕНКА ЭКСПЕРТА: 1 БАЛЛ

ЗАДАНИЕ НА ДОМ:

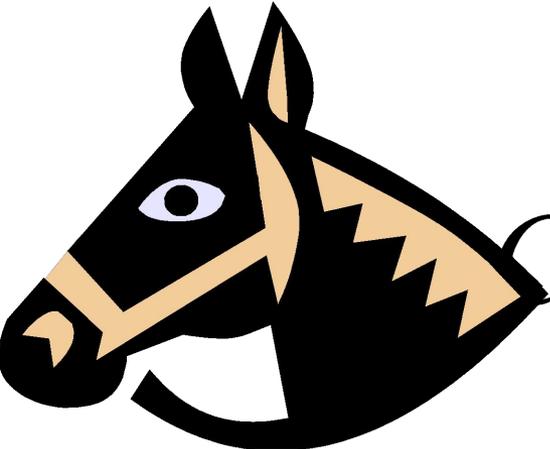
Решите уравнение:

$$\frac{6 \cos^2 x - \cos x - 1}{\sqrt{-\sin x}} = 0$$

$$\hat{I\ddot{A}\zeta} : -\sin x > 0$$

Ответ:

$$-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, -\arccos \frac{2}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$



СПАСИБО ЗА УРОК!

1. **Результатом своей личной работы считаю, что я ...**
 - A. Разобрался в теории.
 - Б. Научился решать задачи
 - В. Повторил весь ранее изученный материал.
 - Г. Не узнал ничего нового.

2. **Чего мне не хватало на уроке при решении задач?**
 - A. Знаний.
 - Б. Времени.
 - В. Желания.
 - Г. Решал нормально.

3. **Кто оказал мне наиболее существенную помощь в преодолении трудностей на уроке?**
 - A. Одноклассники.
 - Б. Учитель.
 - В. Слайды презентации.
 - Г. Никто.