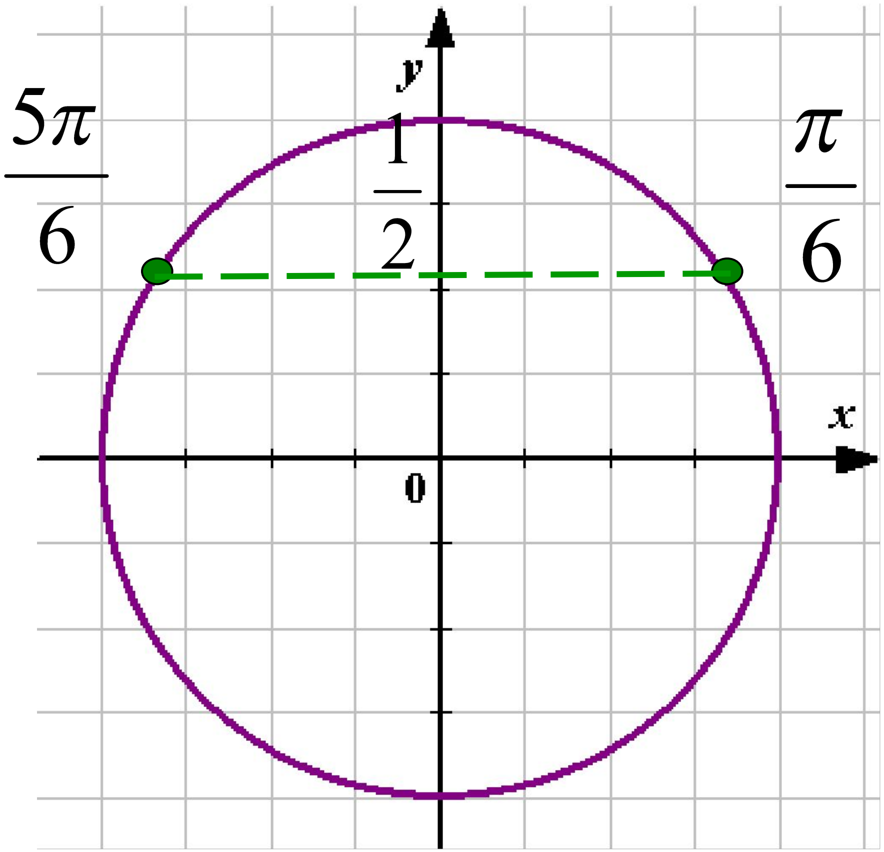
# РЕШЕНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ НА ЗНАЧЕНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОГО АРГУМЕНТА

ЕГЭ-2011

1.

# РЕШЕНИЕ КАКОГО УРАВНЕНИЯ ПОКАЗАНО НА ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЙ ОКРУЖНОСТИ?



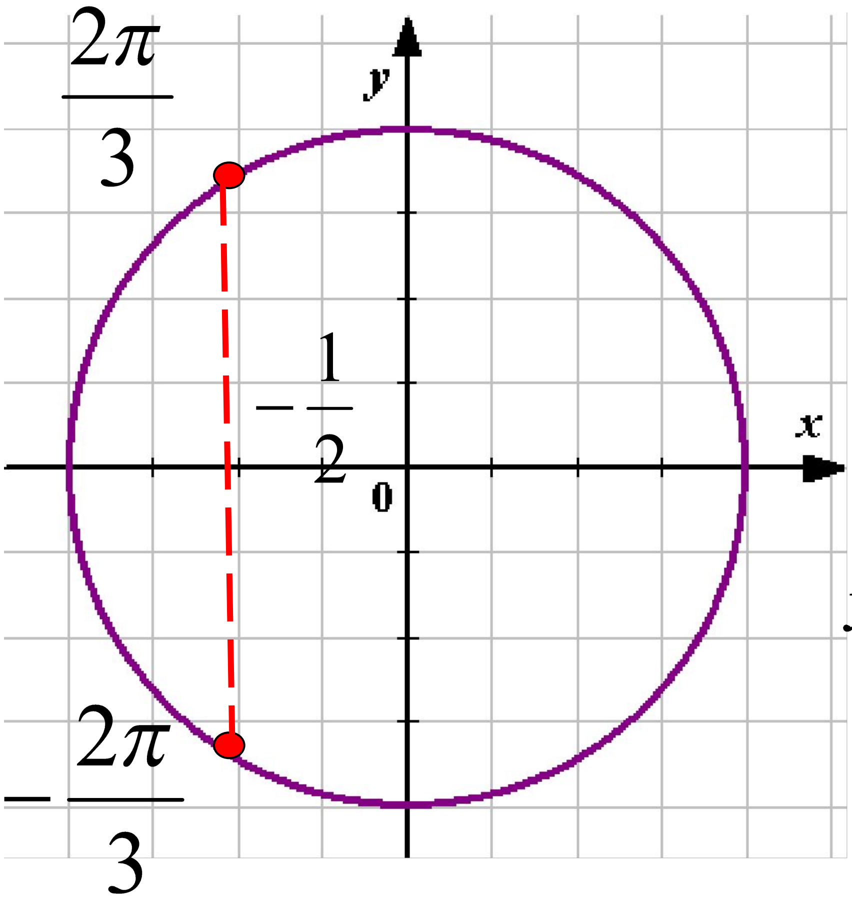

**sin x = 1/2**

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z$$

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z$$

2.

# РЕШЕНИЕ КАКОГО УРАВНЕНИЯ ПОКАЗАНО НА ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЙ ОКРУЖНОСТИ?



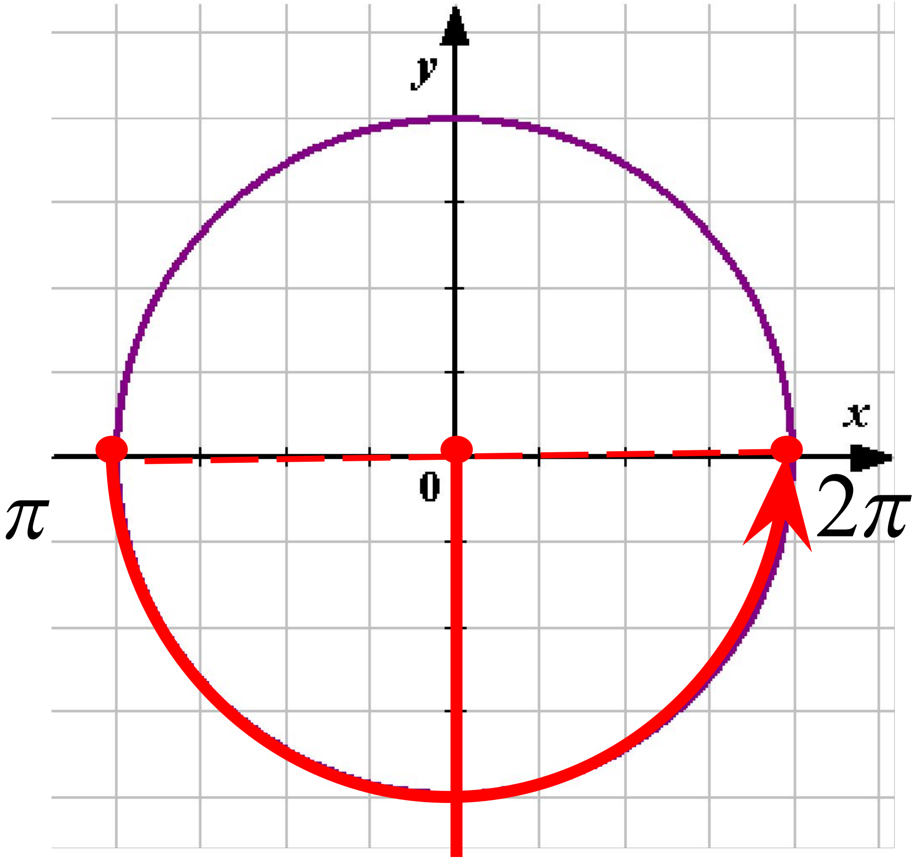

**cos x = -1/2**

$$x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$$

$$x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$$

3.

# РЕШЕНИЕ КАКОГО НЕРАВЕНСТВА ПОКАЗАНО НА ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЙ ОКРУЖНОСТИ?

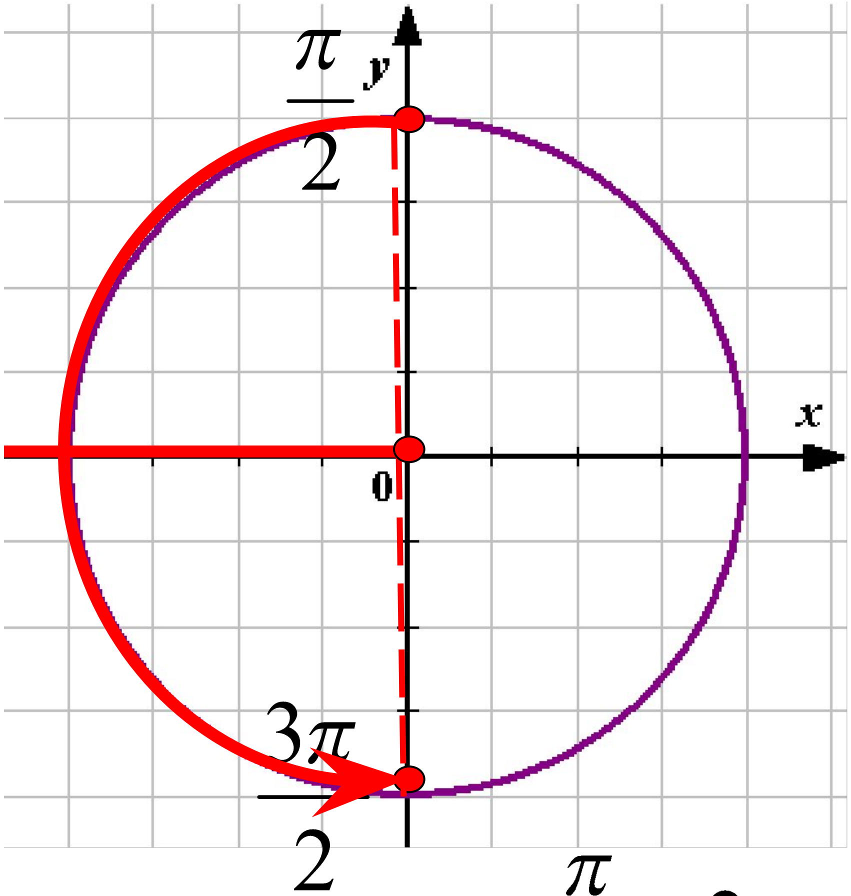



$\sin x \leq 0$

$$\pi + 2\pi n \leq x \leq 2\pi + 2\pi n,\ n \in Z$$

4.

# РЕШЕНИЕ КАКОГО НЕРАВЕНСТВА ПОКАЗАНО НА ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЙ ОКРУЖНОСТИ?

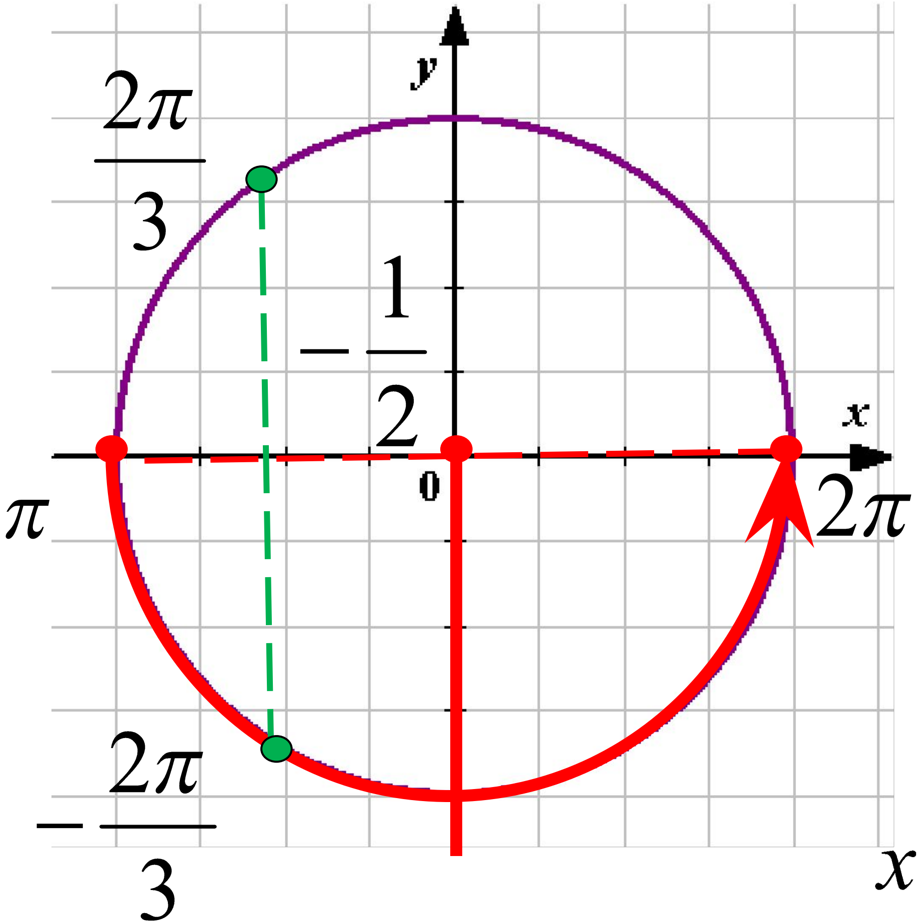



$\cos x \leq 0$

$$\frac{\pi}{2}+2\pi n \leq x \leq \frac{3\pi}{2}+2\pi n, n \in Z$$

5.

# РЕШЕНИЕ КАКИХ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА ПОКАЗАНО НА ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЙ ОКРУЖНОСТИ?



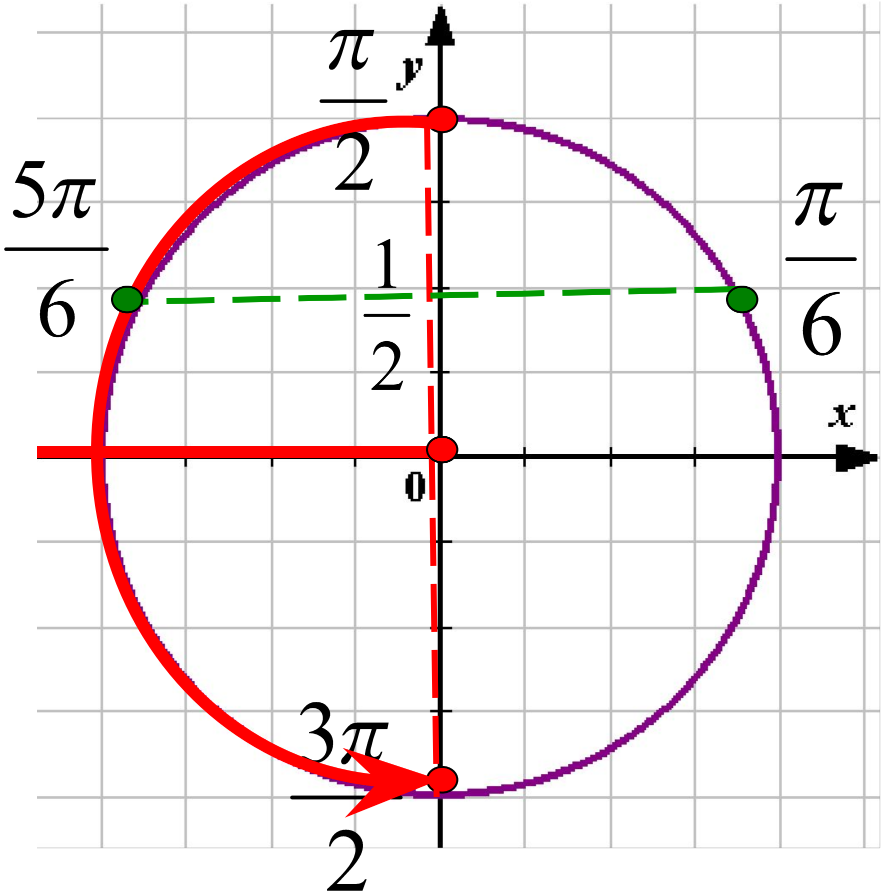

$\sin x \leq 0$

$\cos x = -1/2$

$$x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$$

6.

# РЕШЕНИЕ КАКИХ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА ПОКАЗАНО НА ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОЙ ОКРУЖНОСТИ?




$$\begin{cases} \sin x = 1/2 \\ \cos x \leq 0 \end{cases}$$

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z$$

1. Вариант

Решите уравнение: $$(2\cos x+1)\left(\sqrt{-\sin x}-1\right)=0$$

Ответ: $$-\frac{2\pi}{3}+2\pi n, -\frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in Z$$

2. Вариант

Решите уравнение: $$(2\sin x-1)\left(\sqrt{-\cos x}+1\right)=0$$

Ответ: $$\frac{5\pi}{6}+2\pi n, n\in Z$$

# КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ С1

| Содержание критерия | Баллы |
|---|---|
| Обоснованно получен правильный ответ | 2 |
| Получен ответ, но решение неверно только из-за того, что не учтены ограничения на знак или величину выражения $\cos x$ ($\sin x$) | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |

С 1.

$(2\cos x+1)(\sqrt{-\sin x}-1)=0$

если $\sqrt{-\sin x}-1=0$, то $\sin x=-1$

$x=-\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ n\in \mathbb{Z}$

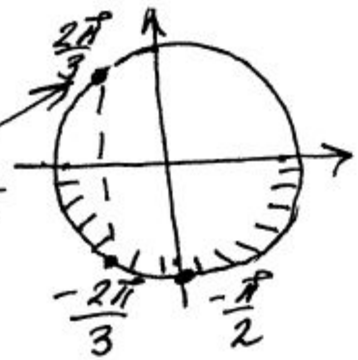
если $2\cos x+1=0$, то $\cos x=-\frac{1}{2}$

$x=\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi n,\ n\in \mathbb{Z}$

ОДЗ: $-\sin x\geq 0$

$\sin x\leq 0$

не подходит по ОДЗ




Ответ: $-\frac{2\pi}{3}+2\pi n,\ -\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ n\in \mathbb{Z}$

C1

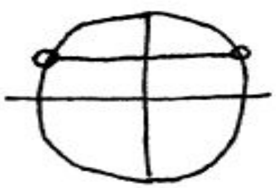
$$(2\sin x - 1)(\sqrt{-\cos x} + 1) = 0$$

ПРОИЗВЕДЕНИЕ РАВНО НУЛЮ, ЕСЛИ ОДИН МНОЖИТЕЛЬ РАВЕН НУЛЮ, А ВТОРОЙ МНОЖИТЕЛЬ СУЩЕСТВУЕТ

1) $2\sin x - 1 = 0$

$2\sin x = 1$

$\sin x = \frac{1}{2}$



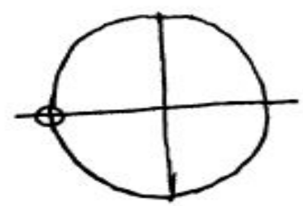
$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$

$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$

2) $\sqrt{-\cos x} + 1 = 0$

$\sqrt{-\cos x} = -1$

$\cos x = -1$



$x = \pi + 2\pi m$

Ответ: $\frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$; $\pi + 2\pi m$

$n \in \mathbb{Z}$, $k \in \mathbb{Z}$, $m \in \mathbb{Z}$

C1.

$$(2\cos x+1)(\sqrt{-\sin x}-1)=0$$

1) $2\cos x+1=0$

$$\cos x=-\frac{1}{2}$$

$$x=\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$$

2) $$\begin{cases}\sqrt{-\sin x}-1=0\\ -\sin x\geq 0\end{cases}$$

$$\begin{cases}\sin x=-1\\ \sin x\leq 0\end{cases}$$

$$x=-\frac{\pi}{2}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$$

Ответ: $\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi k,\ -\frac{\pi}{2}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$

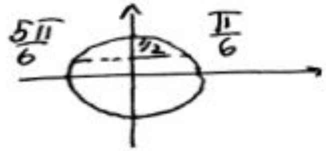
$\boxed{C1}$ $(2\sin x-1)(\sqrt{-\cos x}+1)=0$

Решение:

1) $2\sin x-1=0$

$\sin x=\frac{1}{2}$

$$\left[\begin{aligned} x&=\frac{\pi}{6}+2\pi n\\ x&=\frac{5\pi}{6}+2\pi n\end{aligned}\right.$$




2) $\sqrt{-\cos x}+1=0$

$\sqrt{-\cos x}=-1$ – решений нет

<u>Проверка</u>

$x=\frac{\pi}{6}+2\pi n$ : $\left(2\sin\left(\frac{\pi}{6}+2\pi n\right)-1\right)\left(\sqrt{-\cos\left(\frac{\pi}{6}+2\pi n\right)}+1\right)=$

$\left(2\sin\frac{\pi}{6}-1\right)\left(\sqrt{-\cos\frac{\pi}{6}}+1\right)=0$

$\left(2\cdot\frac{1}{2}-1\right)\left(\sqrt{-\frac{\sqrt{3}}{2}}+1\right)=0$

не имеет смысла

$x=\frac{5\pi}{6}+2\pi n$ : $\left(2\sin\left(\frac{5\pi}{6}+2\pi n\right)-1\right)\left(\sqrt{-\cos\left(\frac{5\pi}{6}+2\pi n\right)}+1\right)=0$

$\left(2\sin\frac{5\pi}{6}-1\right)\left(\sqrt{-\cos\frac{5\pi}{6}}+1\right)=0$

$\left(2\cdot\frac{1}{2}-1\right)\left(\sqrt{-\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}+1\right)=0$

$(1-1)\left(\sqrt{\frac{\sqrt{3}}{2}}+1\right)=0$ – верно

<u>Ответ:</u> $\frac{5\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$

C 1

$$(2\cos x+1)(\sqrt{-\sin x}-1)=0$$

$2\cos x=-1$ или $\sqrt{-\sin x}=1$

$\cos x=-\frac{1}{2}$ $\quad -\sin x=1$

$x=\pm\frac{\pi}{6}+2\pi n, n\in Z$ $\quad x=-\frac{\pi}{2}$

Ответ: $\pm\frac{\pi}{6}+2\pi n, n\in Z, -\frac{\pi}{2}$

$\boxed{C1}$ $(2\sin x - 1)(\sqrt{-\cos x} + 1) = 0$

Решение

1) $2\sin x - 1 = 0$

$\sin x = \frac{1}{2}$

$x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{2} + \pi n,\ n \in \mathbb{Z}$

2) $\underbrace{\sqrt{-\cos x} + 1}_{\text{всегда положительно}} = 0$

всегда положительно => решений нет

Ответ: $(-1)^n \arcsin \frac{1}{2} + \pi n,\ n \in \mathbb{Z}$

C 1.

$(2\cos x+1)(\sqrt{-\sin x}-1)=0$

если $\sqrt{-\sin x}-1=0$, то $\sin x=-1$

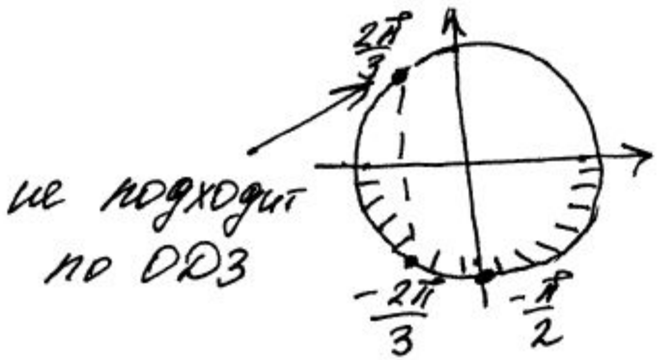
$x=-\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$

если $2\cos x+1=0$, то $\cos x=-\frac{1}{2}$

$x=\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$

ОДЗ: $-\sin x\geq 0$

$\sin x\leq 0$




Ответ: $-\frac{2\pi}{3}+2\pi n,\ -\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$

ОЦЕНКА ЭКСПЕРТА: 2 БАЛЛА

C1

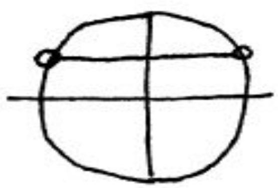
$$(2\sin x - 1)(\sqrt{-\cos x} + 1) = 0$$

Произведение равно нулю, если один множитель равен нулю, а второй множитель существует

1) $2\sin x - 1 = 0$

$2\sin x = 1$

$\sin x = \frac{1}{2}$



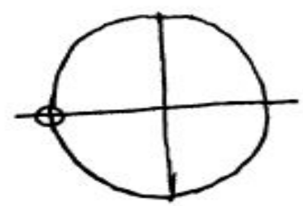
$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$

$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$

2) $\sqrt{-\cos x} + 1 = 0$

$\sqrt{-\cos x} = -1$

$\cos x = -1$



$x = \pi + 2\pi m$

ОЦЕНКА ЭКСПЕРТА: 0 БАЛЛОВ

Ответ: $\frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$; $\pi + 2\pi m$

$n \in \mathbb{Z}$, $k \in \mathbb{Z}$, $m \in \mathbb{Z}$

C1.

$$(2\cos x+1)\left(\sqrt{-\sin x}-1\right)=0$$

1) $2\cos x+1=0$

$\cos x=-\frac{1}{2}$

$x=\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$

2) $\begin{cases}\sqrt{-\sin x}-1=0\\ -\sin x\geq 0\end{cases}$

$\begin{cases}\sin x=-1\\ \sin x\leq 0\end{cases}$

$x=-\frac{\pi}{2}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$

Ответ: $\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi k,\ -\frac{\pi}{2}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$

Оценка эксперта: 1 балл

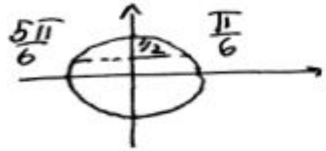
$\boxed{C1}$ $(2\sin x - 1)(\sqrt{-\cos x} + 1) = 0$

Решение:

1) $2\sin x - 1 = 0$

$\sin x = \frac{1}{2}$

$$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n \end{array}\right.$$




ОЦЕНКА ЭКСПЕРТА: 2 БАЛЛА

2) $\sqrt{-\cos x} + 1 = 0$

$\sqrt{-\cos x} = -1$ – решений нет

Проверка

$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$ : $\left(2\sin\left(\frac{\pi}{6} + 2\pi n\right) - 1\right)\left(\sqrt{-\cos\left(\frac{\pi}{6} + 2\pi n\right)} + 1\right) =$

$$\left(2\sin\frac{\pi}{6} - 1\right)\left(\sqrt{-\cos\frac{\pi}{6}} + 1\right) = 0$$

$$\left(2\cdot\frac{1}{2} - 1\right)\left(\sqrt{-\frac{\sqrt{3}}{2}} + 1\right) = 0$$

не имеет смысла

$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$ : $\left(2\sin\left(\frac{5\pi}{6} + 2\pi n\right) - 1\right)\left(\sqrt{-\cos\left(\frac{5\pi}{6} + 2\pi n\right)} + 1\right) = 0$

$$\left(2\sin\frac{5\pi}{6} - 1\right)\left(\sqrt{-\cos\frac{5\pi}{6}} + 1\right) = 0$$

$$\left(2\cdot\frac{1}{2} - 1\right)\left(\sqrt{-\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)} + 1\right) = 0$$

$(1-1)\left(\sqrt{\frac{\sqrt{3}}{2}} + 1\right) = 0$ – верно

Ответ: $\frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in \mathbb{Z}$

C 1

$$(2\cos x+1)(\sqrt{-\sin x}-1)=0$$

$2\cos x=-1$ или $\sqrt{-\sin x}=1$

$\cos x=-\frac{1}{2}$ $\qquad$ $-\sin x=1$

$x=\pm\frac{\pi}{6}+2\pi n, n\in Z$ $\qquad$ $x=-\frac{\pi}{2}$

Ответ: $\pm\frac{\pi}{6}+2\pi n, n\in Z, -\frac{\pi}{2}$

ОЦЕНКА ЭКСПЕРТА: 0 БАЛЛОВ

$\boxed{C1}$ $(2\sin x-1)(\sqrt{-\cos x}+1)=0$

**Решение**

1) $2\sin x-1=0$

$\sin x=\frac{1}{2}$

$x=(-1)^n \arcsin\frac{1}{2}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$

2) $\underbrace{\sqrt{-\cos x}+1}_{\text{всегда положительно}}=0$

всегда положительно => решений нет

Ответ: $(-1)^n\arcsin\frac{1}{2}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$

ОЦЕНКА ЭКСПЕРТА: 1 БАЛЛ

# ЗАДАНИЕ НА ДОМ:

Решите уравнение: $$\frac{6\cos^2 x - \cos x - 1}{\sqrt{-\sin x}} = 0$$

ÎÄÇ $: -\sin x > 0$

**Ответ:** $$-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, -\arccos\frac{2}{3} + 2\pi n, n \in Z$$

# Спасибо за урок!

1. Результатом своей личной работы считаю, что я …

А. Разобрался в теории.
Б. Научился решать задачи
В. Повторил весь ранее изученный материал.
Г. Не узнал ничего нового.

2. Чего мне не хватало на уроке при решении задач?

А. Знаний. Б. Времени. В. Желания. Г. Решал нормально.

3. Кто оказал мне наиболее существенную помощь в преодолении трудностей на уроке?

А. Одноклассники. Б. Учитель. В. Слайды презентации. Г. Никто.