



Неравенство треугольника.

Домашнее задание:

§ 33, вопрос 9.

№ 250(а,в), 251, 239 из У.

Дополнительные задачи.

Проверка домашнего задания.

№ 242.

№ 247.

№ 245.

Цели урока:

- 1) рассмотреть теорему о неравенстве треугольника и показать его применение при решении задач;
- 2) совершенствовать навыки учащихся при решении задач на применение теоремы о соотношениях между сторонами и углами треугольника.

II. Повторение. Проверка домашнего задания

1. Теоретический опрос по вопросам 6–8 можно провести письменно для 4 учащихся.

2. Проверить дополнительную домашнюю задачу, после чего можно менее подготовленным учащимся дать аналогичную задачу (№ 1), а остальным учащимся задачи № 2, 3 для самостоятельного решения.

(Учитель контролирует работу учащихся, за правильно решенные задачи можно поставить оценки.)

Повторим:

- Треугольник, у которого есть прямой угол, называется **прямоугольным**.
- Гипотенузой прямоугольного треугольника называется **сторона, лежащая против прямого угла**, другие стороны называются **катетами**.
- Угол, смежный с внутренним углом треугольника, называется **внутренним**.
- Внешний угол треугольника равен **сумме двух внутренних, не смежных с ним**.
- В треугольнике против большего угла лежит **большая** сторона, а против большей стороны лежит **больший** угол.
- В прямоугольном треугольнике **гипотенуза** больше катета.
- Если два угла треугольника равны, то треугольник **равнобедренный**.

Решение задач.

Задача 1

В треугольнике CDE проведена биссектриса EF , $\angle C = 90^\circ$, $\angle D = 30^\circ$.

- Докажите, что $\triangle DEF$ равнобедренный.
- Сравните отрезки CF и DF .

Задача 2

В треугольнике ABC $\angle C = 90^\circ$. Точка M лежит на стороне AC .
Докажите, что $BC < BM < AB$.

Задача 3

В $\triangle ABC$ $AB = BC$. На продолжении сторон AC и BC за вершину C отмечены точки D и E соответственно. Известно, что $DE \parallel AB$.

Докажите, что $\triangle CDE$ равнобедренный.

Изучение нового материала.

Решите задачи:

Построить треугольник ABC такой, чтобы:

а) $AB = 4$ см, $BC = 5$ см, $AC = 6$ см;

б) $AB = 5$ см, $BC = 3$ см, $AC = 2$ см;

в) $AB = 8$ см, $BC = 4$ см, $AC = 3$ см.



Задачу под буквой *а* можно предложить менее подготовленным учащимся, остальных учащихся разделить на два варианта, первый из них решает задачу под буквой *б*, а второй – под буквой *в*. На решение задачи дается 2–3 минуты, а затем учитель вызывает ученика, решавшего задачу *а*, и весь класс слушает решение этой задачи. Таким же образом проверяются задачи *б* и *в*.

В ходе решения данной задачи и последующего ее обсуждения учащиеся должны прийти к тому, что не всегда можно построить треугольник из трех отрезков.

Изучение нового материала.

- Итак, возникла проблемная ситуация. Даны три отрезка, длины которых известны. Как определить не выполняя построения, существует ли такой треугольник?

Для того, чтобы определить, существует ли треугольник с данными сторонами, нужно каждую сторону сравнить с суммой двух других сторон треугольника. Если каждая сторона треугольника меньше суммы двух других его сторон, то такой треугольник существует.

- Действительно, каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон. Это утверждение получило название **теоремы о неравенстве треугольника**, которую нам с вами необходимо доказать.



Теорема.

Каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон.

Дано: $\triangle ABC$.

Доказать: $AB < AC + CB$.

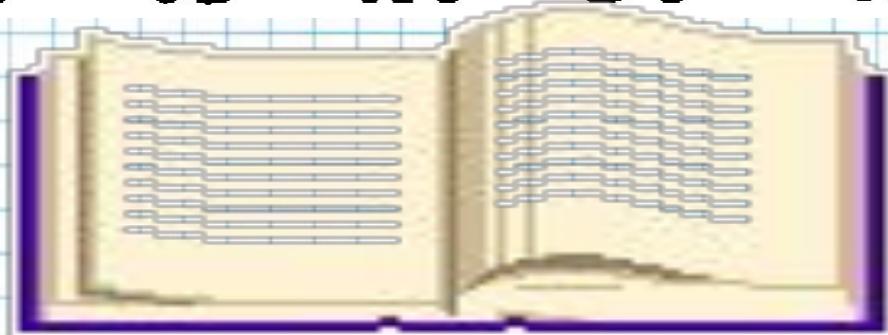
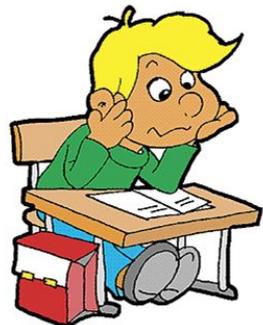
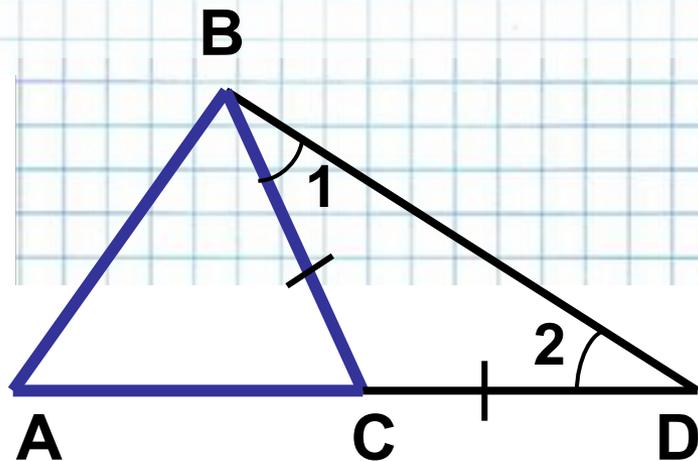
Доказательство:

1) $A - C - D$, $CD = BC$;

2) $\triangle BCD$ – равнобедренный $\Rightarrow \angle 1 = \angle 2$;

3) $\angle ABD > \angle 1 \Rightarrow \angle ABD > \angle 2 \Rightarrow AD > AB$;

4) $AD = AC + CD = AC + BC \Rightarrow AB < AC + BC$.



Формирование умений и навыков.

1. Решить задачи № 137, 135 из РТ.

№ 137.

№ 135.

2. Решить письменно задачи № 253, № 250(б)- на доске с объяснением.

№ 253.

№ 250(б).

3. Самостоятельно решить задачи № 249, 252, 238.

№ 249.

№ 252.

№ 238.



Дополнительные задачи

1. В треугольнике ABC $\angle B = 90^\circ$, CM – медиана треугольника. Докажите, что $\angle CMB > \angle CAB > \angle ACM$.

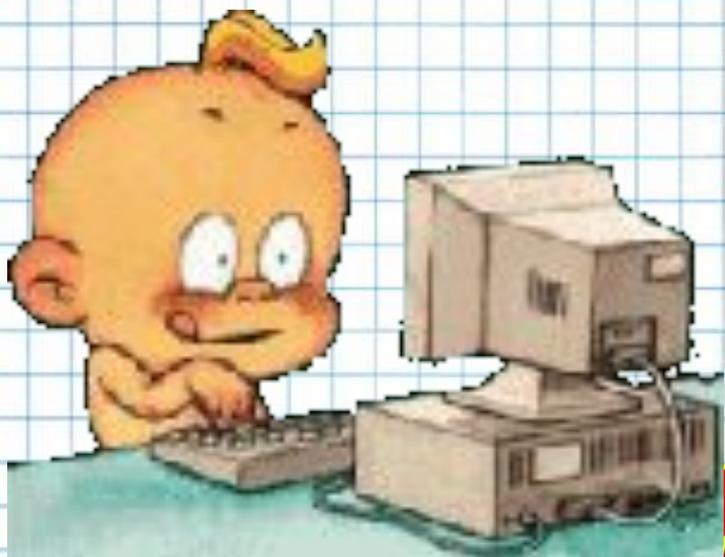
Решение.

2. В треугольнике ABC $AC = BC$. Отрезки BC и BA продолжены за вершины C и A . На продолжениях отмечены точки E и D соответственно. Известно, что $DE \parallel AC$.

Докажите, что треугольник BDE равнобедренный.

Решение.





Спасибо за урок!



Методическое пособие:

Учебно-методическое пособие

В ПОМОЩЬ ШКОЛЬНОМУ УЧИТЕЛЮ

Гаврилова Нина Федоровна

**УНИВЕРСАЛЬНЫЕ ПОУРОЧНЫЕ РАЗРАБОТКИ
ПО ГЕОМЕТРИИ
7 класс**

Дизайн обложки Екатерины Бедриной

Налоговая льгота –

Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93-953000.

Издательство «ВАКО»

Подписано к печати с диапозитивов 20.04.2010.

Формат 84×108/32. Печать офсетная. Гарнитура Таймс.

Усл. печ. листов 15,96. Тираж 7000 экз. Заказ № 3525.

Отпечатано в ОАО ордена Трудового Красного Знамени
«Чеховский полиграфический комбинат»

142300, г. Чехов Московской области

Сайт: www.chpk.ru, e-mail: marketing@chpk.ru

Факс: 8(496) 726-54-10; телефон: 8(495) 988-63-87

Существует ли треугольник со сторонами:

а) 3 см, 4 см, 7 см; б) 2,1 дм, 3 дм, 0,9 дм?

Р е ш е н и е .

а) Если предположить, что треугольник со сторонами 3 см, 4 см, 7 см существует, то сумма двух его сторон (3 см + 4 см) будет равна третьей стороне (7 см), что противоречит неравенству треугольника. Значит, такого треугольника не существует.

б) Если предположить, что треугольник со сторонами 2,1 дм, 3 дм, 0,9 дм существует, то сумма двух его сторон (2,1 дм + 0,9 дм) будет равна третьей стороне (3 дм), что противоречит неравенству треугольника. Значит, такого треугольника не существует.

О т в е т . а) нет ; б) нет .

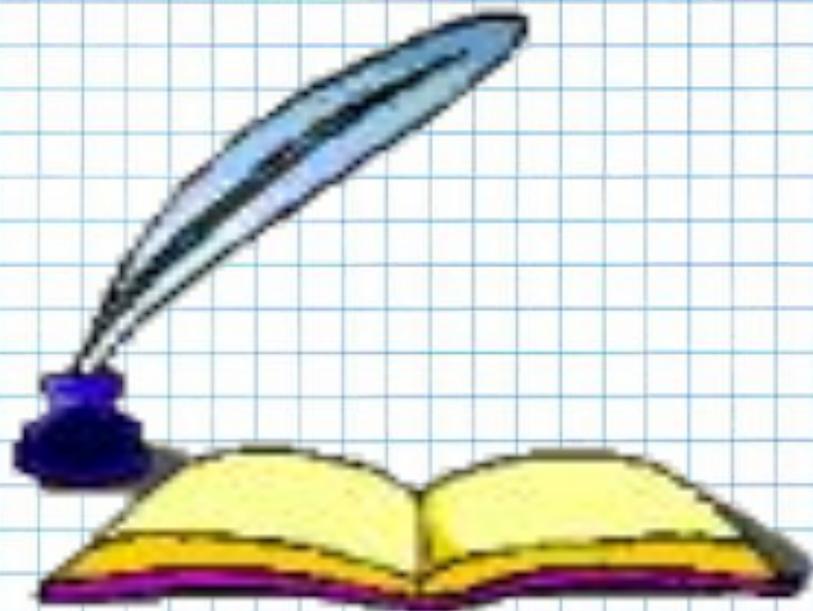


В равнобедренном треугольнике одна сторона равна 15 см, а другая — 7 см. Какая из них является основанием?

Решение. Если предположить, что основание равно 15 см, то сумма двух боковых сторон будет равна 14 см, т. е. сумма двух сторон будет меньше третьей стороны треугольника, что противоречит неравенству треугольника.

Ответ.

Основанием является сторона, равная 7 см.



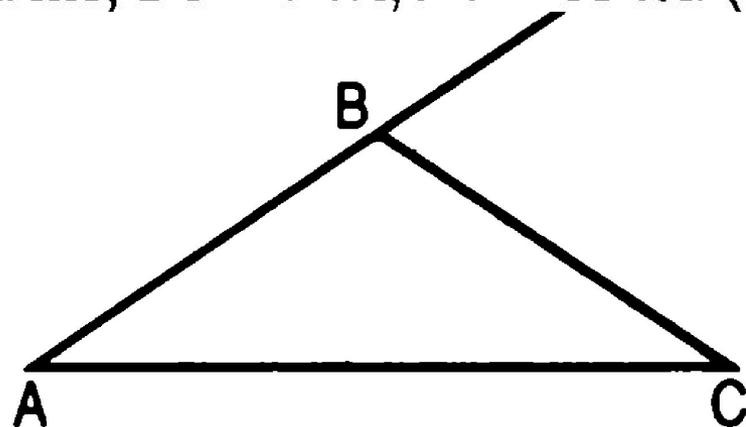
Задача № 253

Решение (см. рис. 4.58): Один из внешних углов треугольника острый, тогда внутренний угол, смежный с указанным – тупой. В равнобедренном $\triangle ABC$ тупым может быть только угол при вершине.

Пусть в треугольнике ABC $AB = BC$, $\angle B > 90^\circ$, тогда $AB < AC$, $BC < AC$ по теореме о соотношениях между сторонами и углами треугольника. Так как разность двух сторон равна 4 см, то AC на 4 см больше, чем AB и BC .

Тогда $AC = AB + 4$, $BC = AB$.

$P_{ABC} = 25$ см, тогда $P_{ABC} = AB + BC + AC = AB + AB + AB + 4 = 25$, откуда $AB = 7$ см, значит, $BC = 7$ см, $AC = 11$ см. (Ответ: 7 см, 7 см, 11 см.)



Задача № 250 (б)

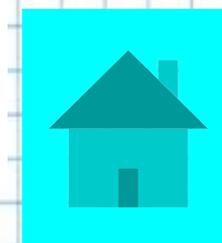
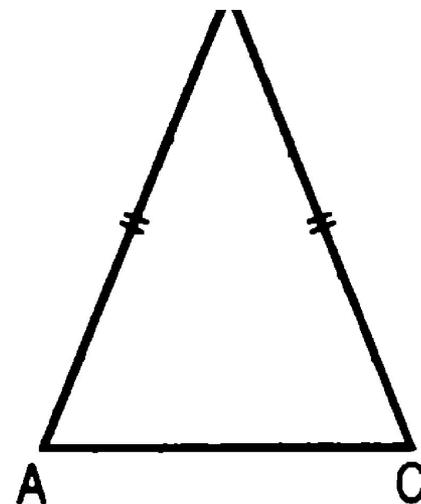
Решение (см. рис. 4.59): Каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон. $\triangle ABC$ – равнобедренный ($AB = BC$), поэтому достаточно проверить 2 условия: $AB < AC + BC$, $AC < AB = BC$.

Возможны два случая:

1) $AB = BC = 2$ см, $AC = 8$ см. Условие $AC < AB + BC$ не выполняется, следовательно, такого быть не может.

2) $AB = BC = 8$ см, $AC = 2$ см. Оба условия выполняются, такой треугольник существует.

(**Ответ:** 8 см, 8 см, 2 см.)



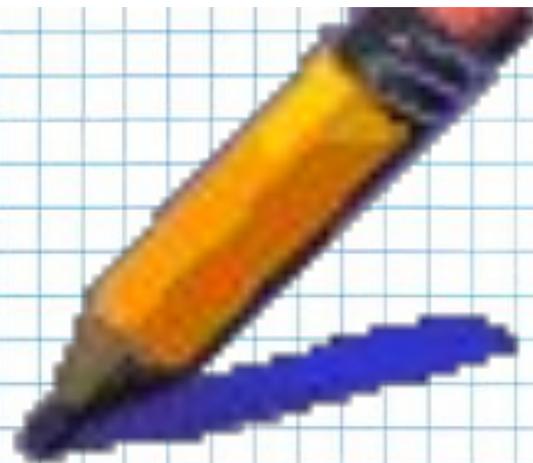
Задача № 249

Решение: Пусть основание равно 10 см, боковые стороны по 25 см. По теореме о неравенстве треугольника должны выполняться условия $10 < 25 + 25$; $25 < 10 + 25$. Такой треугольник существует, значит, основание равно 10 см.

Пусть основание равно 25 см, боковые стороны по 10 см.

Условие $25 < 10 + 10$ не выполняется, такой треугольник не существует.

(Ответ: основание равно 10 см.)

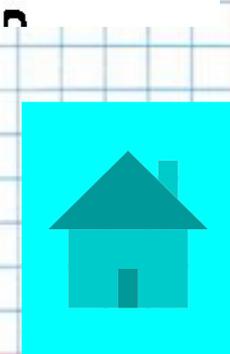


Задача № 252

Решение: Два внешних угла треугольника при разных вершинах равны, значит, равны и смежные с ними внутренние углы данного треугольника, следовательно, указанный треугольник равнобедренный. Пусть основание равно 16 см.

Тогда боковые стороны равны $(74 - 16) : 2 = 29$ см.

В треугольнике со сторонами 16 см, 29 см, 29 см каждая сторона меньше суммы двух других его сторон. Если боковые стороны равны 16 см, то основание равно $74 - 16 \cdot 2 = 42$ см, получаем $42 < 16 + 16$ – неверно, следовательно, боковые стороны не могут быть равными 16 см. (*Ответ:* 29 см, 29 см.)



Задача № 238

Решение (см. рис. 4.60): Возьмем произвольную точку X на основании AC равнобедренного $\triangle ABC$ и докажем, что $BX < BC$. BX – сторона, противолежащая $\angle C$. BC – сторона, противолежащая $\angle BXC$.

Сравним $\angle C$ и $\angle BXC$.

Из $\triangle ABC$ $\angle C = 180^\circ - (\angle A + \angle ABC)$;

из $\triangle BCX$ $\angle BXC = 180^\circ - (\angle C + \angle CBX)$.

$\angle A + \angle ABC > \angle C + \angle CBX$, так как $\angle A = \angle C$, $\angle ABC > \angle CBX$, следовательно, $180^\circ - (\angle A + \angle ABC) < 180^\circ - (\angle C + \angle CBX)$, то есть $\angle C < \angle BXC$, а против меньшего угла лежит меньшая сторона, то есть $BX < BC$.

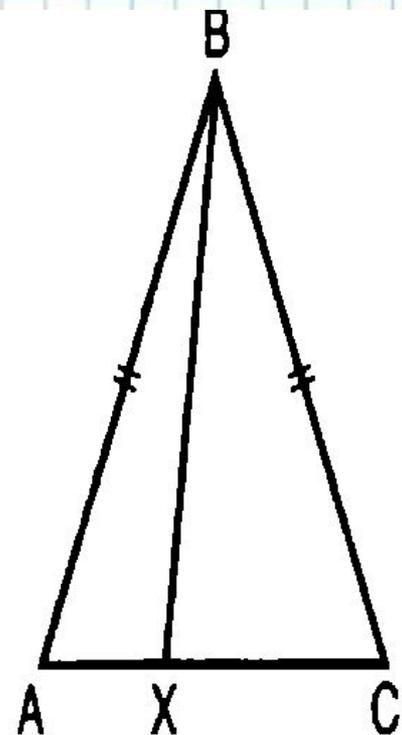
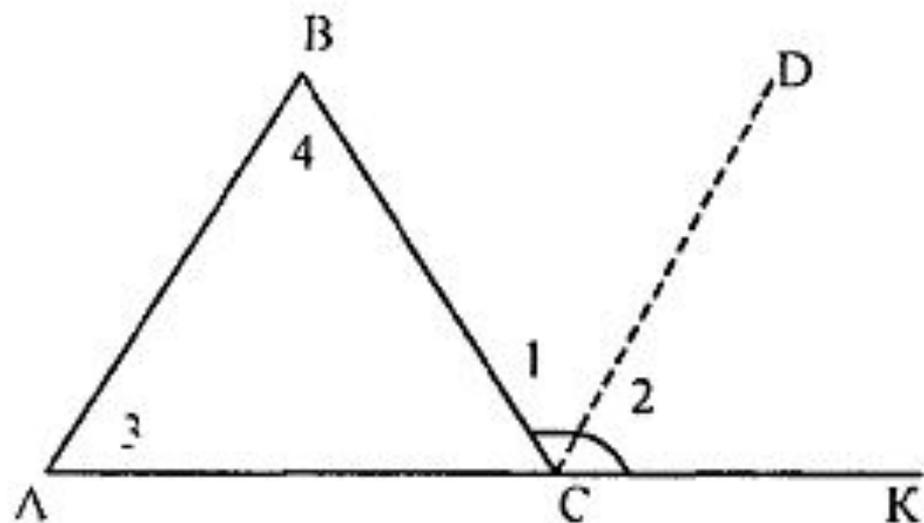


Рис. 4.60



242.



Дано: CD биссектриса,
угла $\angle BCK$, $DC \parallel AB$

Доказать: $\triangle ABC$ – равнобедренный

Доказательство:

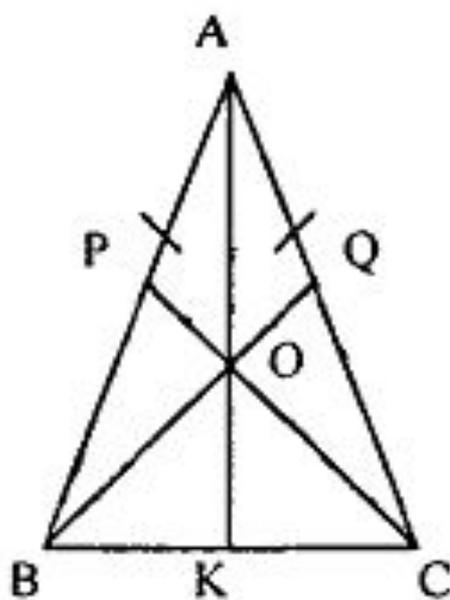
$CD \parallel AB$, значит $\angle 2 = \angle 3$ (соответственные при параллельных), $\angle 1 = \angle 4$ (накрест лежащие при параллельных).

$\angle 2 = \angle 3$, $\angle 1 = \angle 4$, $\angle 1 = \angle 2$ тогда $\angle 3 = \angle 4$, и $\triangle ABC$ равнобедренный по признаку

Р



247.



Дано: $AB=AC$, $AP=AQ$.

Доказать:

а) $\triangle BOC$ – равнобедренный

б) $BK=KC$, $AK \perp BC$

Доказательство:

Рассмотрим $\triangle CQB$ и $\triangle BPC$:

$BP=AP-PA=AC-AQ=CQ$

$\angle B=\angle C$ (как углы при основании равнобедренного тр-ка)

сторона BC – общая, значит $\triangle BPC=\triangle CQB$ по 1-му признаку равенства тр-ов, следовательно $\angle PCB=\angle QBC$ – равнобедренный по признаку.

Рассмотрим $\triangle AOB$ и $\triangle AOC$:

сторона AO – общая, $BO=OC$, $AB=AC$.

Значит $\triangle AOB=\triangle AOC$ (по 3-му признаку равенства тр-ов)

Следовательно $\angle BAO=\angle CAO$, значит AO – биссектриса $\triangle ABC$ равнобедренного и по свойству биссектрисы опущенной на основание AK – медиана и высота ч.т.д.



245.

Дано: $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 5 = \angle 6$, $MN \parallel BC$.

Доказать: $MN = BM + CN$.

Доказательство:

$MN \parallel BC$, значит $\angle 1 = \angle 3$, как накрест лежащие углы

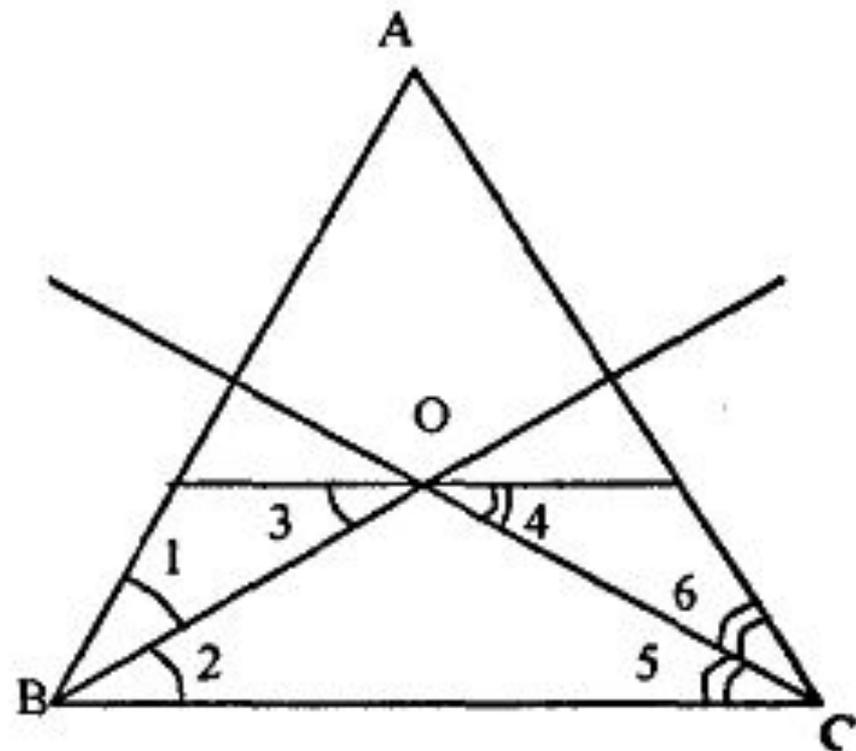
$\angle 1 = \angle 3 = \angle 2$, значит

$\angle 2 = \angle 3$, тогда $\triangle CNO$ – равнобедренный и $CN = NO$

$MN \parallel BC$, значит $\angle 4 = \angle 5$, как накрест лежащие углы, $\angle 4 = \angle 5 = \angle 6$

значит, $\angle 4 = \angle 6$, тогда $OM = MB$.

Следовательно, $MN = NO + OM = CN + BM$ ч.т.д.



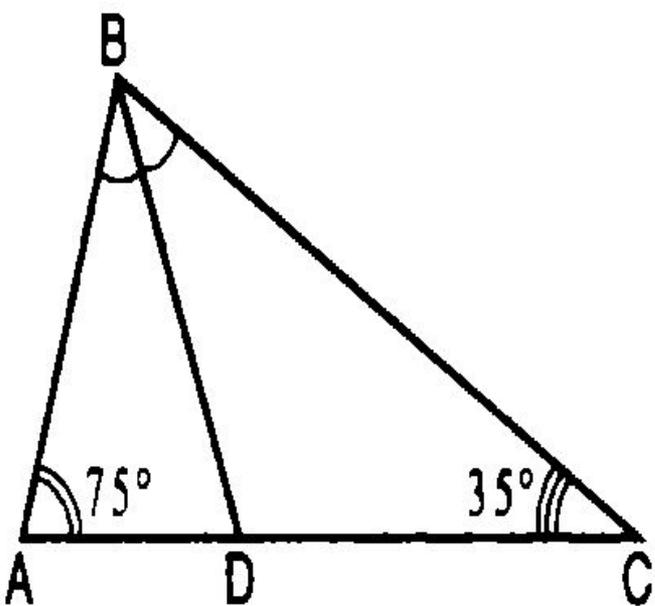


Рис. 4.57

3. Дополнительная задача:

В $\triangle ABC$ проведена биссектриса BD , $\angle A = 75^\circ$, $\angle C = 35^\circ$.

а) Докажите, что $\triangle BDC$ равнобедренный.

б) Сравните отрезки AD и DC .

Решение (см. рис. 4.57):

а) В $\triangle ABC$ $\angle A = 75^\circ$, $\angle C = 35^\circ$, тогда $\angle ABC = 180^\circ - (\angle A + \angle C) = 70^\circ$.

Так как BD – биссектриса $\angle ABC$, равного 70° , то $\angle DBC = 35^\circ$.

В $\triangle BDC$ два угла ($\angle DCB$ и $\angle DBC$) равны, значит, $\triangle BDC$ – равнобедренный и $BD = DC$.

б) В $\triangle ABD$ $\angle A = 75^\circ$, $\angle ABD = 35^\circ$, $\angle ADB = 70^\circ$, тогда по теореме о соотношениях между сторонами и углами треугольника $BD > AD$.

Так как $DC = BD$, а $AD < BD$, то $AD < DC$. (Ответ: $AD < DC$.)



3. Дополнительные задачи:

Задача 1

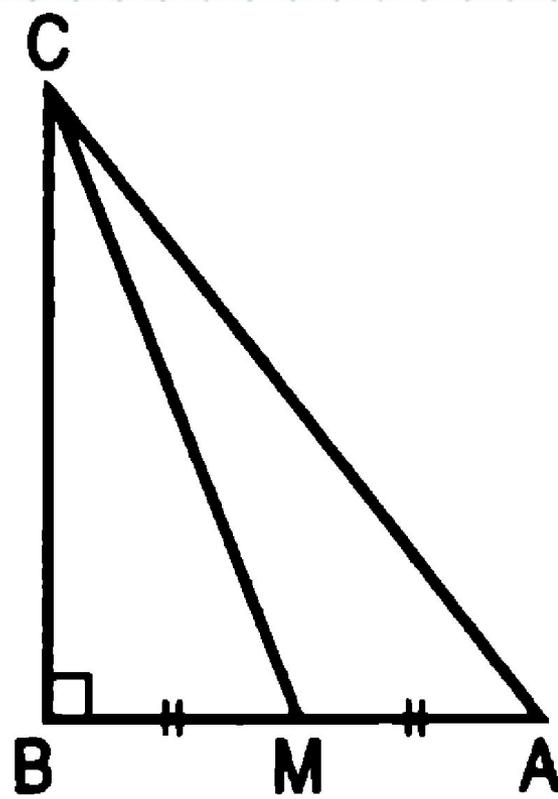
В треугольнике ABC BD – медиана, $AB > 2BD$.

Докажите, что $\angle BAC + \angle BCD < \angle DBC$.

Задача 2

В треугольнике ABC через вершину C проведена прямая, параллельная биссектрисе BD и пересекающая прямую AB в точке K . BE – высота треугольника ABC . Сравните отрезки BE и BK .





1):

$$\angle B = 180^\circ - (90^\circ + \angle BCM) = 90^\circ - \angle BCM.$$

$$180^\circ - (90^\circ + \angle ACB) = 90^\circ - \angle ACB.$$

$\angle ACB$, то $90^\circ - \angle BCM > 90^\circ - \angle ACB$, т.е. $\angle CMB >$

тольный, гипотенуза $CM >$ катета BM , а так как
 в $\triangle CMA$ $CM > MA$, но против большей стороны
 т.е. $\angle CAM > \angle ACM$, следовательно, $\angle CAB >$

3) Так как $\angle CMB > \angle CAB$, а $\angle CAB > \angle ACM$, то $\angle CMB > \angle CAB >$
 $> \angle ACM$.



Доказательство (см. рис. 4.62): $\triangle ABC$ – равнобедренный, значит, $\angle B = \angle CAB$. $DE \parallel AC$, значит, $\angle EDA = \angle CAB$, отсюда получаем, что $\angle B = \angle EDA$ и по признаку равнобедренного треугольника $\triangle BDE$ – равнобедренный.

