Неравенство треугольника.

Домашнее задание:

§ 33, вопрос 9.

№ 250(а,в), 251, 239 из У.

Дополнительные задачи.

Проверка домашнего задания.

№ 242.

№ 247.

№ 245.

Цели урока:

1) рассмотреть теорему о неравенстве треугольника и показать его применение при решении задач;
2) совершенствовать навыки учащихся при решении задач на применение теоремы о соотношениях между сторонами и углами треугольника.

II. Повторение. Проверка домашнего задания

1. Теоретический опрос по вопросам 6–8 можно провести письменно для 4 учащихся.

2. Проверить дополнительную домашнюю задачу, после чего можно менее подготовленным учащимся дать аналогичную задачу (№ 1), а остальным учащимся задачи № 2, 3 для самостоятельного решения.

(Учитель контролирует работу учащихся, за правильно решенные задачи можно поставить оценки.)

Повторим:

- Треугольник, у которого есть прямой угол, называется … *прямоугольным.*
- Гипотенузой прямоугольного треугольника называется …………………………… *сторона, лежащая против прямого угла*, другие стороны называются … . *катетами.*
- Угол, смежный с внутренним углом треугольника, называется … *внутренним.*
- Внешний угол треугольника равен *сумме двух внутренних, не смежных с ним.*
- В треугольнике против большего угла лежит ………. *большая* сторона, а против большей стороны лежит …………………. *больший* угол.
- В прямоугольном треугольнике ……. *гипотенуза* больше катета.
- Если два угла треугольника равны, то треугольник ………… *равнобедренный*

Решение задач.

Задача 1

В треугольнике CDE проведена биссектриса EF, $\angle C = 90°$, $\angle D = 30°$.

а) Докажите, что ΔDEF равнобедренный.

б) Сравните отрезки CF и DF.

Задача 2

В треугольнике ABC $\angle C = 90°$. Точка M лежит на стороне AC.

Докажите, что $BC < BM < AB$.

Задача 3

В ΔABC $AB = BC$. На продолжении сторон AC и BC за вершину C отмечены точки D и E соответственно. Известно, что $DE \parallel AB$.

Докажите, что ΔCDE равнобедренный.

Изучение нового материала.

Решите задачи:

Построить треугольник ABC такой, чтобы:

а) $AB = 4$ см, $BC = 5$ см, $AC = 6$ см;

б) $AB = 5$ см, $BC = 3$ см, $AC = 2$ см;

в) $AB = 8$ см, $BC = 4$ см, $AC = 3$ см.

Задачу под буквой *а* можно предложить менее подготовленным учащимся, остальных учащихся разделить на два варианта, первый из них решает задачу под буквой *б*, а второй – под буквой *в*. На решение задачи дается 2–3 минуты, а затем учитель вызывает ученика, решавшего задачу а, и весь класс слушает решение этой задачи. Таким же образом проверяются задачи *б* и *в*.

В ходе решения данной задачи и последующего ее обсуждения учащиеся должны прийти к тому, что не всегда можно построить треугольник из трех отрезков.

Изучение нового материала.

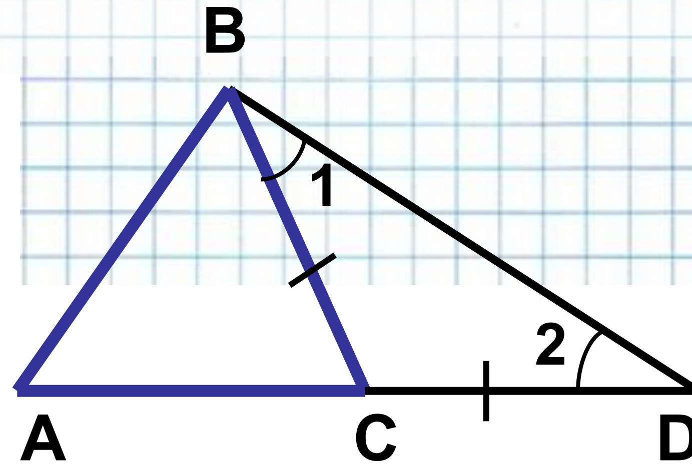
- Итак, возникла проблемная ситуация. Даны три отрезка, длины которых известны. Как опреде-лить не выполняя построения, существует ли такой треугольник?

Для того, чтобы определить, существует ли треуго[illegible]ик с данными сторонами, нужно каждую сторону сравнить с [illegible]ой двух других сторон треугольника. Если каждая сторона тр[illegible]льника мень[illegible] суммы дв[illegible]ругих его сторон, то такой тре[illegible]к существ[illegible]

- Действит[illegible], кажд[illegible]рона [illegible]ольника меньше сум[illegible]мы двух др[illegible]ги[illegible] сторон. [illegible]о утверждение получило название теоремы о неравенстве треугольника, которую нам с вами необходимо доказать.

Теорема.

Каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон.



Дано: ΔABC.

Доказать: $AB < AC + CB$.

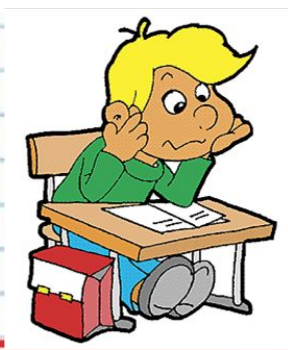
Доказательство:

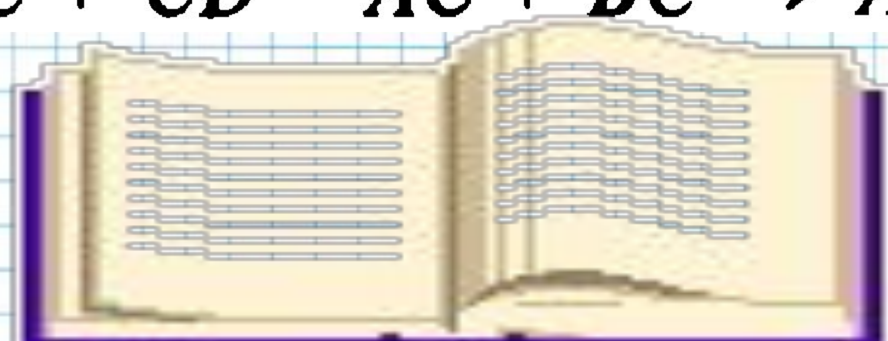
1) $A - C - D$, $CD = BC$;

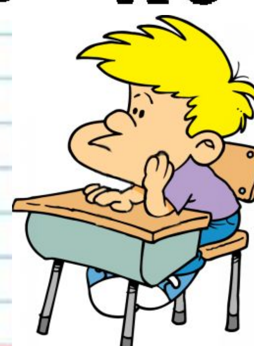
2) ΔBCD – равнобедренный $\Rightarrow \angle 1 = \angle 2$;

3) $\angle ABD > \angle 1 \Rightarrow \angle ABD > \angle 2 \Rightarrow AD > AB$;

4) $AD = AC + CD = AC + BC \Rightarrow AB < AC + BC$.







Формирование умений и навыков.

1. Решить задачи № 137, 135 из РТ.

№ 137. № 135.

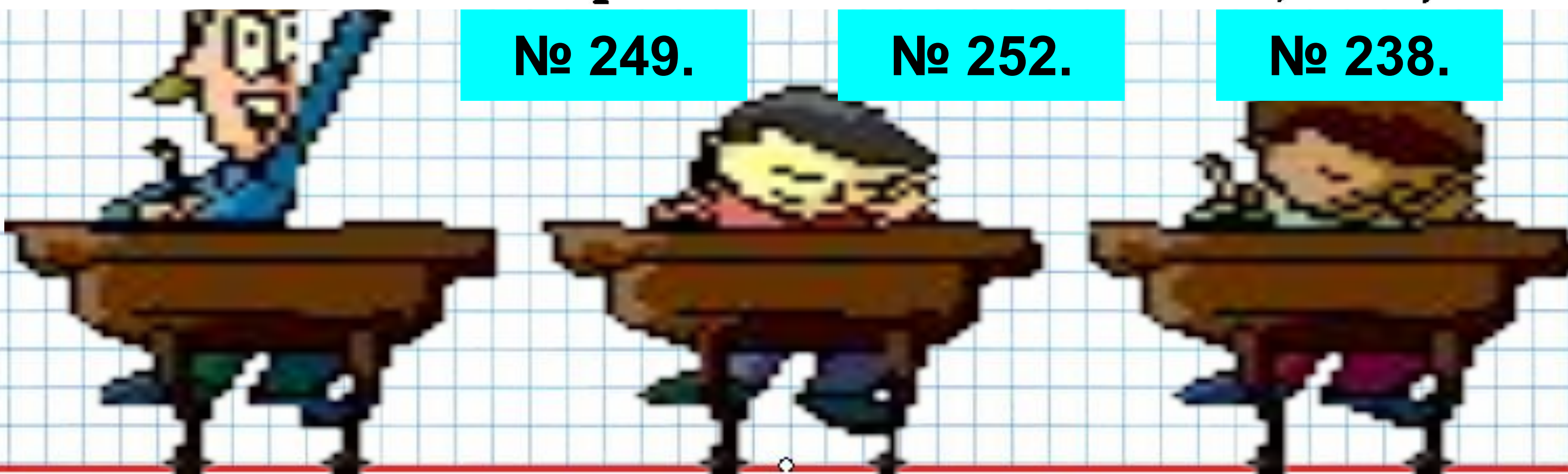
2. Решить письменно задачи

№ 253, № 250(б)- на доске с объяснением.

№ 253. № 250(б).

3. Самостоятельно решить задачи № 249, 252, 238.

№ 249. № 252. № 238.



Дополнительные задачи

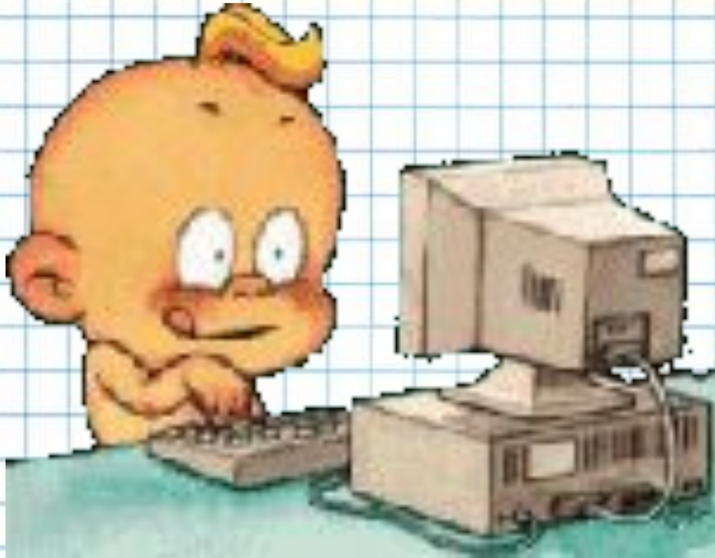
1. В треугольнике ABC $\angle B = 90^\circ$, CM – медиана треугольника. *Докажите*, что $\angle CMB > \angle CAB > \angle ACM$.

Решение.

2. В треугольнике ABC $AC = BC$. Отрезки BC и BA продолжены за вершины C и A. На продолжениях отмечены точки E и D соответственно. Известно, что $DE \parallel AC$.

Докажите, что треугольник BDE равнобедренный.

Решение.



Спасибо за урок!

Методическое пособие:

Учебно-методическое пособие

В ПОМОЩЬ ШКОЛЬНОМУ УЧИТЕЛЮ

Гаврилова Нина Федоровна

УНИВЕРСАЛЬНЫЕ ПОУРОЧНЫЕ РАЗРАБОТКИ ПО ГЕОМЕТРИИ

7 класс

Дизайн обложки *Екатерины Бедриной*

Налоговая льгота –
Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93-953000.
Издательство «ВАКО»
Подписано к печати с диапозитивов 20.04.2010.
Формат 84×108/32. Печать офсетная. Гарнитура Таймс.
Усл. печ. листов 15,96. Тираж 7000 экз. Заказ № 3525.

Отпечатано в ОАО ордена Трудового Красного Знамени
«Чеховский полиграфический комбинат»
142300, г. Чехов Московской области
Сайт: www.chpk.ru, e-mail: marketing@chpk.ru
Факс: 8(496) 726-54-10; телефон: 8(495) 988-63-87

137

Существует ли треугольник со сторонами:

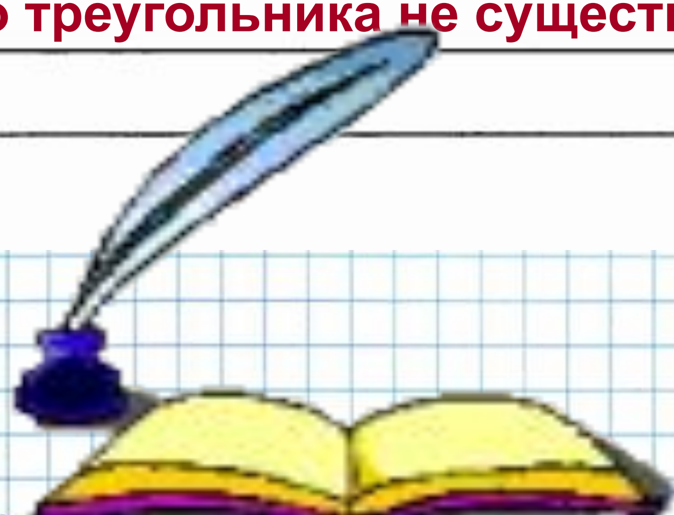
а) 3 см, 4 см, 7 см; б) 2,1 дм, 3 дм, 0,9 дм?

Решение.

а) Если предположить, что треугольник со сторонами 3 см, 4 см, 7 см существует, то сумма двух его сторон (3 см + 4 см) будет равна третьей стороне (7 см), что противоречит неравенству треугольника. Значит, такого треугольника не существует.

б) Если предположить, что треугольник со сторонами 2,1 дм, 3 дм, 0,9 дм существует, то сумма двух его сторон (2,1 дм + 0,9 дм) будет равна третьей стороне (3 дм), что противоречит неравенству треугольника. Значит, такого треугольника не существует.

Ответ. а) нет; б) нет.



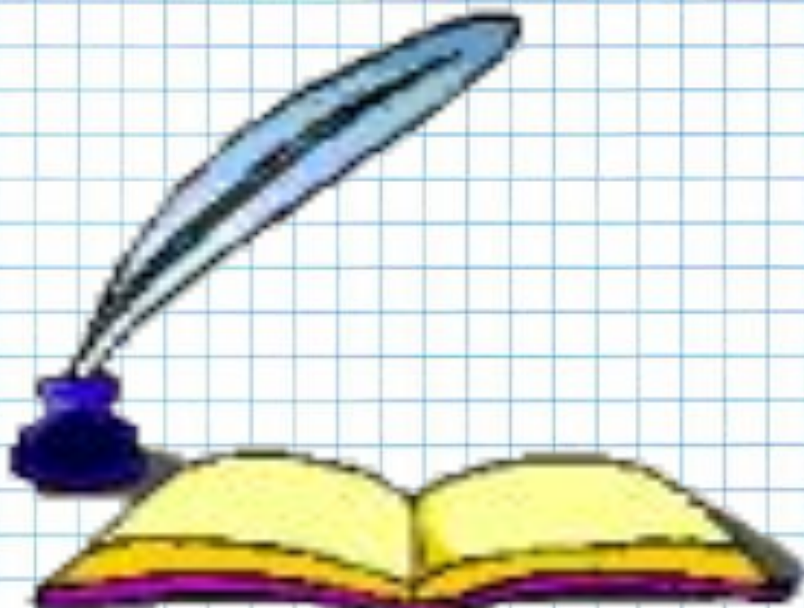
135

В равнобедренном треугольнике одна сторона равна 15 см, а другая — 7 см. Какая из них является основанием?

Р е ш е н и е . Если предположить, что основание равно 15 см, то сумма двух боковых сторон будет равна 14 см, т. е. сумма двух сторон будет меньше третьей стороны треугольника, что противоречит неравенству треугольника.

О т в е т .

Основанием является сторона, равная 7 см.



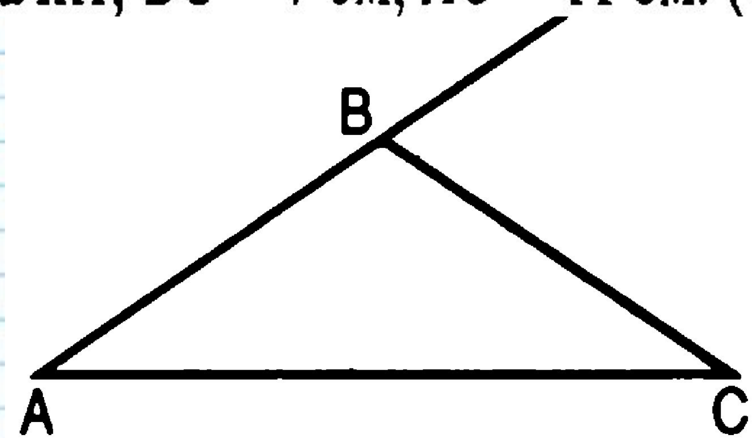
Задача № 253

Решение (см. рис. 4.58): Один из внешних углов треугольника острый, тогда внутренний угол, смежный с указанным – тупой. В равнобедренном ΔABC тупым может быть только угол при вершине.

Пусть в треугольнике ABC $AB = BC$, $\angle B > 90°$, тогда $AB < AC$, $BC < AC$ по теореме о соотношениях между сторонами и углами треугольника. Так как разность двух сторон равна 4 см, то AC на 4 см больше, чем AB и BC.

Тогда $AC = AB + 4$, $BC = AB$.

$P_{ABC} = 25$ см, тогда $P_{ABC} = AB + BC + AC = AB + AB + AB + 4 = 25$, откуда $AB = 7$ см, значит, $BC = 7$ см, $AC = 11$ см. (*Ответ*: 7 см, 7 см, 11 см.)



Задача № 250 (б)

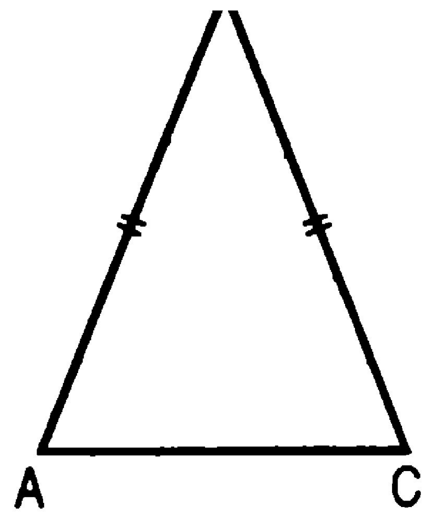
Решение (см. рис. 4.59): Каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон. $\Delta\, ABC$ – равнобедренный ($AB = BC$), поэтому достаточно проверить 2 условия: $AB < AC + BC$, $AC < AB = BC$.

Возможны два случая:

1) $AB = BC = 2$ см, $AC = 8$ см. Условие $AC < AB + BC$ не выполняется, следовательно, такого быть не может.

2) $AB = BC = 8$ см, $AC = 2$ см. Оба условия выполняются, такой треугольник существует.

(*Ответ*: 8 см, 8 см, 2 см.)



Задача № 249

Решение: Пусть основание равно 10 см, боковые стороны по 25 см. По теореме о неравенстве треугольника должны выполняться условия $10 < 25 + 25$; $25 < 10 + 25$. Такой треугольник существует, значит, основание равно 10 см.

Пусть основание равно 25 см, боковые стороны по 10 см.

Условие $25 < 10 + 10$ не выполняется, такой треугольник не существует.

(*Ответ*: основание равно 10 см.)

Задача № 252

Решение: Два внешних угла треугольника при разных вершинах равны, значит, равны и смежные с ними внутренние углы данного треугольника, следовательно, указанный треугольник равнобедренный. Пусть основание равно 16 см.

Тогда боковые стороны равны (74 – 16) : 2 = 29 см.

В треугольнике со сторонами 16 см, 29 см, 29 см каждая сторона меньше суммы двух других его сторон. Если боковые стороны равны 16 см, то основание равно 74 – 16 · 2 = 42 см, получаем 42 < 16 + 16 – неверно, следовательно, боковые стороны не могут быть равными 16 см. (*Ответ*: 29 см, 29 см.)

Задача № 238

Решение (см. рис. 4.60): Возьмем произвольную точку X на основании AC равнобедренного ΔABC и докажем, что $BX < BC$. BX – сторона, противолежащая $\angle C$. BC – сторона, противолежащая $\angle BXC$.

Сравним $\angle C$ и $\angle BXC$.

Из ΔABC $\angle C = 180° - (\angle A + \angle ABC)$;

из ΔBCX $\angle BXC = 180° - (\angle C + \angle CBX)$.

$\angle A + \angle ABC > \angle C + \angle CBX$, так как $\angle A = \angle C$, $\angle ABC > \angle CBX$, следовательно, $180° - (\angle A + \angle ABC) < 180° - (\angle C + \angle CBX)$, то есть $\angle C < \angle BXC$, а против меньшего угла лежит меньшая сторона, то есть $BX < BC$.

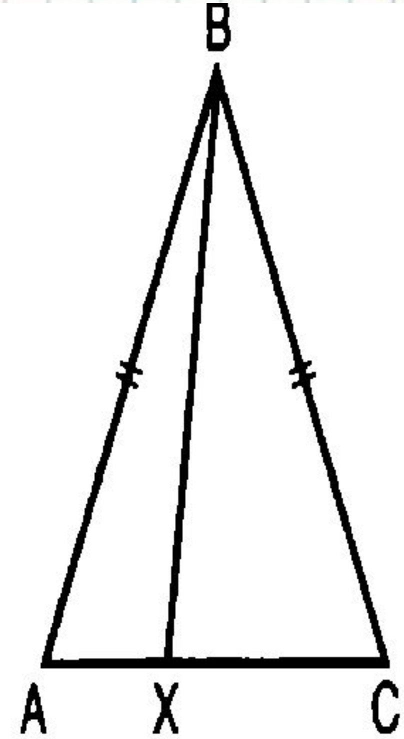
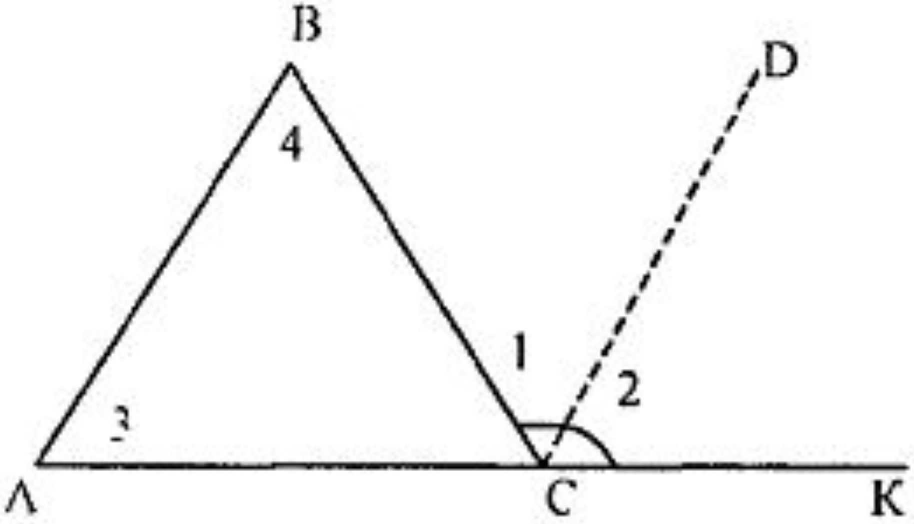


Рис. 4.60

242.



Дано: CD биссектриса, угла $\angle BCK$, $DC \parallel AB$

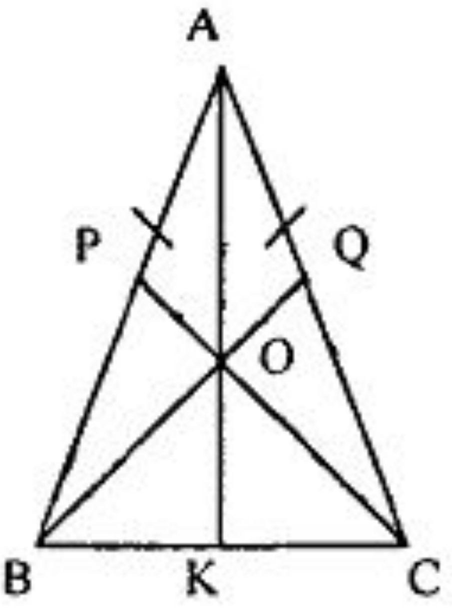
Доказать: ΔABC – равнобедренный

Доказательство:

$CD \parallel AB$, значит $\angle 2 = \angle 3$ (соответственные при параллельных), $\angle 1 = \angle 4$ (накрест лежащие при параллельных).

$\angle 2 = \angle 3$, $\angle 1 = \angle 4$, $\angle 1 = \angle 2$ тогда $\angle 3 = \angle 4$, и ΔABC равнобедренный по признаку

247.



Дано: AB=AC, AP=AQ.

Доказать:

а) ΔBOC – равнобедренный

б) BK=KC, AK⊥BC

Доказательство:

Рассмотрим ΔCQB и ΔBPC:

BP=AP-PA=AC-AQ=CQ

∠B=∠C (как углы при основании равнобедренного тр-ка)

сторона BC – общая, значит ΔBPC=ΔCQB по 1-му признаку равенства тр-ов, следовательно ∠PCB=∠QBC – равнобедренный по признаку.

Рассмотрим ΔAOB и ΔAOC:

сторона AO – общая, BO=OC, AB=AC.

Значит ΔAOB=ΔAOC (по 3-му признаку равенства тр-ов)

Следовательно ∠BAO=∠CAO, значит AO – биссектриса ΔABC

нобедренного и по свойству биссектрисы опущенной на основа

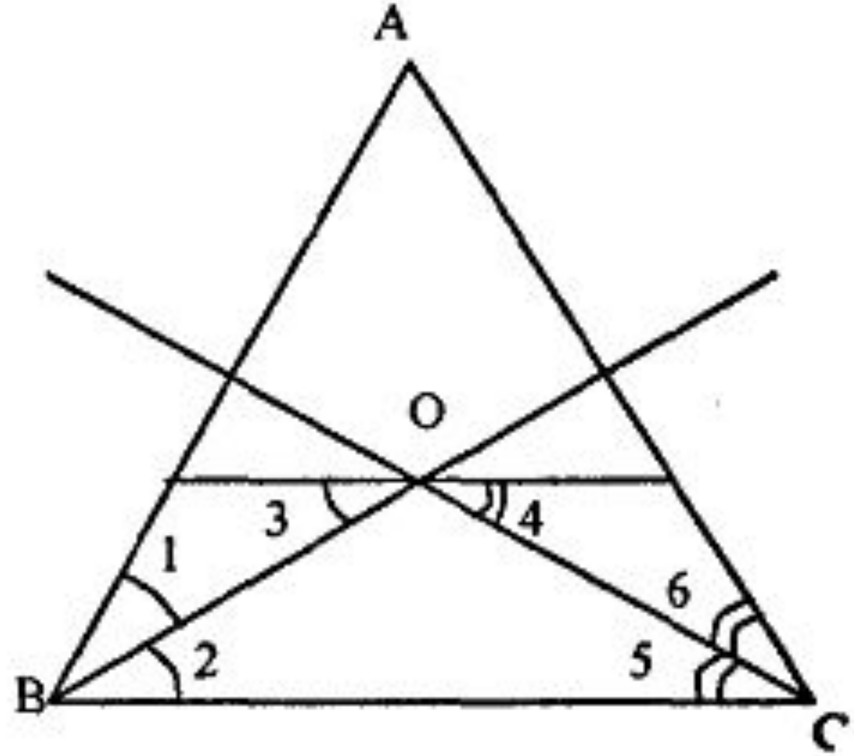
AK – медиана и высота ч.т.д.

245.

Дано: $\angle 1=\angle 2$, $\angle 5=\angle 6$, $MN \parallel BC$.

Доказать: $MN=BM+CN$.

<u>Доказательство:</u>



$MN \parallel BC$, значит $\angle 1=\angle 3$, как накрест лежащие углы

$\angle 1=\angle 3=\angle 2$, значит

$\angle 2=\angle 3$, тогда ΔCNO – равнобедренный и $CN=NO$

$MN \parallel BC$, значит $\angle 4=\angle 5$, как накрест лежащие углы, $\angle 4=\angle 5=\angle 6$ значит, $\angle 4=\angle 6$, тогда $OM=MB$.

Следовательно, $MN=NO+OM=CN+BM$ ч.т.д.

3. *Дополнительная задача:*

В ΔABC проведена биссектриса BD, $\angle A = 75°$, $\angle C = 35°$.

а) Докажите, что ΔBDC равнобедренный.

б) Сравните отрезки AD и DC.

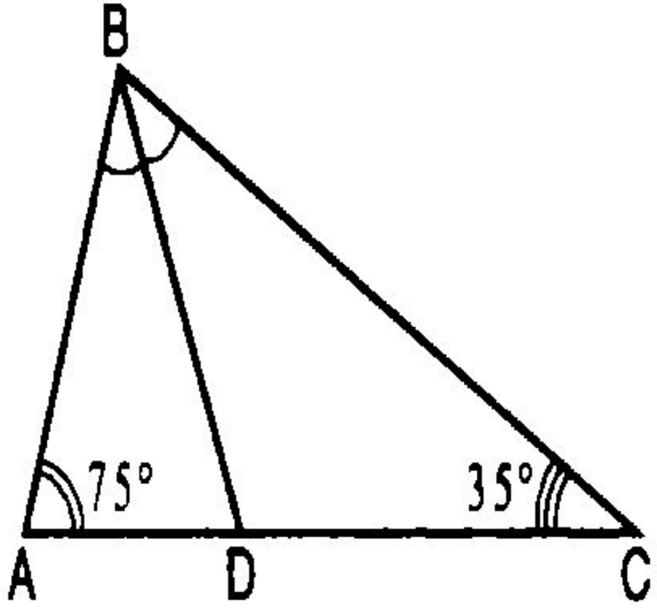


Рис. 4.57

Решение (см. рис. 4.57):

а) В ΔABC $\angle A = 75°$, $\angle C = 35°$, тогда $\angle ABC = 180° - (\angle A + \angle C) = 70°$.

Так как BD – биссектриса $\angle ABC$, равного 70°, то $\angle DBC = 35°$.

В ΔBDC два угла ($\angle DCB$ и $\angle DBC$) равны, значит, ΔBDC – равнобедренный и $BD = DC$.

б) В ΔABD $\angle A = 75°$, $\angle ABD = 35°$, $\angle ADB = 70°$, тогда по теореме о соотношениях между сторонами и углами треугол $BD > AD$.

Так как $DC = BD$, а $AD < BD$, то $AD < DC$. (*Ответ*: $AD < DC$.)

3. *Дополнительные задачи:*

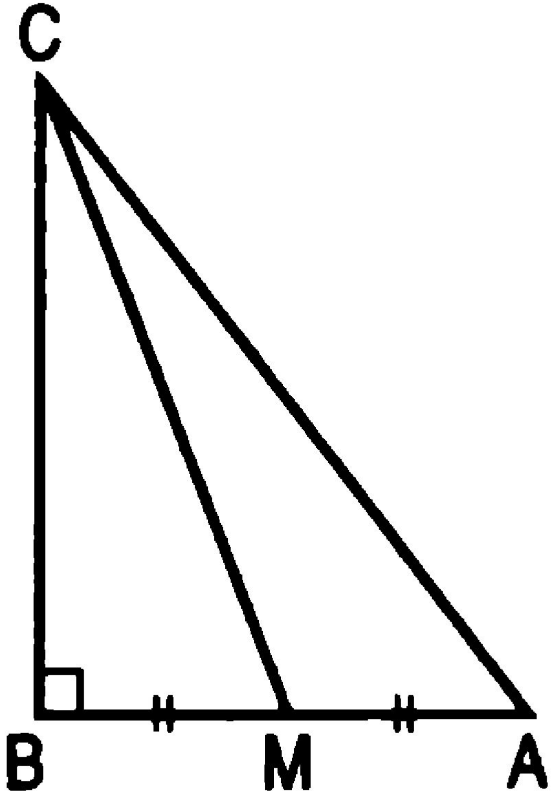
Задача 1

В треугольнике ABC BD – медиана, $AB > 2BD$.

Докажите, что $\angle BAC + \angle BCD < \angle DBC$.

Задача 2

В треугольнике ABC через вершину C проведена прямая, параллельная биссектрисе BD и пересекающая прямую AB в точке K. BE – высота треугольника ABC. Сравните отрезки BE и BK.



1):

$B = 180^\circ - (90^\circ + \angle BCM) = 90^\circ - \angle BCM$.

$180^\circ - (90^\circ + \angle ACB) = 90^\circ - \angle ACB$.

ACB, то $90^\circ - \angle BCM > 90^\circ - \angle ACB$, т.е. $\angle CMB >$

тольный, гипотенуза $CM >$ катета BM, а так как

В Δ CMA $CM > MA$, но против большей стороны

т.е. $\angle CAM > \angle ACM$, следовательно, $\angle CAB >$

3) Так как $\angle CMB > \angle CAB$, а $\angle CAB > \angle ACM$, то $\angle CMB > \angle CAB > \angle ACM$.

Доказательство (см. рис. 4.62): ΔABC – равнобедренный, значит, $\angle B = \angle CAB$. $DE \parallel AC$, значит, $\angle EDA = \angle CAB$, отсюда получаем, что $\angle B = \angle EDA$ и по признаку равнобедренного треугольника ΔBDE – равнобедренный.