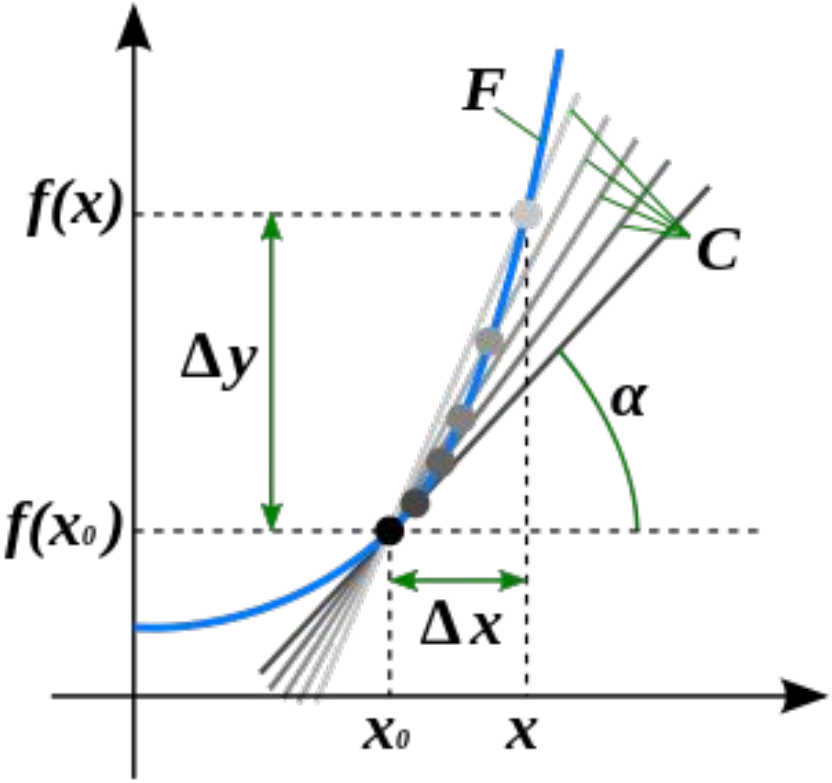
Производная функции



Определение производной

Приращение функции
и аргумента

Производная в физике

Производная в геометрии

Нужные формулы

История Производной

Проверь себя!

Определение производной

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} \to f'(x_o)$$

$f\,'(x_o)$ – **число**

Алгоритм:

1) Δx, x_o;

2) $\Delta f = f(x_o + \Delta x) - f(x_o)$;

3) $\dfrac{\Delta f}{\Delta x}$ при $\Delta x \to 0$.

Приращение функции и аргумента

$\Delta x = x - x_o$ – приращение аргумента

$$\left.\begin{aligned} \Delta f(x) &= f(x) - f(x_o) \\ \Delta f(x) &= f(x_o + \Delta x) - f(x_o) \end{aligned}\right\} \text{– приращение функции}$$

Найдите Δf, если $f(x) = x^2$, $x_o = 1$, $\Delta x = 0{,}5$

Решение: $f(x_o) = f(1) = 1^2 = 1$,

$f(x_o + \Delta x) = f(1 + 0{,}5) = f(1{,}5) = 1{,}5^2 = 2{,}25$,

$\Delta f = 2{,}25 - 1 = 1{,}25$.

Ответ: $\Delta f = 1{,}25$

изменение

Геометрический смысл производной дифференцируемой функции *y = f (x)*:

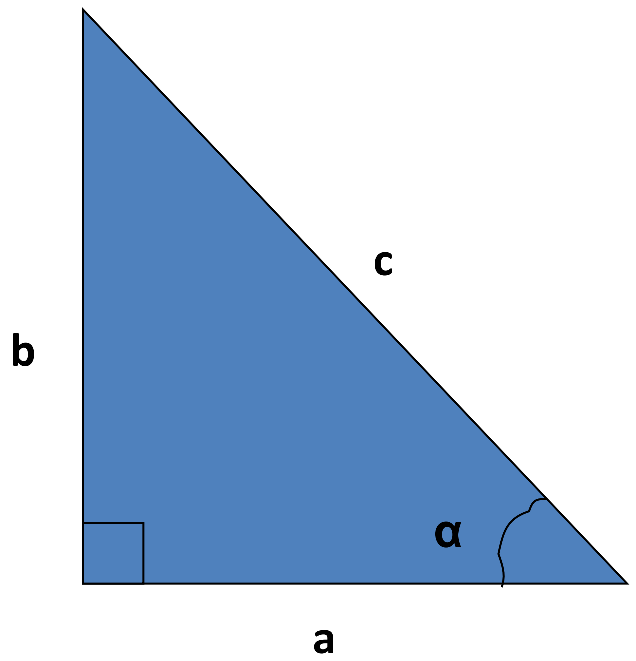
$$\boxed{f'(x) = tg\alpha}$$

Значение производной функции в точке равно угловому коэффициенту касательной к графику функции в этой точке.

Геометрический смысл углового коэффициента прямой *k*:

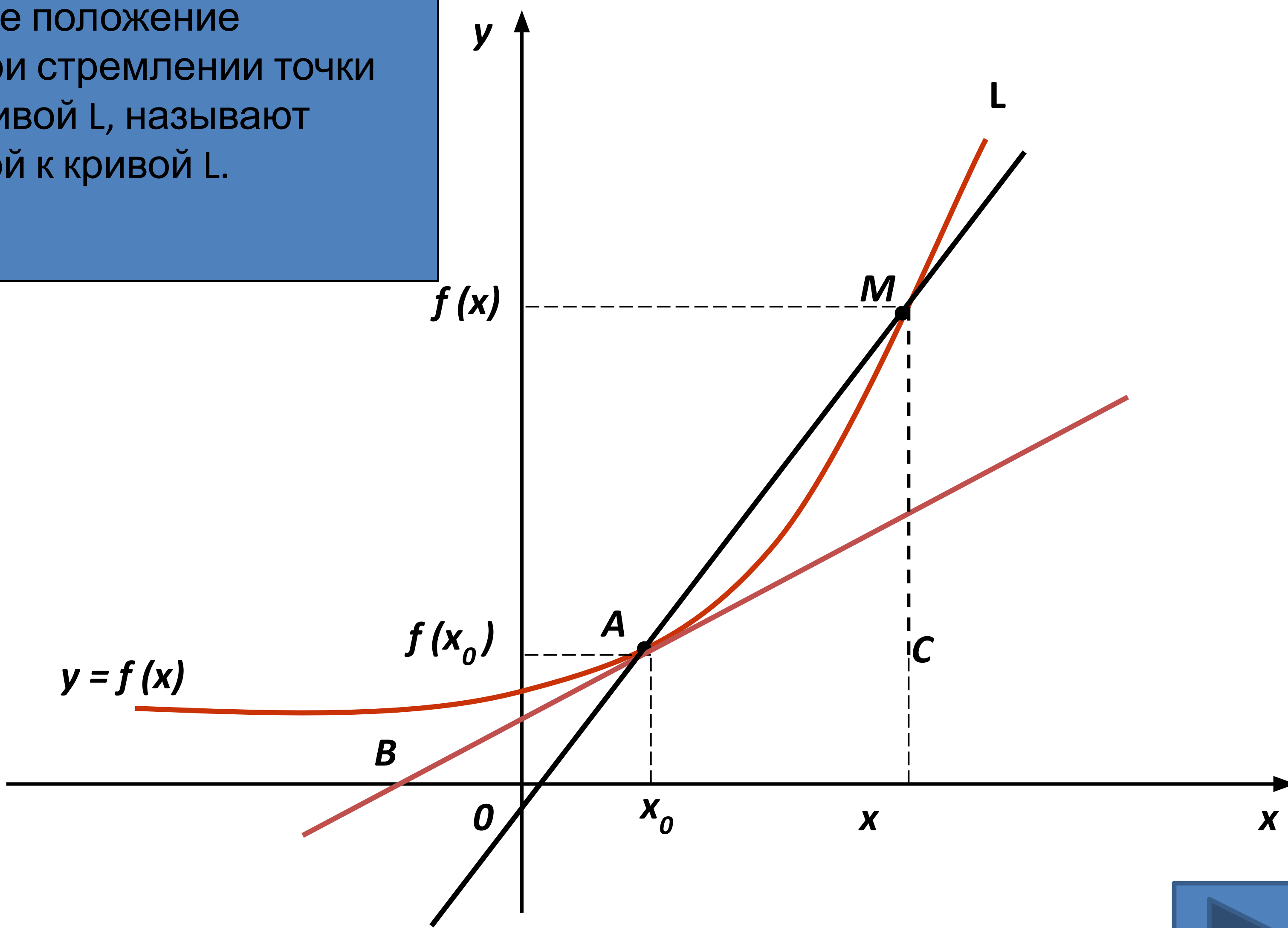
$$k = tg\ \alpha$$

Вспомним определение тангенса – это отношение противолежащего катета к прилежащему. Т.е. $tg\ \alpha = b/a$



Вспомним, что понимают под касательной к графику функции:

Предельное положение секущей при стремлении точки М к А по кривой L, называют касательной к кривой L.



Геометрический смысл производной дифференцируемой функции *y = f (x)*

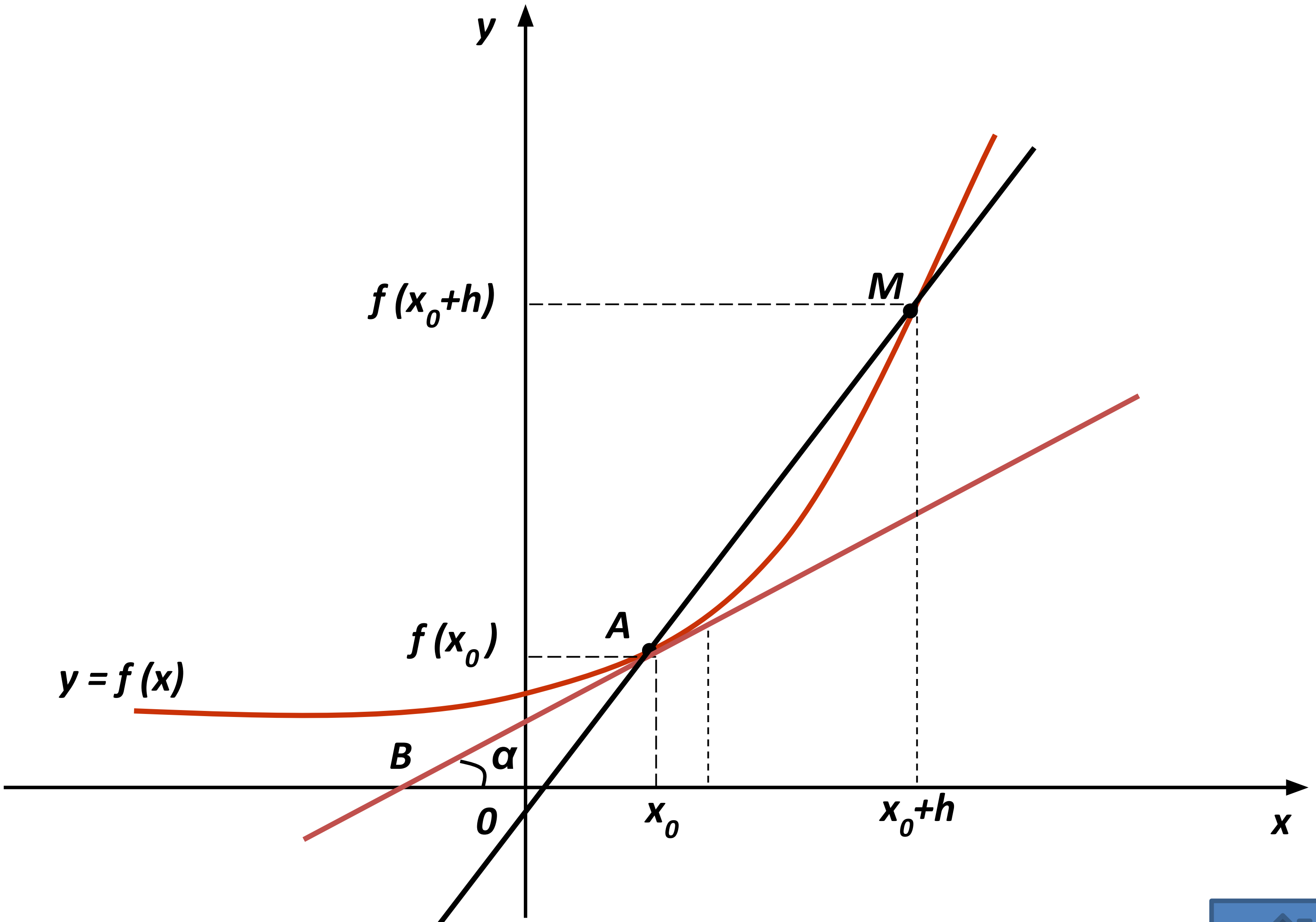
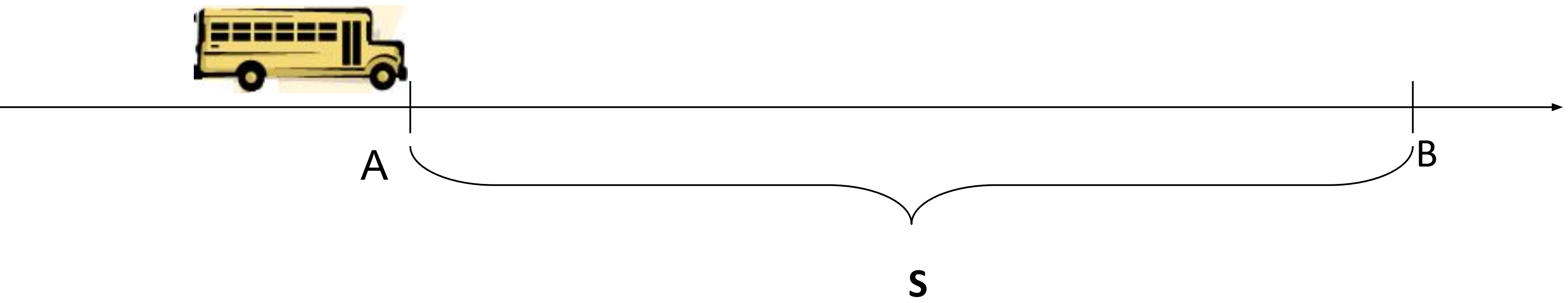


Рис.4

Физический смысл производной

Время в пути равно t



V=S / t

А что такое $\upsilon(t)$ в момент времени t, (её называют мгновенной скоростью).

Т.е. мгновенная скорость – это средняя скорость на промежутке $[t; t+\Delta t]$ при условии, что $\Delta t \to 0$. Это значит, что :

$$\upsilon(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \Delta s / \Delta t$$

Нужны формулы:

- быстро,
- удобно.

$$(kx + b)' = k$$

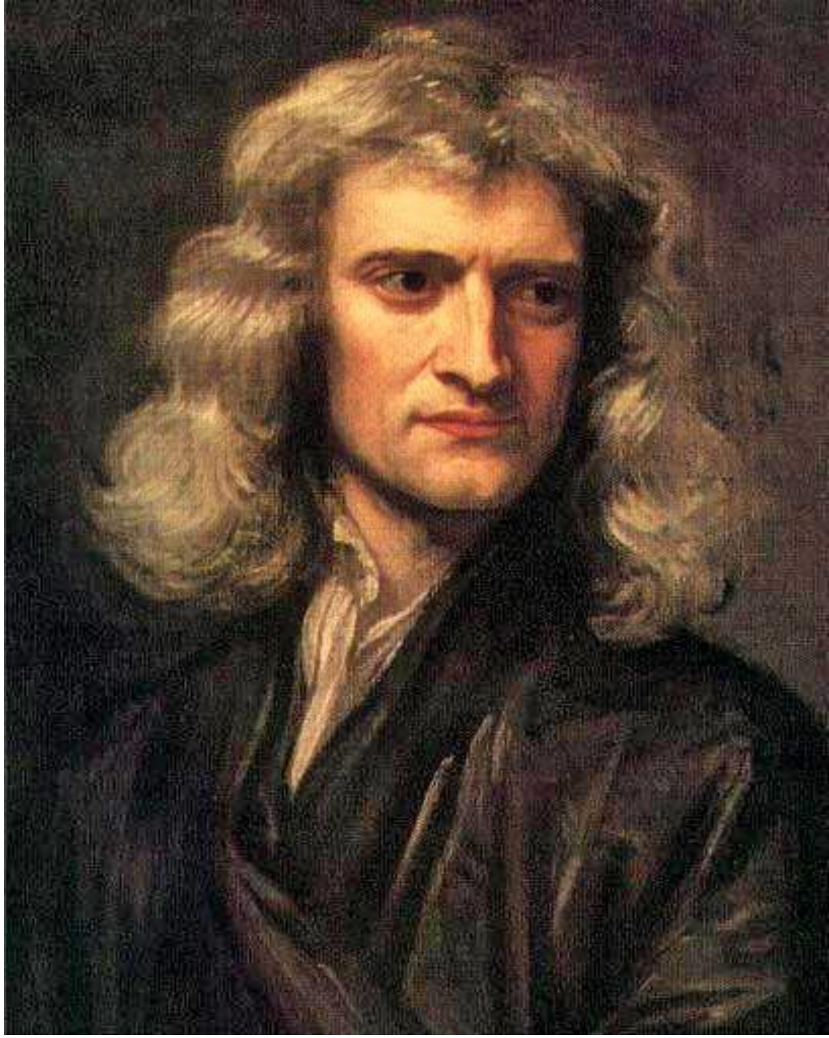
$$\left.\begin{array}{l} (x^2)' = 2x \\ (x^3)' = 3x^2 \end{array}\right\} \quad (x^n)' = nx^{n-1}$$

$$C' = 0$$

История

- Понятие производной возникло как результат многовековых усилий, направленных на решение таких задач, как задача о проведении касательной к кривой, о вычислении скорости неравномерного движения, задачи о вычислении площади криволинейной фигуры. В работах Исаака Ньютона и Готфрида Вильгельма Лейбница эта деятельность получила определенное теоретическое завершение. Ньютон и Лейбниц создали общие методы дифференцирования и интегрирования функций и доказали важную теорему, носящую их имя, устанавливающую тесную связь между операциями дифференцирования и интегрирования. Однако современное изложение этих вопросов существенно отличается от того, как они излагались во времена Ньютона и Лейбница. Современный математический анализ базируется на понятии предела, которое было дано (наряду с другими важнейшими понятиями – непрерывность, интеграл и т.д.) в работах французского математика Огюстена Луи Коши.

Исаак Ньютон



- Английский физик, математик, механик и астроном, один из создателей классической физики. Автор фундаментального труда «Математические начала натуральной философии», в котором он изложил закон всемирного тяготения и три закона механики, ставшие основой классической механики. Разработал дифференциальное и интегральное исчисления, теорию цвета, заложил основы современной физической оптики, создал многие другие математические и физические теории.

Готфрид Вильгельм Лейбниц

Немецкий философ, логик, математик, механик, физик, юрист, историк, дипломат, изобретатель и языковед. Основатель и первый президент Берлинской Академии наук, иностранный член Французской Академии

Спор между Лейбницем и Ньютоном

- В 1708 году вспыхнул печально известный спор Лейбница с Ньютоном о научном приоритете открытия дифференциального исчисления. Известно, что Лейбниц и Ньютон работали над дифференциальным исчислением параллельно и что в Лондоне Лейбниц ознакомился с некоторыми неопубликованными работами и письмами Ньютона, но пришёл к тем же результатам самостоятельно. Известно также, что Ньютон создал свою версию математического анализа, «метода флюксий»— термин Ньютона; первоначально обозначалась точкой над величиной; термин «флюксия» означает «производная»), не позднее1665 года, хотя и опубликовал свои результаты лишь много лет спустя; Лейбниц же первым сформулировал и опубликовал «исчисление бесконечно малых» и разработал символику, которая оказалась настолько удобной, что её используют и на сегодняшний день.
- В 1693 году, когда Ньютон, наконец, опубликовал первое краткое изложение своей версии анализа, он обменялся с Лейбницем дружескими письмами.

После появления первой подробной публикации анализа Ньютона ,в журнале Лейбница «*Acta eruditorum*» появилась анонимная рецензия с оскорбительными намёками в адрес Ньютона; рецензия ясно указывала, что автором нового исчисления является Лейбниц, но сам Лейбниц решительно отрицал, что рецензия составлена им, однако историки нашли черновик, написанный его почерком. Ньютон проигнорировал статью Лейбница, но его ученики возмущённо ответили, после чего и разгорелась общеевропейская приоритетная война Спор между Лейбницем и Ньютоном о научном приоритете стал известен как «наиболее постыдная склока во всей истории математики». Эта распря двух гениев дорого обошлась науке: английская математическая школа вскоре увяла на целый век, а европейская проигнорировала многие выдающиеся идеи Ньютона, переоткр намного позднее.

Проверь себя!

1. $7x^6$
2. $15x^2$
3. $-63x^8$
4. $-1,5x^{-4}$
5. 9
6. -4

7. $$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

8. $$\left(\sqrt{x}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$