

1 вариант.

Инвестор, располагающий суммой в 300 тыс. ден. ед., может вложить свой капитал в акции автомобильного концерна А и строительного предприятия В.

Чтобы уменьшить риск, акций А должно быть приобретено по крайней мере в два раза больше, чем акций В, причем последних можно купить не более чем на 100 тыс. ден. ед. Дивиденды по акциям А составляют 8% в год, по акциям В – 10%. Какую максимальную прибыль можно получить в первый год?

Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом. Что произойдет, если решать задачу на минимум и почему?

1 вариант.

x_1 – тыс. ден. ед. , вложенных в акции концерна А

x_2 – тыс. ден. ед. , вложенных в акции предприятия В

$F(x) = 0,08 x_1 + 0,10 x_2 \rightarrow \max$ - общая прибыль

$$x_1 + x_2 \leq 300$$

$$x_1 - 2x_2 \geq 0$$

$$x_2 \leq 100$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

I. $x_1 + x_2 \leq 300$

$x_1 + x_2 = 300$

X_1	X_2
0	300
300	0

Прямая $x_1 + x_2 = 300$ проходит через точки $(0;300)$ и $(300;0)$.

$O(0;0)$: $0 + 0 \leq 300$ – верно, входит в ОДР;

II. $x_1 \geq 2x_2$,

$x_1 = 2x_2$

X_1	X_2
200	100
0	0

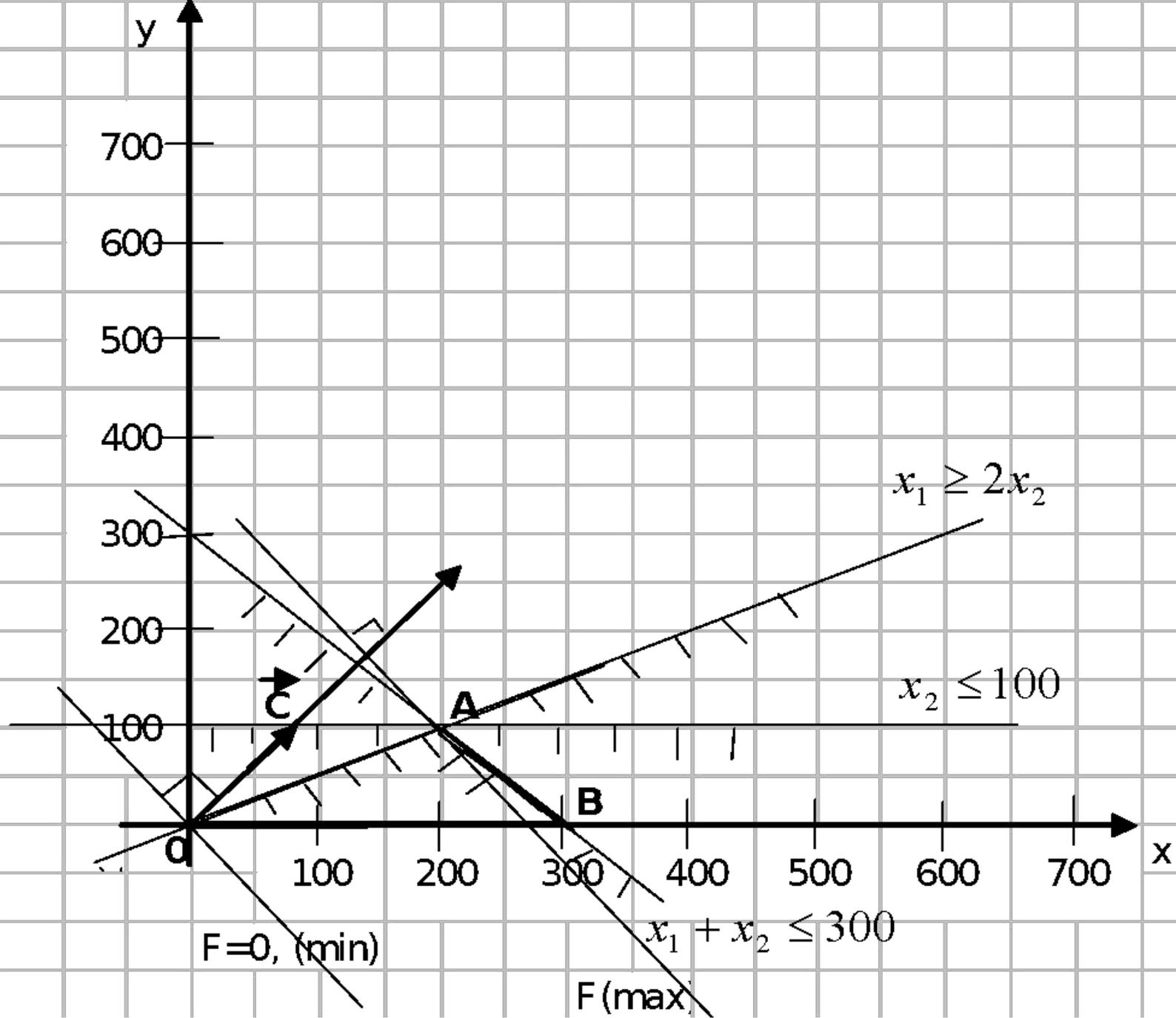
Прямая $x_1 = 2x_2$ проходит через точки $(200; 100)$ и $(0;0)$.

$O(1;0)$: $1 - 2 \cdot 0 \geq 0$ – верно, входит в ОДР;

III. $x_2 \leq 100$

$x_2 = 100$

X_1	X_2
0	100



1 вариант.

Ответ:

$$X_1 = 200 \text{ тыс. руб.}$$

$$X_2 = 100 \text{ тыс. руб.}$$

$$F(x) = 26 \text{ тыс. руб.}$$

3 вариант.

- Некоторая фирма выпускает два набора удобрений для газонов: обычный и улучшенный.
- В обычный набор входит 3 кг азотных, 4 кг фосфорных и 1 кг калийных удобрений,
- а в улучшенный – 2 кг азотных, 6 кг фосфорных и 3 кг калийных удобрений.
- Известно, что для некоторого газона требуется по меньшей мере 10 кг азотных, 20 кг фосфорных и 7 кг калийных удобрений.
- Обычный набор стоит 3 ден. ед., а улучшенный – 4 ден. ед.
- Какие и сколько наборов удобрений нужно купить, чтобы обеспечить эффективное питание почвы и минимизировать стоимость?

	Обычные наборы	Улучшенные наборы	Необходимый минимум пит. веществ
Азотные удобрения	3	2	10
Фосфорные удобрения	4	6	20
Калийные удобрения	1	3	7
Стоимость одного набора	3	4	

X_1 - количество обычных наборов удобрений,
 X_2 - количество улучшенных наборов удобрений.
Целевая функция (общие расходы):

$$f(\bar{x}) = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \min$$

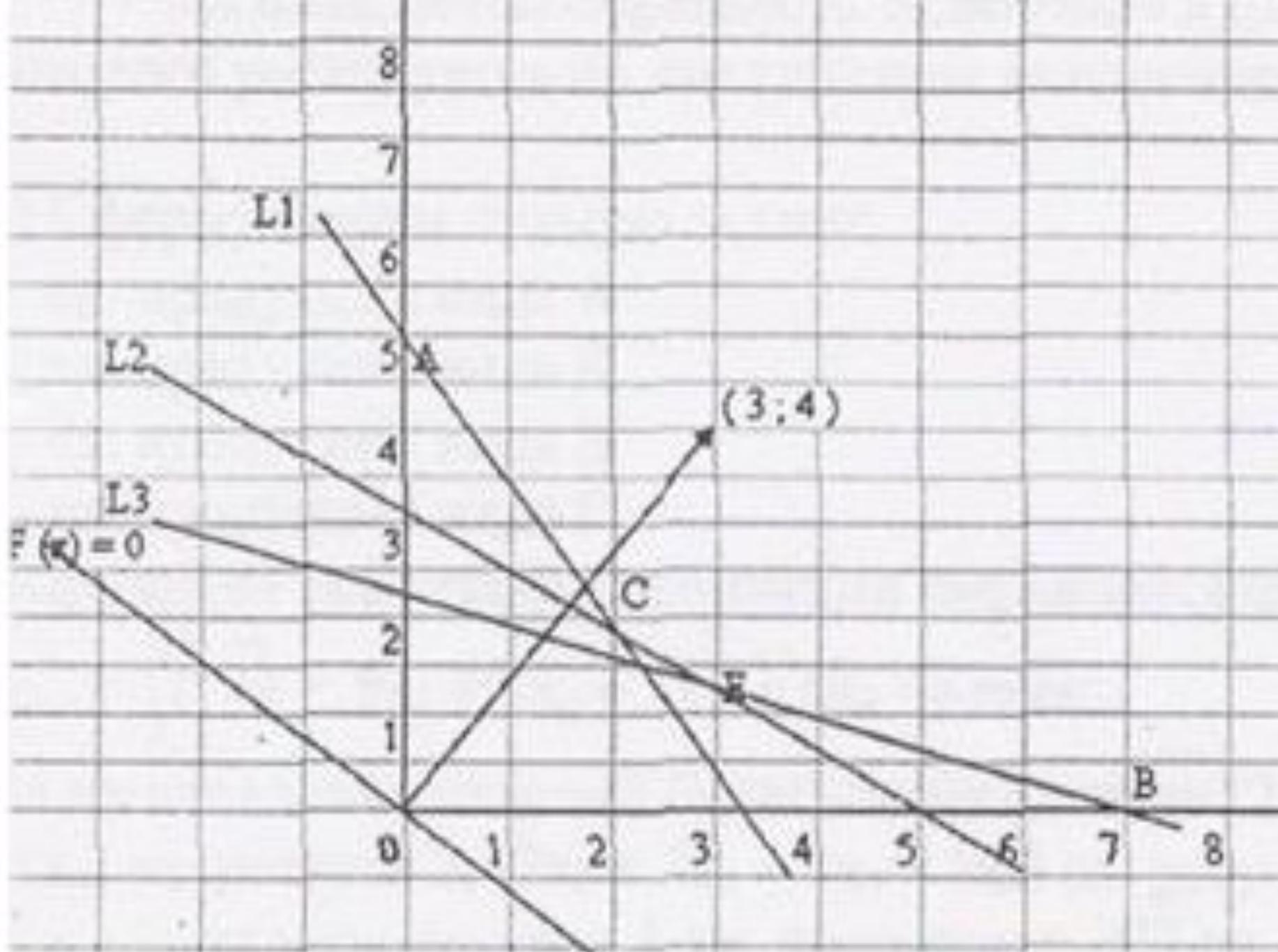
Ограничения:

$$3x_1 + 2x_2 \geq 10 \text{ (азотные удобрения)}$$

$$4x_1 + 6x_2 \geq 20 \text{ (фосфорные удобрения)}$$

$$1x_1 + 3x_2 \geq 7 \text{ (калийные удобрения)}$$

$$X_{1,2} \geq 0$$



3 вариант.

Ответ:

$X_1 = 2$ набора

$X_2 = 2$ набора

$F(x) = 14$ ден. ед. - СТОИМОСТЬ

4 вариант.

На имеющихся у фермера 400 гектарах земли он планирует посеять **кукурузу и сою**.

Сев и уборка кукурузы требует на каждый гектар 200 ден. ед. **затрат**, а сои – 100 ден. ед.

На покрытие расходов, связанных с севом и уборкой, фермер получил **ссуду** в 60 тыс. ден. ед..

Каждый гектар, засеянный кукурузой, принесет 30 центнеров, а каждый гектар, засеянный соей – 60 центнеров.

Фермер заключил договор на **продажу**, по которому каждый центнер кукурузы принесет ему 3 ден. ед., а каждый центнер сои – 6 ден. ед.

Однако, согласно этому договору, фермер обязан **хранить** убранный зерно в течение нескольких месяцев на складе, максимальная вместимость которого равна 21 тыс. центнеров.

- Фермеру хотелось бы знать, **сколько гектар** нужно засеять каждой из этих культур, чтобы получить максимальную прибыль.

- Обозначим через x_1 сколько гектаров нужно засеять кукурузы, через x_2 – сои.
- Так как у фермера всего имеется 400 га земли, то первое ограничение задачи имеет вид: $x_1 + x_2 \leq 400$.
- Найдем общие затраты на сев и уборку кукурузы и сои: $(200x_1 + 100x_2)$ ден. ед.
- Фермер получил на расходы ссуду в 60 тыс. ден., поэтому следующее ограничение имеет вид: $200x_1 + 100x_2 \leq 60\ 000$.
- Найдем, сколько центнеров зерна соберет фермер: $(30x_1 + 60x_2)$ ц.
- Вместимость склада составляет 21 тыс. центнеров, поэтому следующее ограничение имеет вид: $30x_1 + 60x_2 \leq 21\ 000$.
- Выясним сколько ден. ед. получит фермер по договору за собранное зерно:
- $(30x_1 \cdot 3 + 60x_2 \cdot 6)$ ден. ед.

	кукуруза	соя	Ограничение по ресурсу
Затраты на посев и уборку	200 ден.ед.	100 ден. ед.	60 000 ден. ед.
урожайность	30 центнеров с га	60 центнеров с га	21 000 центнеров
Количество гектар	X_1	X_2	400 га
прибыль	3 ден. ед. за центнер	6 ден. ед. за центнер	

$$\max f(X) = 90x_1 + 360x_2$$

$$x_1 + x_2 \leq 400$$

$$200x_1 + 100x_2 \leq 60\,000$$

$$30x_1 + 60x_2 \leq 21\,000$$

$$x_{1,2} \geq 0$$

4 вариант

Ответ:

$X_1 = 0$ гектар кукурузы

$X_2 = 350$ гектар сои

$F(x) = 126\,000$ ден. ед. - прибыль

5 вариант.

Продукция двух видов (краска для внутренних (I) и наружных (E) работ) поступает в оптовую продажу. Для производства красок используются два исходных продукта А и В. Максимально возможные суточные запасы этих продуктов составляют 6 и 8 тонн, соответственно. Расходы продуктов А и В на 1 т соответствующих красок приведены в таблице.

Исходный продукт	Расход исходных продуктов на тонну краски, т		Максимально возможный запас, т
	Краска E	Краска I	
A	1	2	6
B	2	1	8

Изучение рынка сбыта показало, что суточный спрос на краску I никогда не превышает спроса на краску E более чем на 1 т.

Кроме того, установлено, что спрос на краску I никогда не превышает 2 т в сутки.

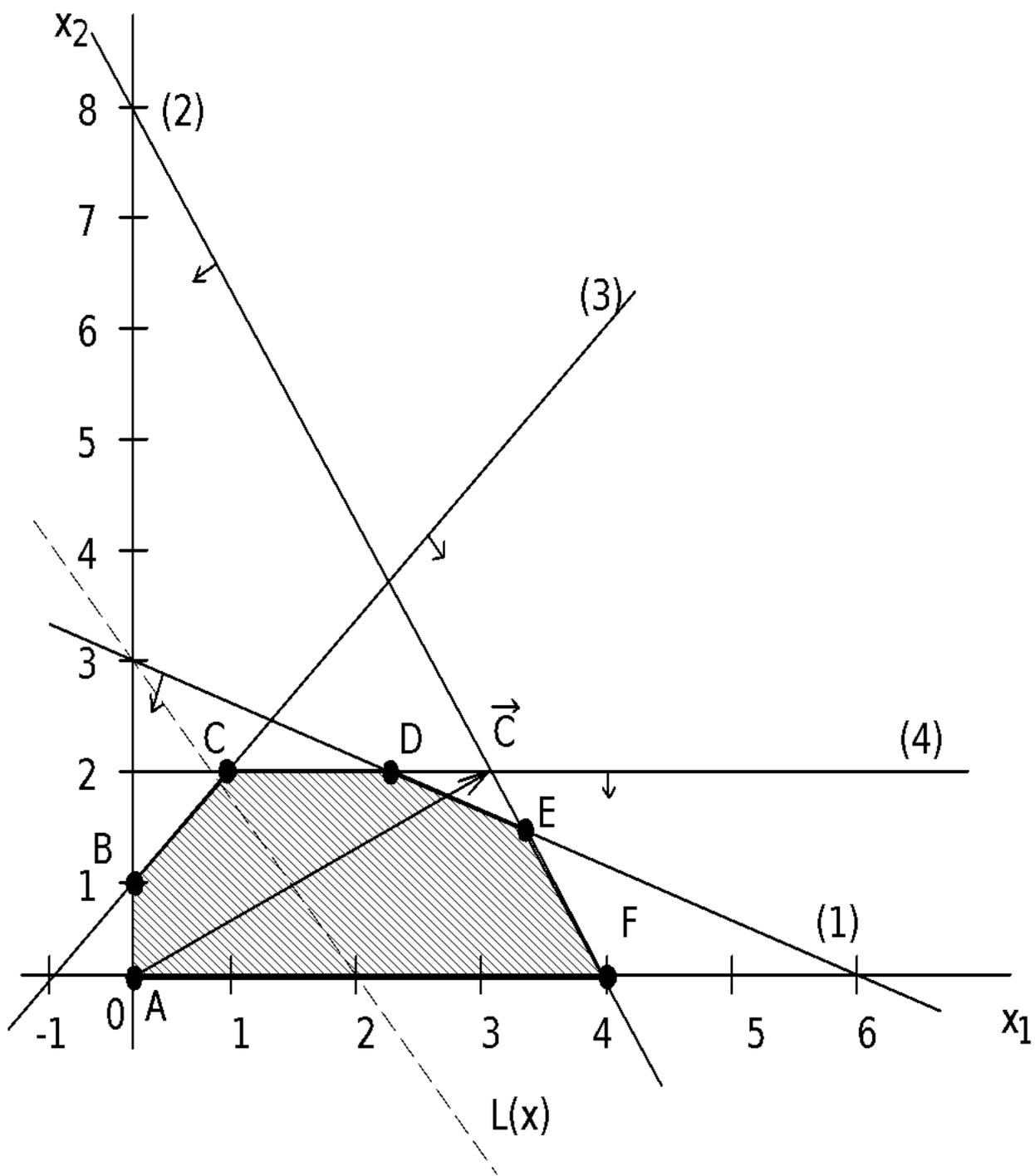
Оптовые цены одной тонны красок равны: 3000 ден. ед. для краски E и 2000 ден. ед. для краски I.

Какое количество краски каждого вида должна производить фабрика, чтобы доход от реализации продукции был максимальным?

x_1 - суточный объем производства краски 1-го вида, т
 x_2 - суточный объем производства краски 2-го вида, т

$$F(X) = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ 2x_1 + x_2 \leq 8, \\ -x_1 + x_2 \leq 1, \\ \quad \quad \quad x_2 \leq 2, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$



5 вариант

Ответ:

$$x_1 = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}, \quad x_2 = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$

$$F(E) = 3 \cdot \frac{10}{3} + 2 \cdot \frac{4}{3} = 12\frac{2}{3}$$

- **6 вариант**

- Финансовый консультант фирмы «АВС» консультирует клиента по оптимальному инвестиционному портфелю.
- Клиент хочет вложить средства (не более 25000\$) в два наименования акций крупных предприятий в составе холдинга «Дикси».
- Анализируются акции «Дикси –Е» и «Дикси –В». Цены на акции: «Дикси –Е» - 5\$ за акцию; «Дикси –В» - 3\$ за акцию.
- Клиент уточнил, что он хочет приобрести максимум 6000 акций обоих наименований, при этом акций одного из наименований должно быть не более 5000 штук.
- По оценкам «АВС» прибыль от инвестиций в эти две акции в следующем году составит: «Дикси –Е» - 1,1\$; «Дикси –В» - 0,9\$.
- Задача консультанта состоит в том, чтобы выдать клиенту рекомендации по оптимизации прибыли от

x_1 – количество акций «Дикси-Е»,

x_2 – количество акций «Дикси-В»,

$$\max f(x) = 1,1x_1 + 0,9x_2$$

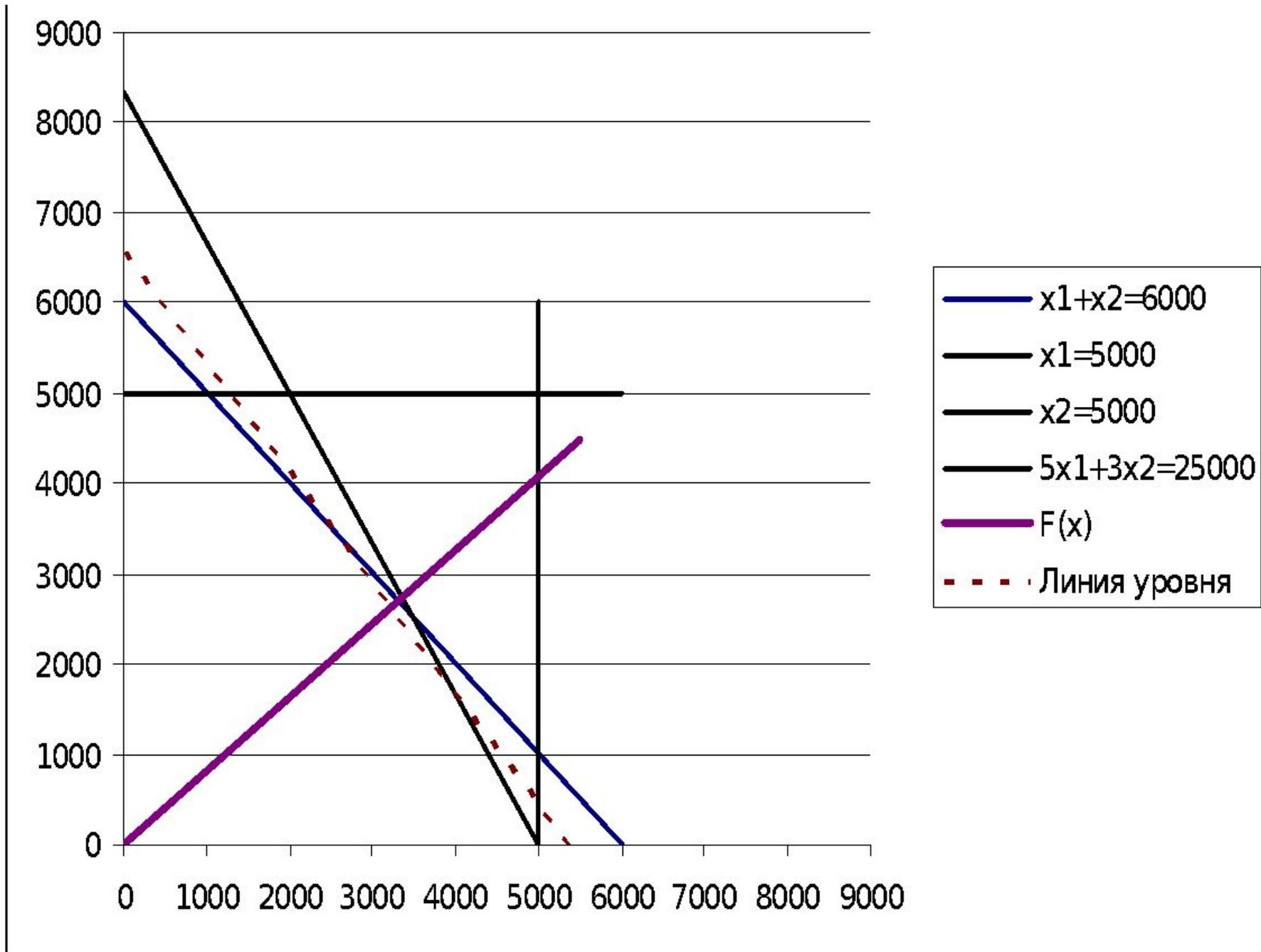
$$x_1 + x_2 \leq 6000$$

$$x_1 \leq 5000$$

$$x_2 \leq 5000$$

$$5x_1 + 3x_2 \leq 25000$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$



6 вариант

$X_1 = 3500$ акций

$X_2 = 2500$ акций

$F(x) = 6100$ \$ - прибыль

7 вариант.

Завод-производитель высокоточных элементов для автомобилей выпускает **два** различных типа деталей X и Y.

Фонд рабочего времени равен 4000 чел.-ч в неделю.

Для производства одной детали типа X требуется **1 чел./ч**, а для производства одной детали типа Y – **2 чел./ч**.

Производственные **мощности** завода позволяют выпускать максимум 2250 деталей X и 1750 деталей Y в неделю.

Каждая деталь типа X требует **2 кг металлических стержней** и **5 кг листового металла**, а для производства одной детали типа Y необходимо **5 кг металлических стержней** и **2 кг листового металла**.

Уровень **запасов** каждого вида металла составляет 10000 кг в неделю.

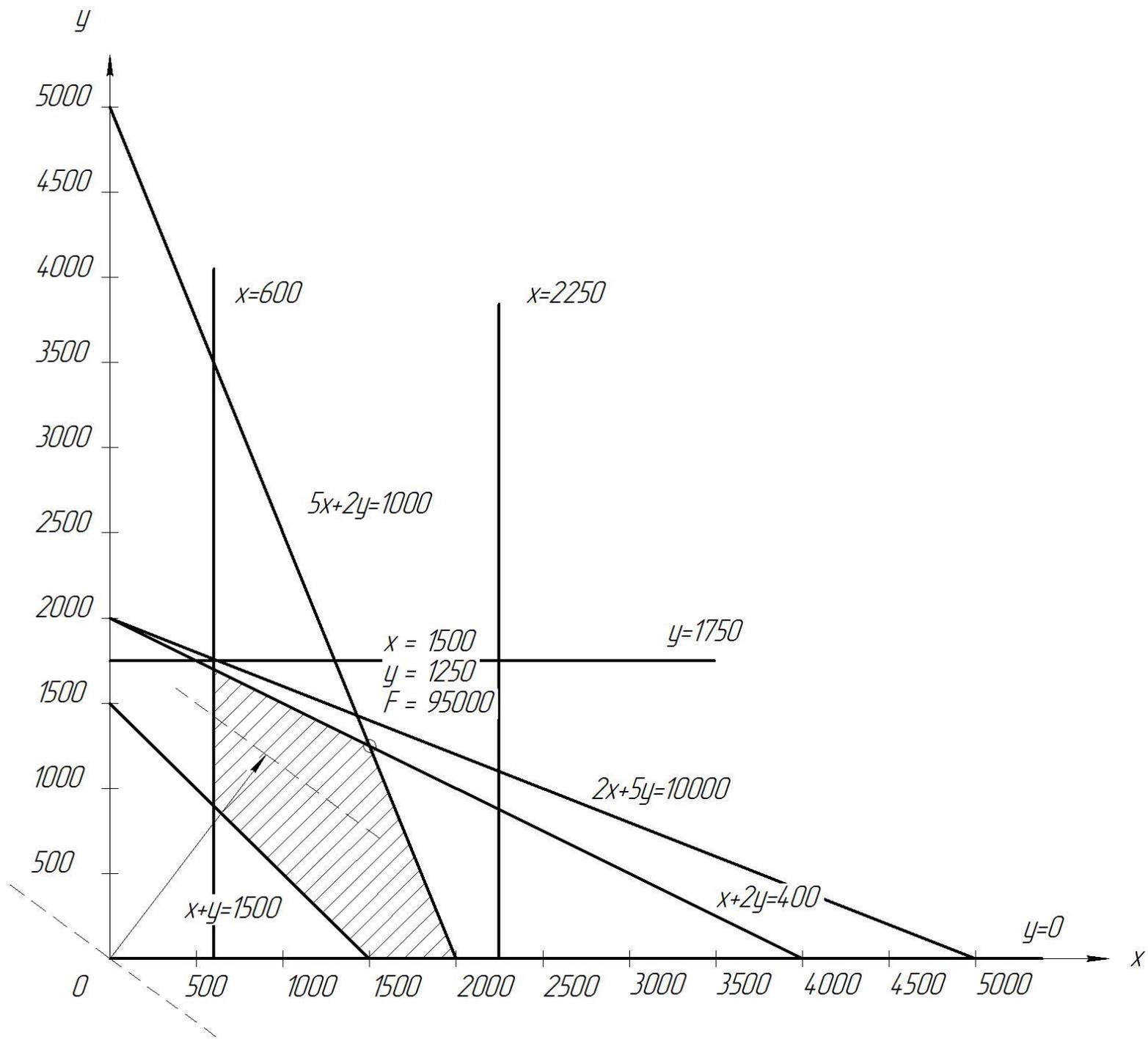
Еженедельно завод поставляет 600 деталей типа X своему **постоянному заказчику**.

По профсоюзному соглашению общее число производимых в течение одной недели деталей должно составлять не менее 1500 штук.

Сколько деталей каждого типа следует производить, чтобы максимизировать общий доход за неделю, если доход от производства одной детали типа Y составляет 20 ден. ед., а от

$$F = 30x + 40y \rightarrow \max,$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1x + 2y \leq 4000; \\ 2x + 5y \leq 10\ 000; \\ 5x + 2y \leq 10\ 000; \\ \quad x \leq 2250; \\ \quad x \geq 600; \\ \quad y \leq 1750; \\ x + y \geq 1500; \\ \quad y \geq 0. \end{array} \right.$$



7 вариант

$X = 1500$ деталей

$Y = 1250$ деталей

$F(x) = 95\,000$ ден. ед. - прибыль

8 вариант.

Имеется два вида корма I и II, содержащие питательные вещества (витамины) S_1 , S_2 и S_3 . Содержание числа единиц питательных веществ в 1 кг каждого вида корма и необходимый минимум питательных веществ приведены в таблице:

Питательное вещество (витамин)	Необходимый минимум питательных веществ	Число единиц питательных веществ в 1 кг корма	
		I	II
S_1	9	3	1
S_2	8	1	2
S_3	12	1	6

Стоимость 1 кг корма I и II соответственно равна 4 и 6 ден. ед.

Необходимо составить дневной рацион, имеющий минимальную стоимость.

