

2 модуль.

Змістовий модуль 3. Основи комп'ютерного моделювання випадкових динамічних процесів.

АТП

- 4 лекції (4 тижня)
- 6 лабораторних робіт (9 тижнів)
- Курсова робота:

АУП

- 4 лекції (4 тижня)
- 6 лабораторних робіт (9 тижнів)
- Самостійна робота. Залік.

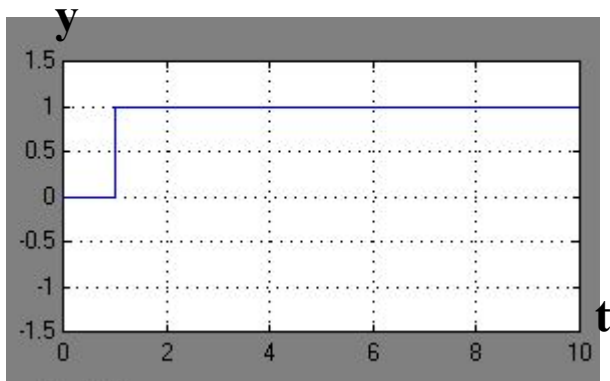
Розділ КР	min	max
1.	12	20
2.	12	20
3.	12	20
4.	12	20
5.	12	20
Захист	30	50
Разом за КР	90	150

Розділ СР	min	max
1.	12	20
2.	12	20
3.	12	20
4.	12	20
5.	12	20
Захист СР	20	30
Залік	80	130

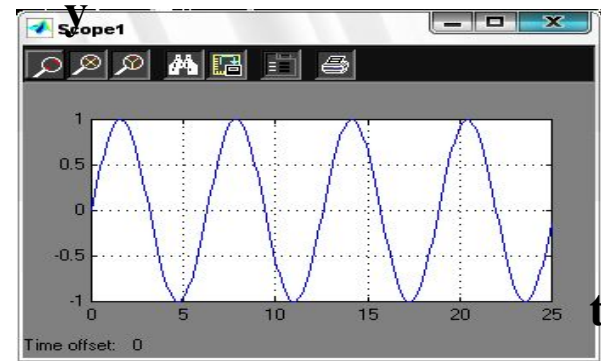
Лекція №1

Тема 1. Загальні властивості та характеристики випадкових процесів і спеціалізовані елементи середовища цифрового моделювання для отримання їх оцінок.

Тема 1. Общие свойства и характеристики случайных процессов и специализированные элементы среды цифрового моделирования для получения их оценок и моделей



$$y(t) = \begin{cases} a, & \text{якщо } t < t_s \\ b, & \text{якщо } t \geq t_s \end{cases}$$



$$y(t) = A * \sin(\omega * t + \varphi)$$

Таблица1. Преимущества и недостатки детерминированных процессов при разработке и анализе систем автоматического управления.

ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЕ ПРОЦЕССЫ (ВХОДНЫЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ)

ПРЕИМУЩЕСТВА

1. Простота описания и воспроизведения моделей
2. Простота методов анализа систем автоматического регулирования (САР)
3. Простота методов синтеза детерминированных воздействий (разработки систем управления, а на этапах совершенствования переходят к регулирующим воздействиям).

НЕДОСТАТКИ

1. Приблизненно описывают характер воздействия реальной среды на объект
2. Не дают возможность осуществить единую оценку качества САР
3. Не дают возможности исследовать объект в условиях близких к реальным

Задачи

- 1
 - Вспомнить информацию о случайных процессах, их характеристиках и свойствах
- 2
 - Понять, что из себя представляют математические модели случайных процессов
- 3
 - Научится воспроизводить случайные процессы с заданными свойствами в среде компьютерного моделирования

БАЗОВЫЕ ПОНЯТИЯ

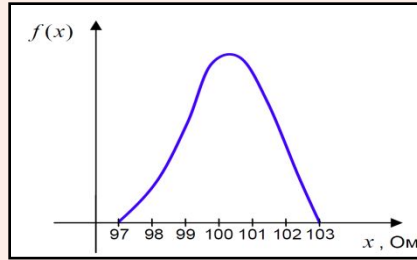
Случайное событие – это такое событие, которое может произойти или не произойти, причем это можно выяснить только в результате опыта. Характеризуется вероятностью.

Если результаты эксперимента можно выразить в виде числа, количественно, то говорят о **случайной величине**. (Пример с резисторами).



Характеристики случайной величины

1. Плотность распределения вероятностей



$$\int_a^b p(x) = 1.$$
$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx = 1.$$

2. Математическое ожидание - среднее значение

$$\bar{x} = M\{x\} = m_x = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot p(x) dx$$

3. Дисперсия - эта величина равна среднему квадрату отклонения от среднего значения

$$D_x = \int_{-\infty}^{\infty} \left(x - \bar{x} \right)^2 \cdot p(x) dx$$

4. Среднеквадратическое отклонение

$$\sigma_x = \sqrt{D_x}$$

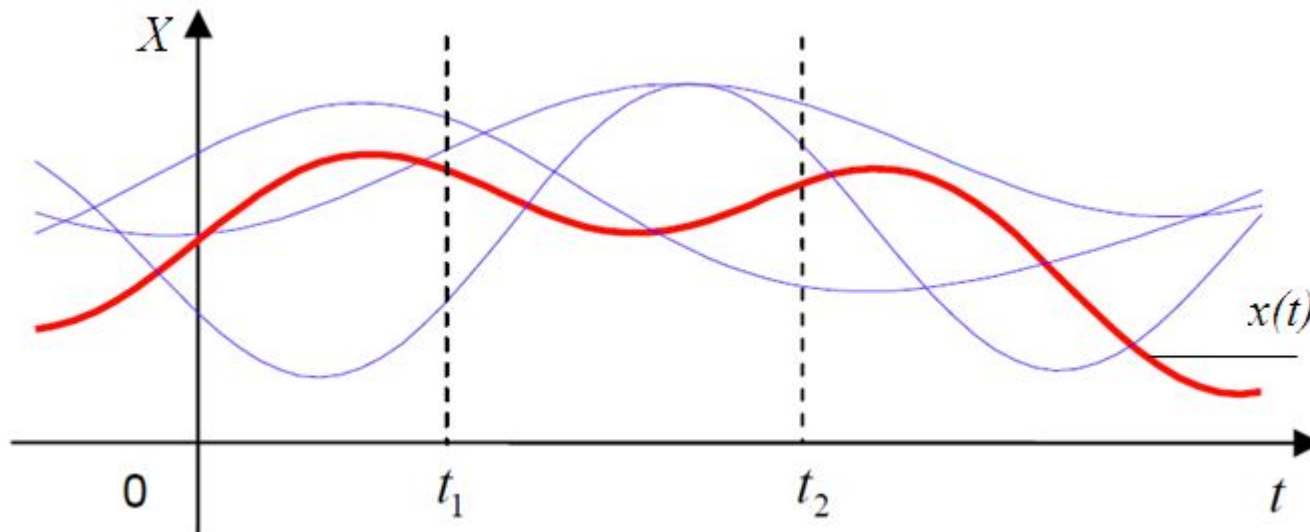
Случайный (стохастический) процесс - это случайная функция времени.

Случайной функцией $X(t)$ называют функцию неслучайного аргумента t , которая при каждом фиксированном значении аргумента является случайной величиной.

Реализацией случайного процесса $X(t)$ называют конкретный вид случайного процесса, который наблюдался на каком-то отрезке времени и обозначают $x(t)$.

Случайный процесс не есть определенная кривая, а это множество возможных кривых.

Случайный процесс - одна из форм **моделей** изменения реальных переменных во времени. (Координаты самолета, помехи в системах управления, нагрузка электрической сети и т.д.)



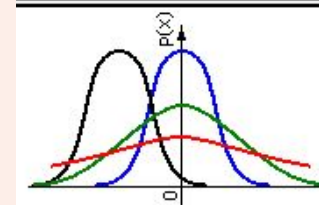
— - одна из реализаций случайного процесса - $x(t)$

— - множество возможных реализаций случайного процесса - $X(t)$

Характеристики случайного процесса (СП), отображающие статические свойства

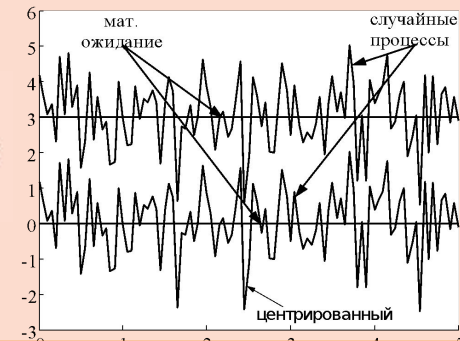
1. Характеристикой СП в каждый фиксированный момент времени $t=t_1$ является **плотность распределения вероятностей** $p(x)$ случайной величины $X_1 = X(t_1)$

Нормальная (Гауссовская) плотность распределения вероятности



2. **Математическим ожиданием** СП называют некоторую неслучайную (детерминированную) величину, в окрестности которой группируются и относительно которой колеблются все значения и реализации случайного процесса

$$m_x = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x) dx$$



3. **Дисперсией** СП называется неслучайная (детерминированная) величина, характеризующая степень разброса случайных значений или реализаций **центрированного** случайного процесса, т.е. разброса процесса относительно его математического ожидания.

$$D_x = \sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} p(x)(x - m_x)^2 dx$$

4. **СКВО** СП называется значение корня квадратного из дисперсии.

$$\sigma_x = \sqrt{D_x}$$

Характеристики случайного процесса (СП), отображающие динамические свойства

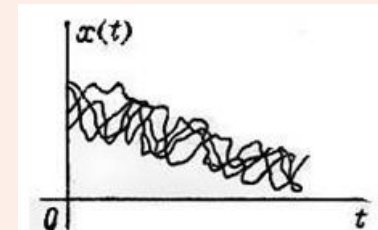
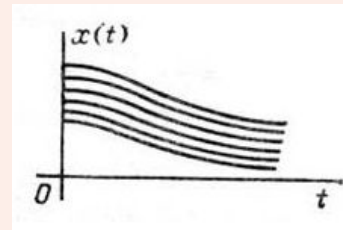
4. Корреляционная функция.

Характеризует тесноту взаимосвязи
 $X_1 = X(t_1)$ $X_2 = X(t_2)$

в отде $R_{X_1 X_2}$ моменты времени.
Если $R_{X_1 X_2} = 0$, то величины X_1, X_2
называются некоррелированными.
Функция $R_x(t_1, t_2)$ называется
автокорреляционной функцией
процесса $X(t)$.

$$R_{X_1 X_2} = M \{X_1 \cdot X_2\}$$

$$R_x(t_1, t_2) = M \{X(t_1) \cdot X(t_2)\}$$



5. Спектральная плотность – это
функция, которая показывает
распределение мощности сигнала по
частотам.

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} |F(j\omega)|^2 = S(\omega),$$

где $F(j\omega)$ – частотное изображение
случайной функции $x(t)$ (преобразование

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$$

Свойства случайных процессов

1.

Если все свойства случайного процесса (плотности распределения вероятностей) не зависят от времени, случайный процесс называется **стационарным (в узком смысле)**. Иначе процесс – нестационарный, его свойства со временем изменяются.

Для процессов стационарных в широком смысле:

- математическое ожидание не зависит от времени;
- корреляционная функция: $R_x(t_1, t_2)$ зависит только от того, насколько моменты t_1 и t_2 далеки друг от друга, то есть от разности $t_1 - t_2$, поэтому ее часто записывают в виде

$$R_x(\tau_k) = M\{X(t)X(t + \tau_k)\}, \text{ где } \tau_k = t_1 - t_2$$

Свойства случайных процессов

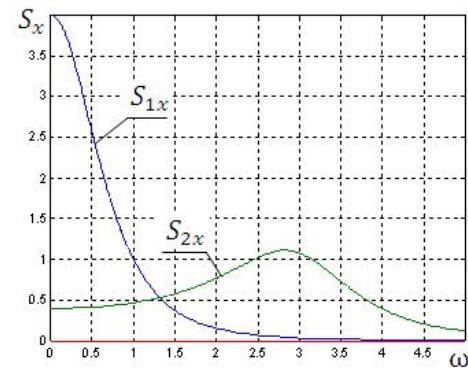
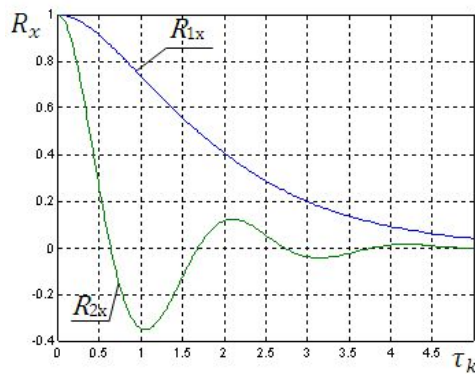
2.

Исследователи почти всегда предполагают, что длительное наблюдение за *одной реализацией* случайного процесса позволяет изучить свойства *всего множества реализаций* (*всего случайного процесса*), то есть, один элемент множества содержит информацию обо всех остальных элементах. Случайные процессы, обладающие таким

Только стационарный процесс может быть эргодическим.

Для эргодических процессов по одной реализации можно найти все основные характеристики, заменив усреднение по множеству на усреднение по времени.

	Осреднение по множеству	Осреднение по времени
Математическое ожидание	$m_x = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x)dx$	$m_x = \hat{x} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) dt$
Дисперсия	$D_x = \int_{-\infty}^{\infty} p(x)(x - m_x)^2 dx$	$D_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T (x(t) - m_x)^2 dt$
Корреляционная функция	$R_x(t_1, t_2) = M\{X(t_1)X(t_2)\}$	$R_x(\tau_k) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \tilde{x}^0(t)\tilde{x}^0(t - \tau_k) dt$



Свойства корреляционной функции стационарного процесса

1. Для центрированных случайных пр $\tau_k = 0$ ов, ес $R_X(0) = D_X = \sigma_Y^2$.
2. $|R_X(\tau_k = 0)| \geq |R_X(\tau_k \neq 0)|$
3. Корреляционная функция является четной (т.е. симметрична относительно оси $R_X(\tau_k) = R_X(-\tau_k)$)

Свойства спектральной плотности стационарного процесса

$$S_X(\omega) = F\{R_X(\tau_k)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} R_X(\tau_k) e^{-j\omega\tau_k} d\tau_k$$

1. $S_X(\omega) \geq 0$
2. Для центрированного случайного пр $\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_X(\omega) d\omega = D_X$
3. $S_X(\omega) = S_X(-\omega)$

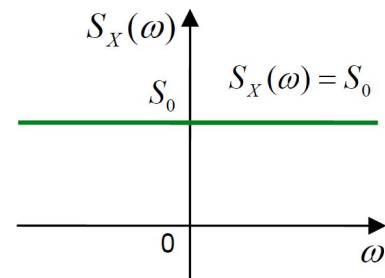
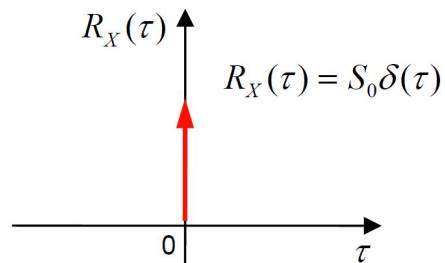
Белый шум

Название такого сигнала связано с белым светом, спектр которого содержит все частоты видимого спектра.

Белый шум – это сигнал, который имеет бесконечную мощность и не может существовать в природе.

Значения белого шума отстоящие по времени на любой, сколь угодно малый интервал, некоррелированы.

При моделировании его обычно заменяют на *белый шум с ограниченной полосой*, который имеет равномерный спектр в определенной полосе частот и нулевой вне этой полосы.



Понятие оценок

В прикладных задачах часто нужно определить характеристики случайных процессов по экспериментальным данным.

При этом мы можем наблюдать и анализировать только «кусоч» реализации на временном интервале от нуля до некоторого T .

Поэтому при нахождении характеристик чаще применяют усреднение по времени, считая процесс эргодическим. Найденные таким образом характеристики носят приближенный характер и называются оценками.

\hat{m}_x - оценка математического ожидания,

\hat{D}_x - оценка дисперсии,

$\hat{R}_x(\tau_k)$ - оценка функции корреляции,

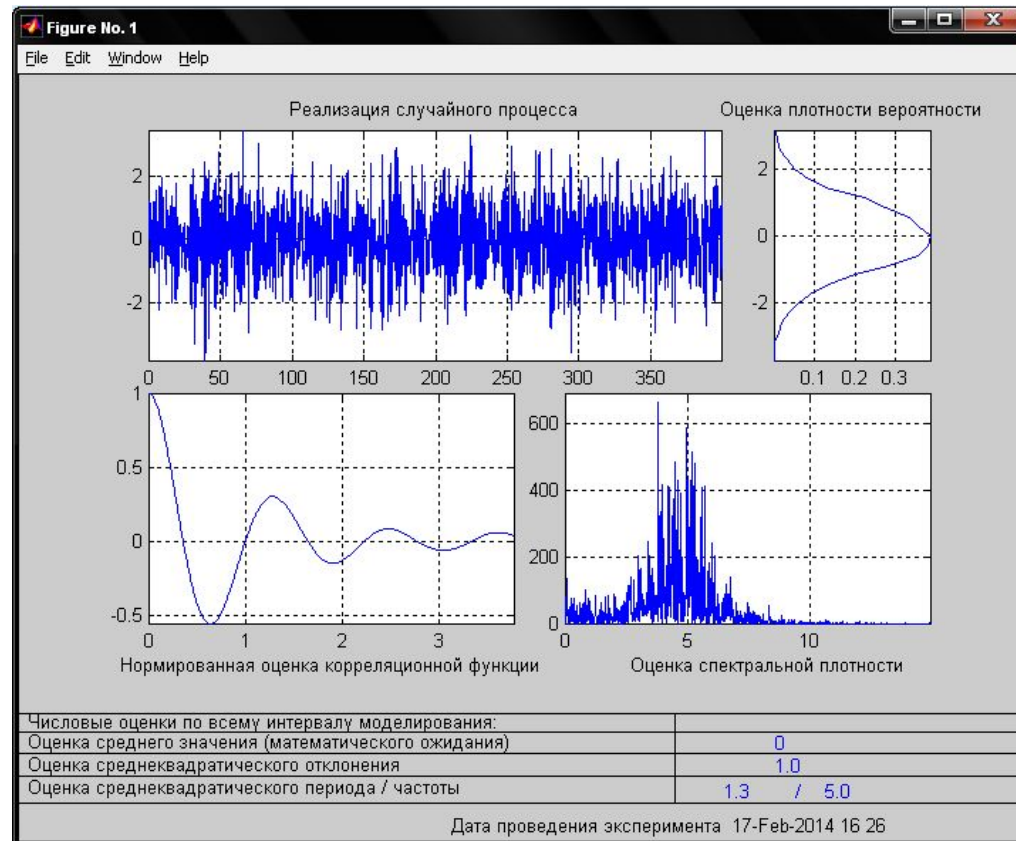
$\hat{S}_x(\omega)$ - оценка спектральной плотности.

Блоки для регистрации и получения оценок случайных процессов



Находится в папке «Анализатор ВХ».

Копировать из файла Demo.



Работа с программой IDSoft

Назначение программы

IDSoft :

- 1. Регистрация реализации СП
- 2. Нахождение оценок вероятностных характеристик СП
- 3. Нахождение моделей, которыми можно описать вероятностные характеристики
- (т.е. проведение идентификации);
- 4. Проведение процедуры оптимизации для нахождения таких параметров моделей вероятностных характеристик, чтоб они как можно лучше описывали реальные характеристики СП

Прежде чем запустить

необходимо сформировать DS file с реализацией случайного процесса. Для этого:

1.

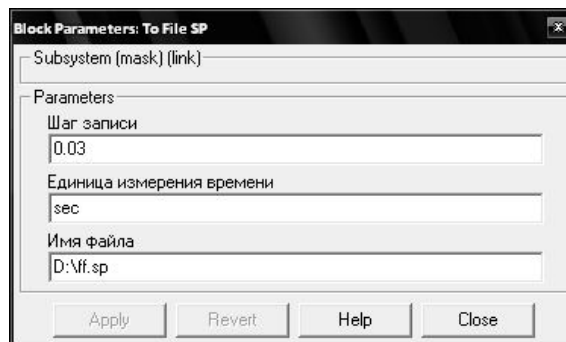
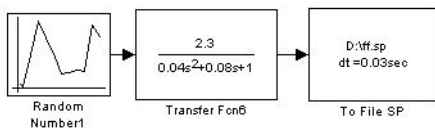
Из файла **test**, который находится в папке «**Статистическая обработка стохастических процессов**», скопировать блок «**To File SP**» в вашу схему моделирования и подключить на вход этого блока случайный процесс, который хотите записать.

2.

Установить настройки блока «**To File SP**».

3.

Запустить моделирование. (При этом сформируется файл с расширением **.sp**, в котором будет записана реализация случайного процесса)



Запуск программы IDSoft :

В командной строке MatLab набрать: `idsoft('start')` .

Не забываем прописывать путь к вспомогательным папкам!!!!!!

Работа в IDSoft :

1. После выполнения команды, открывается окно, в котором нажимаем кнопку «Идентификация моделей случайных процессов»



Работа в IDSoft :

2. Открываем с помощью меню, записанный файл sp. Перед переходом ко 2-му шагу, выбираем модель плотности вероятности.

Идентификация случайных процессов (шаг 1)

Шаг 1: Визуализация исследуемого СП, результаты оценивания его простейших характеристик, идентификация плотности вероятности

График реализации случайного процесса $x(t)$

График оценки плотности вероятности $p(x)$

Виды моделей плотностей вероятности

Модель №1 Модель №2 Модель №3

Модель плотности вероятности **НОРМАЛЬНОГО (ГАУССОВСКОГО)** случайного процесса

$$p(x) = \frac{1}{G_x \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(x - M_x)^2}{2G_x^2} \right\}$$

$M_x=0$ $G_x=\text{const}$
 $M_x=0$ $G_x=2*\text{const}$
 $M_x=0$ $G_x=4*\text{const}$
 $M_x \neq 0$ $G_x=\text{const}$

Выбрать текущий вид модели $p(x)$

Характеристики сгенерированной реализации случайного процесса $x(t)$:

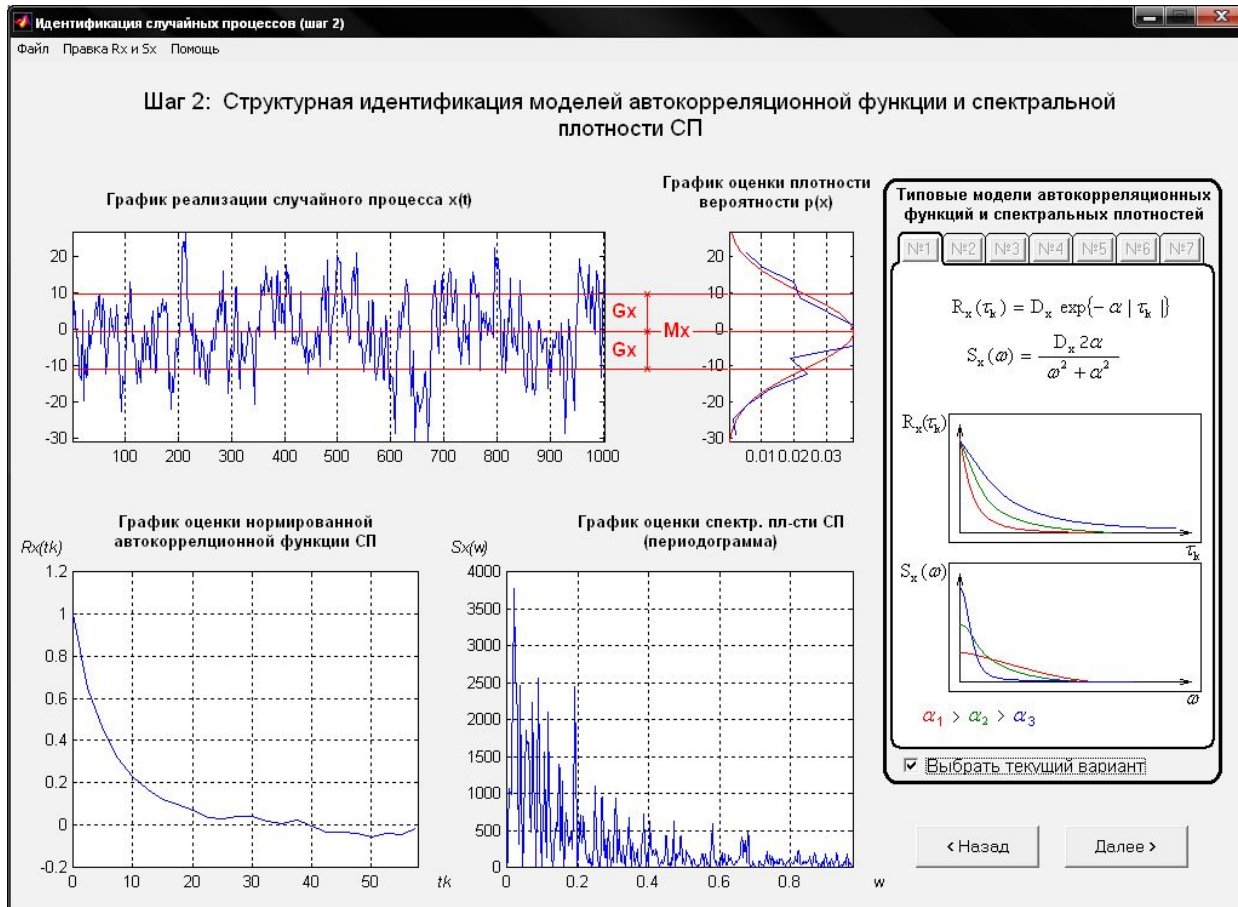
ИСХОДНЫЕ	
Интервал времени генерации СП	$T_p = 1002.5$ sec
Шаг квантования СП по времени генерации	$\Delta t = 2.5$ sec
Количество точек сгенерированной реализации СП	$N = 401$

ПОЛУЧЕННЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОЦЕНИВАНИЯ	
Оценка математического ожидания	$M_x = -0.696$
Оценка дисперсии	$D_x = 108.7$
Оценка среднеквадратического отклонения	$G_x = 10.42$
Оценка среднеквадратического периода	$T_{\text{скп}} = 19.28$ sec
Количество среднеквадратических периодов в сгенерированной реализации СП (минимум 25...50)	$N_{\text{Тскп}} = 52$

Далее >

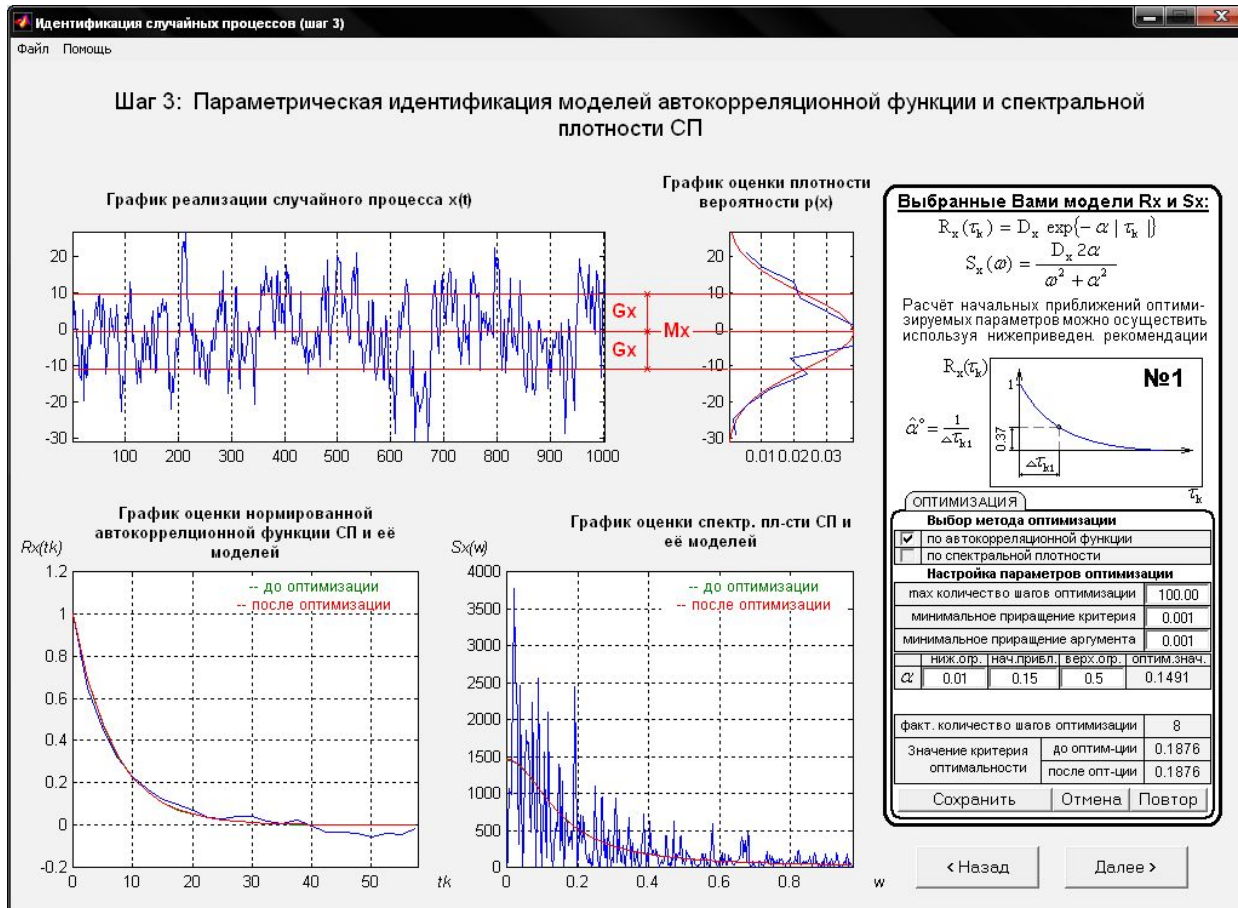
Работа в IDSoft :

3. Перебирая предложенные модели и визуально сравнивая графики оценок с графиками моделей выбрать наиболее подходящую модель и отметив эту модель галочкой, перейти к следующему шагу.



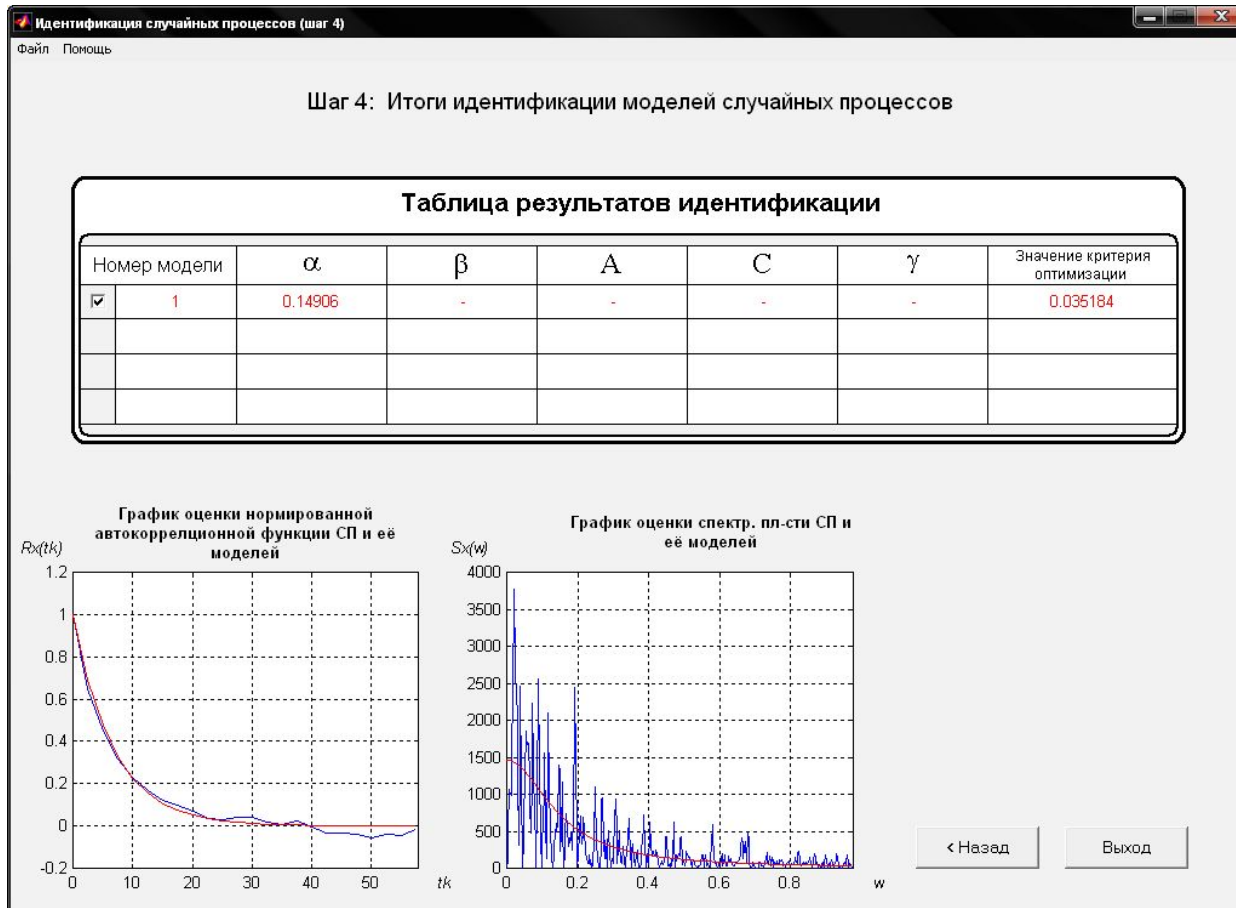
Работа в IDSoft :

4. Нахождение параметров, выбранных вами моделей. Перед запуском процедуры нахождения параметров, вам необходимо установить начальные приближения искомых параметров, воспользовавшись для их расчета приведенными в окне рекомендациями.



Работа в IDSoft :

5. Сводная таблица с результатами.



Блоки-источники случайных процессов в Simulink

Источник случайного сигнала с равномерным распределением **Uniform Random Number**

Параметры :

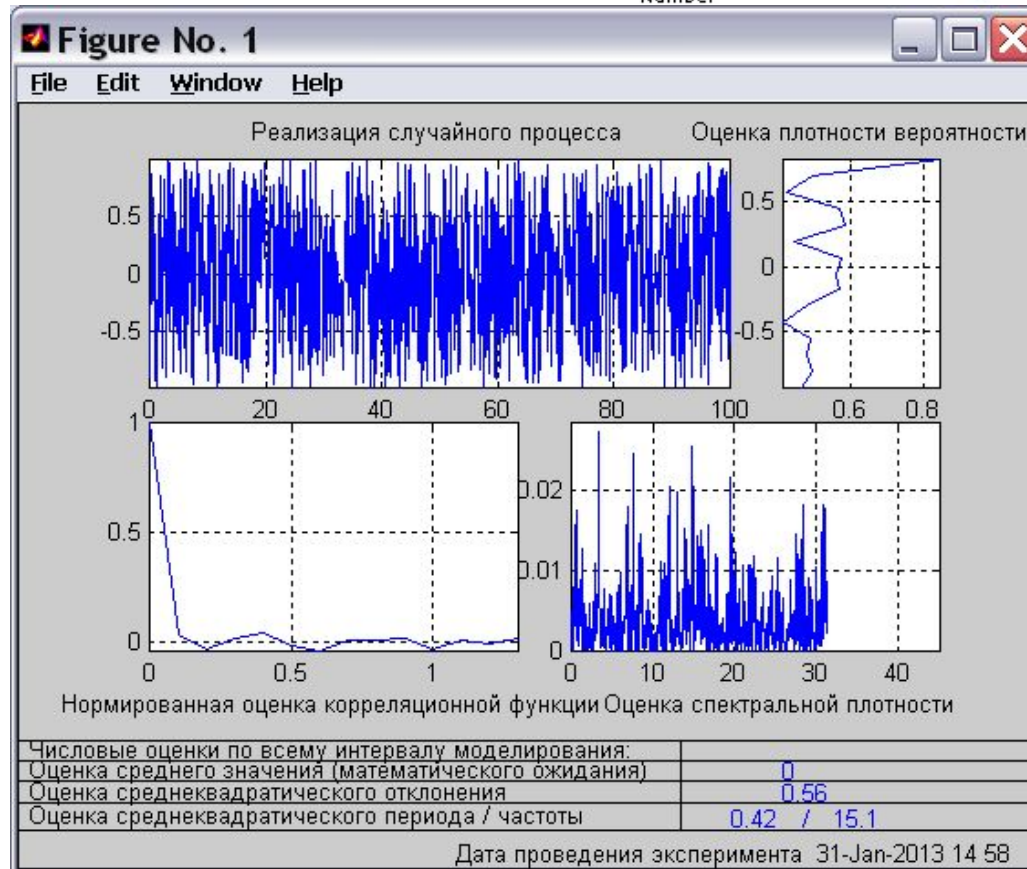
Minimum – Минимальный уровень сигнала.

Maximum – Максимальный уровень сигнала.

Initial seed – Начальное значение.



Анализатор
вероятностных
характеристик



Блоки-источники случайных процессов в Simulink

Источник случайного сигнала с нормальным распределением **Random Number**

Параметры:

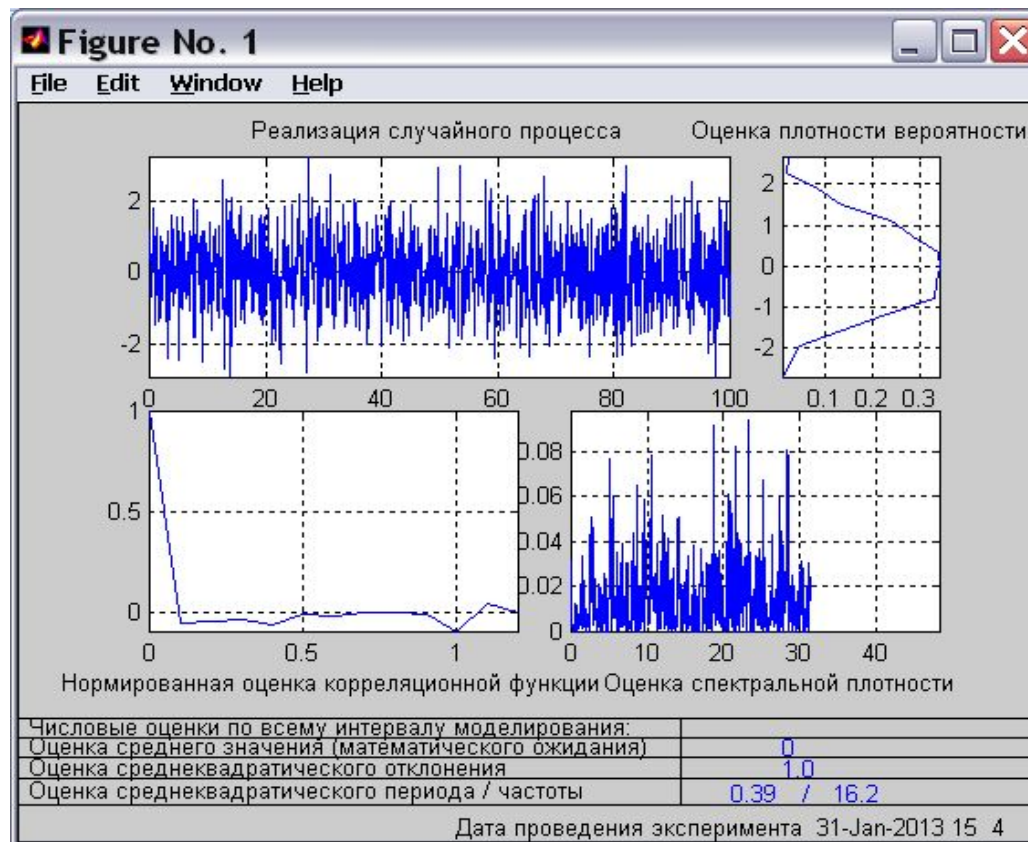
Mean - Среднее значение сигнала.

Variance- Дисперсия (среднеквадратическое отклонение).

Initial seed – Начальное значение.



Анализатор
вероятностных
характеристик



Блоки-источники случайных процессов в Simulink

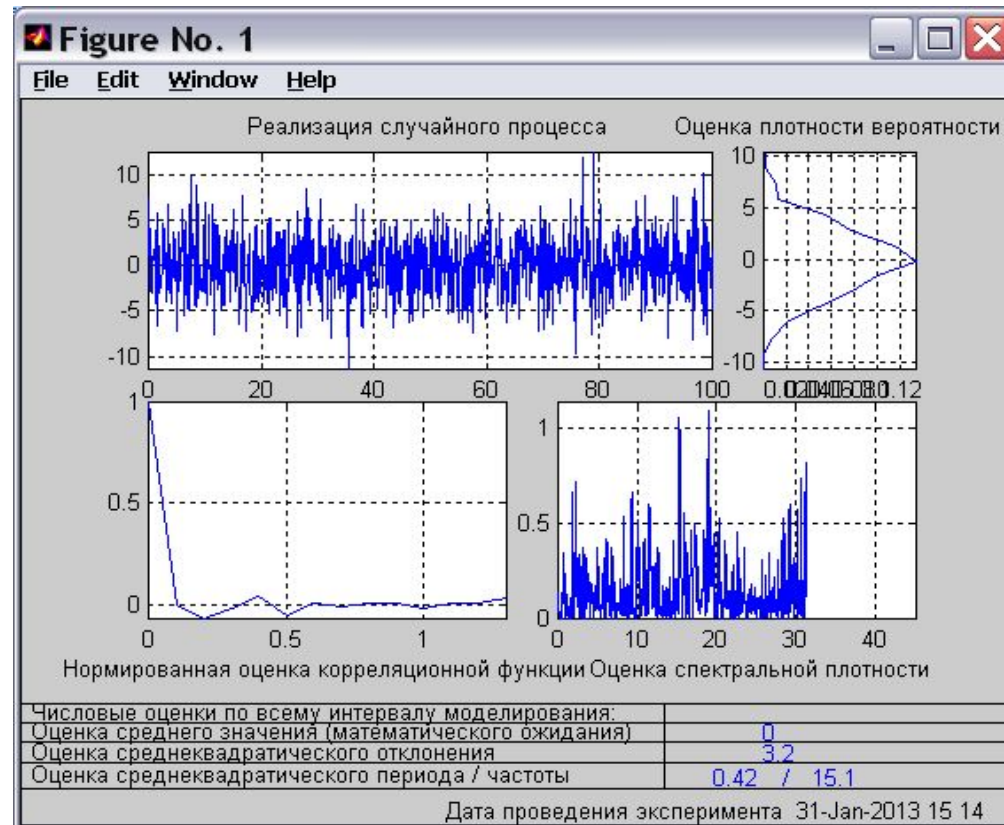
Генератор белого шума **Band-Limited White Noise**. Создает сигнал заданной мощности, равномерно распределенной по частоте.

Параметры:

Noise Power – Мощность шума.

Sample Time – Модельное время.

Seed - Число, необходимое для инициализации генератора случайных чисел.



**Здравый смысл и трудолюбие
компенсируют в вас нехватку
таланта, тогда как вы можете
быть гениальным из
гениальных, однако по глупости
загубите свою жизнь.**

Джордж Бернард Шоу

**СПАСИБО
ЗА ВНИМАНИЕ.**