

§ 3. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА

**П. 13 ДЕДУКТИВНЫЕ
РАССУЖДЕНИЯ**
(СТР. 32 – 34)

Рассуждение – логическая операция, в результате которой из одного или нескольких взаимосвязанных по смыслу предложений получается предложение, содержащее новое (по отношению к исходным) знания.

Пример:

Рассуждение первоклассника:

(первокласснику надо установить
отношение «меньше» между числами 7
и 8)

Учащийся говорит: « $7 < 8$, потому что 7
при счете называют раньше, чем 8»

ФАКТЫ:

1. Если число a при счете называют раньше числа b , то $a < b$ (для любых натуральных чисел a и b)
2. 7 при счете называется раньше, чем 8

Первое предложение носит общий характер, т.к. содержит квантор общности, подчеркивающий, что предложение имеет место для любых натуральных чисел a и b ; его называют **общей посылкой**

Второе предложение касается конкретных чисел 7 и 8 , отражает частный случай, его называют **частной посылкой**

Из двух посылок и выведен новый факт $(7 < 8)$, его называют **заключением**

Рассуждение, между посылками и заключением которого имеет место отношение следования, называют **дедуктивным (1)**

Другими словами, рассуждение дедуктивно, если с его помощью из истинных посылок нельзя получить ложное заключение. В противном случае рассуждение считается **недедуктивным**

(1) Дедуктивный – от лат. слова *deductio* - **выведение**

Пример 1.

Дано рассуждение, в котором:

общая посылка: «Если натуральное число кратно 4, то оно кратно 2»

частная посылка: «Число 12 кратно 4»

заключение: «Число 12 кратно 2»

В этом рассуждении и посылки, и заключение истинны. Можно предположить, что оно дедуктивное

Пример 2

Дано рассуждение, в котором:

общая посылка: «Если натуральное число кратно 4, то оно кратно 2»

частная посылка: «Число 126 кратно 4»

заключение: «Число 126 кратно 4»

В данном рассуждении посылки истинны, а заключение ложно – число 126 на 4 не делится. Значит, это рассуждение не является дедуктивным, и, истинность посылок не единственное условие, обеспечивающее дедуктивность рассуждения

А «Натурально число x кратно 4»;

В «Натуральное число кратно 2»

Общая посылка: $A \Rightarrow B$

Вторая посылка в примере 1 частная, она получается, если в предложении А вместо x подставить 12. Обозначим ее А (12). Тогда заключение в 1 рассуждении можно обозначить В (12). Для другого примера: 2 посылка имеет вид В (126), а заключение А (126).

При мер 1

1 посылка: $A \Rightarrow B$

2 посылка: A (12)

Заключение: B (12)

В 1 примере рассуждение проводилось по схеме
 $(A \Rightarrow B \text{ и } A (12)) \Rightarrow B$

Во 2 примере рассуждение проводилось по схеме
 $(A \Rightarrow B \text{ и } B (126)) \Rightarrow A (126)$

Как видим, схемы различны. Схема, которую использовали в 1 случае, привела к истинному заключению, а 2 схема к ложному. Мы можем утверждать, что истинность посылок не всегда гарантирует истинность заключения.

Пример 2

$A \Rightarrow B$

B (126)

A (126)

Упражнение 1, стр. 34

§ 3. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА

П. 14 ПРОСТЕЙШИЕ СХЕМЫ
ДЕДУКТИВНЫХ РАССУЖДЕНИЙ
(СТР. 34 – 38)

3 основных правила дедуктивного рассуждения:

1. Правило заключения:

$(A \Rightarrow B \text{ и } A(a)) \Rightarrow B(a)$, где $A \Rightarrow B$ – общая посылка, $A(a)$ – частная посылка, $B(a)$ – заключение

2. Правило отрицания:

$(A \Rightarrow B \text{ и } \neg B(a)) \Rightarrow \neg A(a)$

3. Правило силлогизма:

$(A \Rightarrow B \text{ и } B \Rightarrow C) \Rightarrow (A \Rightarrow C)$

Применение этих правил гарантирует, что рассуждение будет дедуктивным, т.е. позволяет из истинных посылок выводить истинное заключение

Задача 1

Является ли следующее рассуждение дедуктивным:

Все числа, запись которых оканчивается нулем, делятся на 5; число не делится на 5, следовательно, его запись не оканчивается нулем

Решение

Общая посылка: «Если запись числа оканчивается нулем, то оно делится на 5».

Обозначим буквой А предложение «Запись числа оканчивается нулем», а буквой В «Число делится на 5»

Тогда общая посылка примет вид $A \Rightarrow B$, частная – это В, а заключение – А, т.е. имеем рассуждение по схеме:

$$(A \Rightarrow B \text{ и } B) \Rightarrow A$$

Это правило отрицания, гарантирующее истинность заключения. Следовательно данное заключение дедуктивно

Задача 2

Если натуральное число кратно 8, то оно кратно 4; если натуральное число кратно 4, то оно кратно 2; следовательно, если число кратно 8, то оно кратно 2

Решение

Если обозначить через A предложение «Натуральное число кратно 8», через B «Натуральное число кратно 4», через C «Натуральное число кратно 2», то схема данного рассуждения примет вид:

$$(A \Rightarrow B \text{ и } B \Rightarrow C) \Rightarrow (A \Rightarrow C)$$

Такая схема – это правило силлогизма – гарантирует при истинности посылок истинность заключения. Значит данное рассуждение дедуктивное

Задача 3

Если запись числа оканчивается нулем, то оно делится на 5; число не оканчивается нулем, следовательно, оно не делится на 5

Решение

Обозначим буквой А «Запись числа оканчивается нулем», буквой В «Число делится на 5». Тогда схема примет вид:

$$(A \Rightarrow B \text{ и } A) \Rightarrow B$$

Она приводит к ложному выводу. Вообще эта схема рассуждения не гарантирует истинности заключения – она может привести как к истинному, так и к ложному заключению

Рассуждения по схеме, приводящей в одном случае к истинному заключению, а другом – к ложному, считают недедуктивным

Стоит запомнить 2 схемы недедуктивных рассуждений:

$$1) (A \Rightarrow B \text{ и } B) \Rightarrow A$$

$$2) (A \Rightarrow B \text{ и } A) \Rightarrow B$$

Эти схемы не гарантируют истинности заключения при истинности посылок

Софизм

Схемы не гарантирующие истинность заключения, а также невыполнение условий применимости теорем и формул, применение ошибочного чертежа приводит к неверному выводу, ложному заключению

Упражнение ... стр. 37

§ 3. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА

П. 15 НЕПОЛНАЯ ИНДУКЦИЯ
(СТР. 38 – 39)

Известно, что:

15 делится на 5,

25 делится на 5,

35 делится на 5,

95 делится на 5.

Учитывая это, заключаем, что любое число, запись которого оканчивается цифрой 5, делится на 5

В рассмотренном рассуждении мы на основании частных случаев сделали общий вывод. Такие рассуждения называют **неполной индукцией**

Неполная индукция представляет собой такое рассуждение, при котором на основании того, что некоторые объекты совокупности обладают определенным свойством, делается вывод о том, что этим свойством обладают все объекты этой совокупности

Важный вывод о том, что не все, что кажется истинным, действительно так. Например, когда мы видим, что все птицы летают, мы делаем вывод, что все птицы летают, но это не так, так как существуют и не летающие птицы.

$$0 + a = a$$

$$1 \cdot a = a$$

$$a : 1 = a$$

$$0 \cdot a = 0$$

Вывод по аналогии, при котором осуществляется перенос знаний с изученного объекта на другой, менее изученный объект. Основой для переноса служат разносторонние знания признаков сходства и различия этих объектов

Не забывайте что полученные по аналогии выводы могут оказаться как истинными, так и ложными. Выводы, полученные по аналогии, должны доказываться дедуктивным путем