# *§ 3. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА*

## П. 13 ДЕДУКТИВНЫЕ РАССУЖДЕНИЯ

(СТР. 32 – 34)

***Рассуждение*** – логическая операция, в результате которой из одного или нескольких взаимосвязанных по смыслу предложений получается предложение, содержащее новое (по отношению к исходным) знания.

# Пример:

Рассуждение первоклассника:

(первокласснику надо установить отношение «меньше» между числами 7 и 8)

Учащийся говорит: «7<8, потому что 7 при счете называют раньше, чем 8»

# Факты:

1. Если число a при счете называют раньше числа b, то  a<b (для любых натуральных чисел a и b)
2. 7 при счете называется раньше, чем 8

Первое предложение носит общий характер, т.к. содержит квантор общности, подчеркивающий, что предложение имеет место для любых натуральных чисел a и b; его называют **общей посылкой**

Второе предложение касается конкретных чисел 7 и 8, отражает частный случай, его называют **частной посылкой**

Из двух посылок и выведен новый факт (7<8), его называют **заключением**

Рассуждение, между посылками и заключением которого имеет место отношение следования, называют **дедуктивным** (1)

Другими словами, рассуждение дедуктивно, если с его помощью из истинных посылок нельзя получить ложное заключение. В противном случае рассуждение считается недедуктивным

(1) Дедуктивный – от лат. слова deductio - выведение

# Пример 1.

Дано рассуждение, в котором:

*общая посылка:* «Если натуральное число кратно 4, то оно кратно 2»

*частная посылка:* «Число 12 кратно 4»

*заключение:* «Число 12 кратно 2»

В этом рассуждении и посылки, и заключение истинны. Можно предположить, что оно дедуктивное

# Пример 2

Дано рассуждение, в котором:

*общая посылка:* «Если натуральное число кратно 4, то оно кратно 2»

*частная посылка:* «Число 126 кратно 4»

*заключение:* «Число 126 кратно 4»

В данном рассуждении посылки истинны, а заключение ложно – число 126 на 4 не делится. Значит, это рассуждение не является дедуктивным, и, истинность посылок не единственное условие, обеспечивающее дедуктивность рассуждения

А «Натурально число χ кратно 4»;

В «Натуральное число кратно 2»

Общая посылка: А⇒В

Вторая посылка в примере 1 частная, она получается, если в предложении А вместо χ подставить 12. Обозначим ее А (12). Тогда заключение в 1 рассуждении можно обозначить В (12). Для другого примера: 2 посылка имеет вид В (126), а заключение А (126).

При мер 1 Пример 2

1 посылка: $A \Rightarrow B$ $A \Rightarrow B$

2 посылка: A (12) B (126)

Заключение: B (12) A (126)

В 1 примере рассуждение проводилось по схеме ($A \Rightarrow B$ и A (12)) $\Rightarrow B$

Во 2 примере рассуждение проводилось по схеме ($A \Rightarrow B$ и B (126)) $\Rightarrow A$ (126)

Как видим, схемы различны. Схема, которую использовали в 1 случае, привела к истинному заключению, а 2 схема к ложному. Мы можем утверждать, что истинность посылок не всегда гарантирует истинность заключения.

# Упражнение 1, стр. 34

# *§ 3. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА*

## П. 14 ПРОСТЕЙШИЕ СХЕМЫ ДЕДУКТИВНЫХ РАССУЖДЕНИЙ

(СТР. 34 – 38)

# 3 основных правила дедуктивного рассуждения:

**1. Правило заключения:**

($A \Rightarrow B$ и $A(a)$) $\Rightarrow$ $B(a)$, где $A \Rightarrow B$ – общая посылка, $A(a)$ – частная посылка, $B(a)$ – заключение

**2. Правило отрицания:**

($A \Rightarrow B$ и $B(a)$)$\Rightarrow A(a)$

**3. Правило силлогизма:**

($A \Rightarrow B$ и $B \Rightarrow C$)$\Rightarrow$($A \Rightarrow C$)

Применение этих правил гарантирует, что рассуждение будет дедуктивным, т.е. позволяет из истинных посылок выводить истинное заключение

# Задача 1

Является ли следующее рассуждение дедуктивным:

Все числа, запись которых оканчивается нулем, делятся на 5; число не делится на 5, следовательно, его запись не оканчивается нулем

# Решение

Общая посылка: «Если запись числа оканчивается нулем, то оно делится на 5».

Обозначим буквой А предложение «Запись числа оканчивается нулем», а буквой В «Число делится на 5»

Тогда общая посылка примет вид $A \Rightarrow B$, частная – это В, а заключение – А, т.е. имеем рассуждение по схеме:

$$(A \Rightarrow B \text{ и } B) \Rightarrow A$$

Это правило отрицания,  гарантирующее истинность заключения. Следовательно данное заключение дедуктивно

# Задача 2

Если натуральное число кратно 8, то оно кратно 4; если натуральное число кратно 4, то оно кратно 2; следовательно, если число кратно 8, то оно кратно 2

# Решение

Если обозначить через А предложение «Натуральное число кратно 8», через В «Натуральное число кратно 4»,через С «Натуральное число кратно 2», то схема данного рассуждения примет вид:

$$(A \Rightarrow B \text{ и } B \Rightarrow C) \Rightarrow (A \Rightarrow C)$$

Такая схема – это правило силлогизма – гарантирует при истинности посылок истинность заключения. Значит данное рассуждение дедуктивное

# Задача 3

Если запись числа оканчивается нулем, то оно делится на 5; число не оканчивается нулем, следовательно, оно н делится на 5

# Решение

Обозначим буквой А «Запись числа оканчивается нулем», буквой В «Число делится на 5». Тогда схема примет вид:

$$(A \Rightarrow B \text{ и } A) \Rightarrow B$$

Она приводит к ложному выводу. Вообще эта схема рассуждения не гарантирует истинности заключения – она может привести как к истинному, так и к ложному заключению

Рассуждения по схеме, приводящей в одном случае к истинному заключению, а другом – к ложному, считают недедуктивным

Стоит запомнить 2 схемы недедуктивных рассуждений:

1) $(A \Rightarrow B$ и $B) \Rightarrow A$

2) $(A \Rightarrow B$ и $A) \Rightarrow B$

Эти схемы не гарантируют истинности заключения при истинности посылок

# Софизм

Схемы не гарантирующие истинность заключения, а также невыполнение условий применимости теорем и формул, применение ошибочного чертежа приводит к неверному выводу, ложному заключению

# Упражнение ... стр. 37

# *§ 3. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА*

## <u>П. 15 НЕПОЛНАЯ ИНДУКЦИЯ</u>

(СТР. 38 – 39)

Известно, что:

15 делится на 5,

25 делится на 5,

35 делится на 5,

95 делится на 5.

Учитывая это, заключаем, что любое число, запись которого оканчивается цифрой 5, делится на 5

В рассмотренном рассуждении мы на основании частных случаев сделали общий вывод. Такие рассуждения называют **неполной индукцией**

***Неполная индукция*** представляет собой такое рассуждение, при котором на основании того, что некоторые объекты совокупности обладают определенным свойством, делается вывод о том, что этим свойством обладают все объекты этой совокупности

Выводы, полученные при неполной индукции, могут быть как истинными, так и ложными

Так, вывод о том, что любое число, запись которого оканчивается цифрой 5, делится на 5, истинен.

$$0 + a = a$$

$$1 \cdot a = a$$

$$a : 1 = a$$

$$0 \cdot a = 0$$

Вывод по аналогии, при  котором осуществляется перенос знаний с изученного объекта на другой, менее изученный объект. Основой для переноса служат разносторонние знания признаков сходства и различия этих объектов

Не забывайте что полученные по аналогии выводы могут оказаться как истинными, так и ложными. Выводы, полученные по аналогии, должны доказываться дедуктивным путем