

# 5. ТОРМОЗНОЕ РЕНТГЕНОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ.

Рентгеновские лучи возникают при бомбардировке быстрыми электронами

твердых мишеней-анодов (рис 1).  
Если между катодом и анодом создано

напряжение  $U$ , то электроны, разгоняясь, получают энергию  $eU$ .

Попав в вещество анода, электроны тормозятся и излучают

электромагнитные волны.

Согласно классической физике при торможении

электрона должны возникать волны всех длин – от нуля до бесконечности.

Экспериментальные кривые распределения интенсивности тормозного излучения по длинам волн (рис.2) не подтверждают это положение: интенсивность не идет плавно к началу координат, а резко обрывается при  $\lambda_{min}$ .

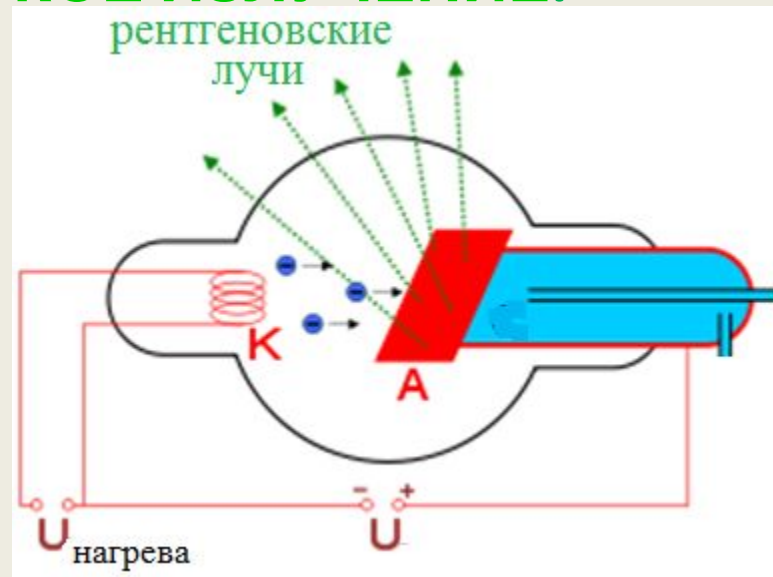


Рис. 1

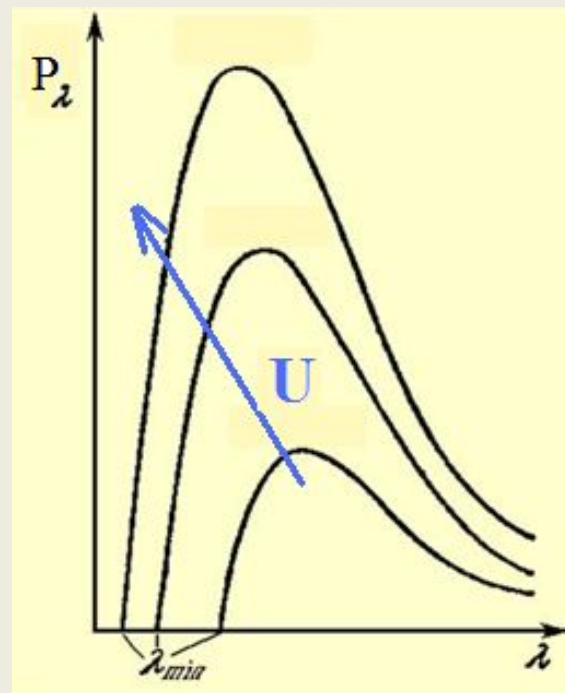


Рис. 2

Эксперимент  
показал:

$$\lambda_{\min} = \frac{b}{U}, \quad b = \text{const.} \quad (1)$$

$\lambda_{\min}$  - коротковолновая граница тормозного рентгеновского излучения.

Существование коротковолновой границы следует из квантовой природы излучения. Каждый квант излучается отдельным электроном. Поэтому энергия кванта не может превысить энергию электрона перед торможением. То есть  $h\nu \leq eU$ .

Получается, что частота излучения не может быть больше значения

$$\nu_{\max} = \frac{eU}{h}$$

Тогда, длина волны не может быть меньше чем

$$\lambda_{\min} = \frac{c}{\nu_{\max}} = \frac{hc}{eU}$$

Постоянная  $\frac{hc}{e}$  совпадает с полученной экспериментально постоянной  $e$

величиной  $b$  в (1).

## 6. Эффект Комптона.

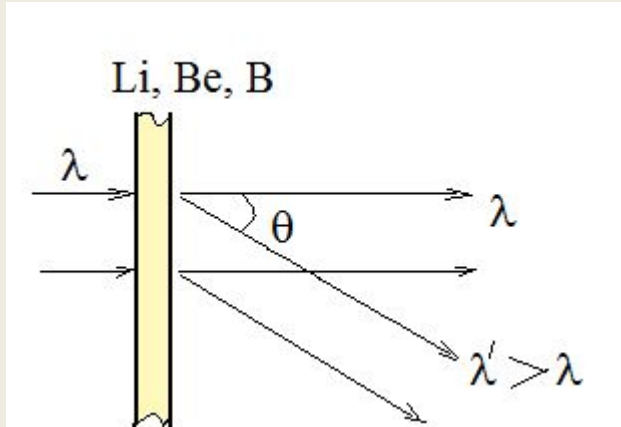


рис.  
1

Эффект Комптона состоит в том, что при рассеянии рентгеновского излучения веществом, содержащим легкие атомы (Li, Be, B), часть рассеянного излучения меняет длину волны и направление распространения (рис. 1).

Экспериментально полученное соотношение:

$$\lambda' - \lambda = \lambda_0 (1 - \cos \theta) \quad ,$$

где  $\lambda$  — длина волны несмещенного

$\lambda'$  — <sup>излучения</sup> длина волны смещенного

$\theta$  — <sup>излучения</sup> угол  
рассеяния.

$$\lambda_0 = \text{const.}$$

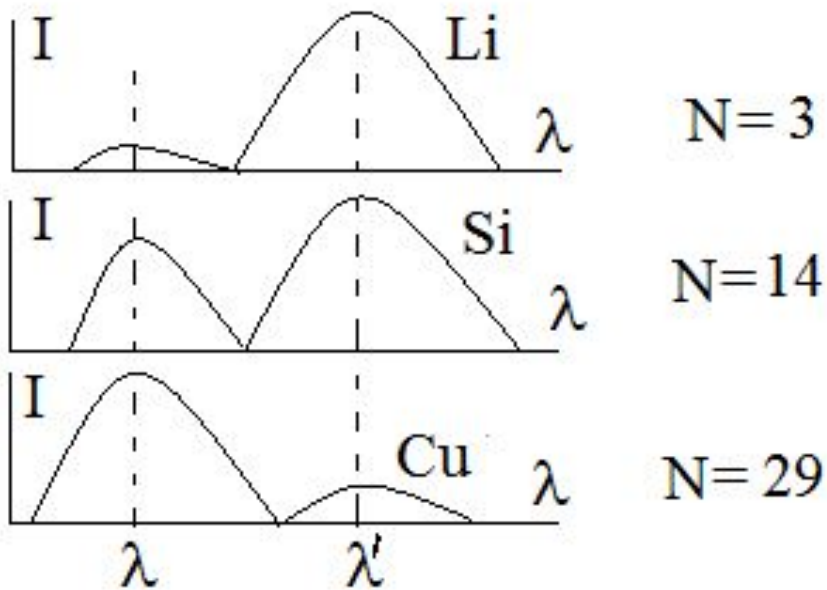


рис.  
2

На рис. 2 схематически приведены экспериментально полученные распределения интенсивностей  $I$  смещенной (для  $\lambda'$ ) и несмещенной (для  $\lambda$ ) компонент рассеянного излучения разными веществами.

При рассеянии на легких атомах большая часть рассеянного излучения имеет смещенную длину волны;

При рассеянии на тяжелых – наоборот.

Эффект Комптона не может быть объяснен волновой оптикой – при рассеянии волн может меняться их интенсивность, но не частота  $\nu$ .

Все особенности эффекта Комптона можно объяснить если рассматривать

рассеяние как **упругое столкновение рентгеновских фотонов с**

**практически**

Свободными можно считать валентные электроны, энергия связи которых значительно меньше той энергии, которую фотон передает электрону при столкновении.

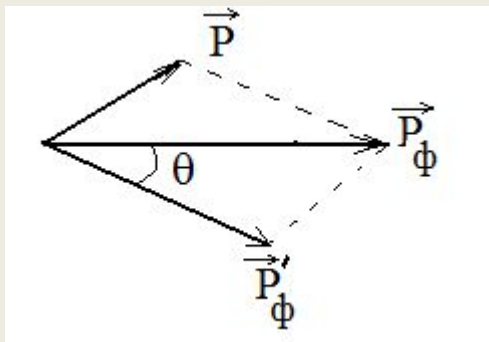
При упругом столкновении выполняются законы сохранения энергии и импульса системы, в данном случае **системы фотон - электрон**.

Поскольку энергия рентгеновского фотона  $h\nu = 0,01 - 1 \text{ МэВ}$ , а энергия покоя электрона  $m_0c^2 = 0,51 \text{ МэВ}$ , нужно использовать релятивистские выражения для энергии и импульса электрона.

Закон сохранения энергии:

$$h\nu + E_0 = h\nu' + E \quad (1)$$

$E$  = полная энергия электрона после соударения.



Закон сохранения импульса ( $\vec{p}$  - импульс электрона):

$$\vec{p} = \vec{p}' + \vec{p}_\phi \Rightarrow \vec{p}' = \vec{p} - \vec{p}_\phi \Rightarrow p^2 = p_\phi^2 - 2p_\phi p'_\phi \cos \vartheta + p_\phi'^2. \quad (2)$$

Здесь  $p_\phi = \frac{h\nu}{c}$ ,  $p'_\phi = \frac{h\nu'}{c}$  (3), (4)

Связь полной энергии электрона и его кинетической энергии:

$$E = T + E_0$$

Связь полной энергии электрона и его импульса:

$$p^2 c^2 = E^2 - E_0^2 \Rightarrow p^2 c^2 = T(T + 2E_0) \quad (5)$$

Составим систему из уравнений (1) –

(5) :

$$h\nu + E_0 = h\nu' + E$$

$$p^2 = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - 2\frac{h\nu}{c}\frac{h\nu'}{c}\cos\theta$$

$$p^2c^2 = T(T + 2E_0)$$

$$h\nu - h\nu' = T$$

$$p^2c^2 = (h\nu)^2 + (h\nu')^2 - 2h\nu h\nu' \cos\theta$$

$$p^2c^2 = T(T + 2E_0)$$


$$(h\nu)^2 + (h\nu')^2 - 2h\nu h\nu' \cos\theta = (h\nu - h\nu') [h(\nu - \nu') + 2E_0] \cdot \frac{1}{h^2} \Rightarrow$$

$$\nu^2 + \nu'^2 - 2\nu\nu' \cos\theta = (\nu - \nu')^2 + \frac{2E_0}{h}(\nu - \nu') \Rightarrow$$

$$2\nu\nu' \cos\theta = 2\nu\nu' - \frac{2E_0}{h}(\nu - \nu') \Rightarrow \frac{E_0}{h}(\nu - \nu') = \nu\nu'(1 - \cos\theta) \Rightarrow$$

$$\frac{(\nu - \nu')}{\nu\nu'} = \frac{h}{E_0}(1 - \cos\theta) \Rightarrow \frac{1}{\nu'} - \frac{1}{\nu} = \frac{h}{E_0}(1 - \cos\theta) \Rightarrow$$

$$\frac{1}{v'} - \frac{1}{v} = \frac{h}{E_0}(1 - \cos\theta) \Rightarrow$$

Учтем  $\lambda = \frac{c}{v}$ ,  $\frac{1}{v} = \frac{\lambda}{c}$ . 

$$\frac{\lambda'}{c} - \frac{\lambda}{c} = \frac{h}{E_0}(1 - \cos\theta) \Rightarrow \lambda' - \lambda = \frac{hc}{E_0}(1 - \cos\theta) = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\theta)$$

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\theta) \quad (6)$$

Постоянная  
волны  $\lambda_0 = \frac{h}{m_0c}$

называется комptonовской длиной

$$\lambda_0$$

и численно совпадает со значением , полученным

Объясните это экспериментально.

2:

При рассеянии фотонов на электронах, связь которых с атомом велика, обмен энергией и импульсом происходит с атомом как целым. Поскольку

масса атома намного превосходит массу электрона:  $M_{\text{ат}} \gg m_0$ ,

комptonовское смещение  $(\lambda' - \lambda)$  в (6) ничтожно мало:

. По мере

роста номера атома увеличивается относительное число электронов с сильной связью, чем и объясняется ослабление интенсивности смещенной линии на рис.2 для более тяжелых веществ.



## Выводы.

Опыты Комптона означали окончательное утверждение квантовых идей в физике.

Стало

понятно, что пока энергия кванта мала ( ), излучение ведет себя как волна

(например, при тепловом излучении). На высоких

частотах,  $\hbar\omega \ll kT$ , когда наблюдается эффект Комптона,

$\hbar\omega \geq kT$  происходит корпускулярное взаимодействие

рентгеновского излучения со свободными или

связанными в атоме электронами,

объясняющее

сдвиг длины волны  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$  рассеянного излучения

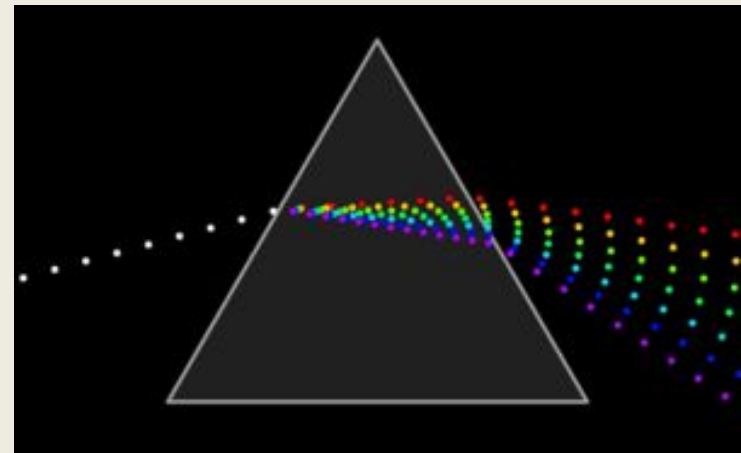
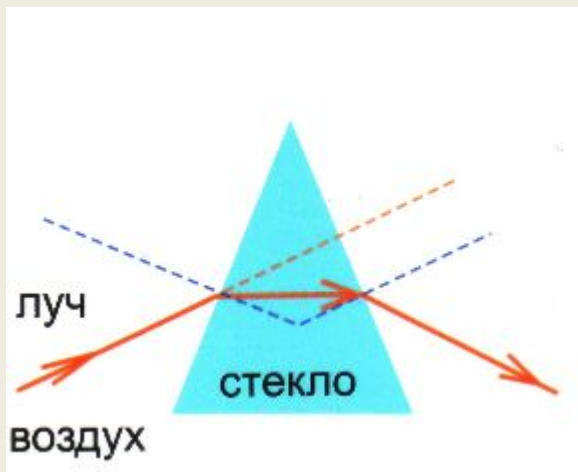
( ).

# 7. Корпускулярно-волновой дуализм света

Свет по своей природе дуалистичен:

с одной стороны он проявляет ярко выраженные **волновые свойства** (при интерференции, дифракции, поляризации, дисперсии), а с другой проявляет себя, как **поток частиц – фотонов** (в явлениях теплового излучения, фотоэффекте, давлении света, тормозном рентгеновском излучении, эффекте Комптона).

При **больших  $\lambda$**  ярче проявляются **волновые свойства** излучения, по мере **уменьшения  $\lambda$**  все больше проявляется **корпускулярная природа** света.



# Занятие 4в . Квантовая оптика

Решать по этой теме: 6Б - 8Б, 8А –  
11А.

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРИИ**

Эффект Комптона.

1. **Формула Комптона.** Изменение длины волны рентгеновских лучей при рассеянии на свободных электронах определяется формулой

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\theta) = 2\frac{h}{m_0c} \cdot \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

где  $\lambda_1$  – длина волны падающего рентгеновского излучения;  $\lambda_2$  – длина волны фотона, рассеянного под углом  $\theta$  к первоначальному направлению движения, после взаимодействия с электроном;  $m_0$  – масса покоя электрона;  $\lambda_C = \frac{h}{m_0c}$  – комптоновская длина волны.

Связь полной энергии электрона и его кинетической энергии:

$$E = T + E_0$$

Связь полной энергии электрона и его

импульса:

$$p^2 c^2 = E^2 - E_0^2 \Rightarrow p^2 c^2 = T(T + 2E_0)$$

## Справочный материал

Заряд электрона

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19}$$

Масса покоя электрона

$$m_0 = 9,1 \cdot 10^{-31}$$

Комптоновская длина волны

$$\lambda_0 = 0,24 \cdot 10^{-11}$$

Постоянная Планка

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с.}$$

Энергия покоя электрона

$$E_0 = 0,51 \text{ МэВ.}$$

6Б. (6.21) Рентгеновский фотон с энергией  $\varepsilon_1$ , равной удвоенному значению энергии покоя электрона, был рассеян на свободном электроне на угол  $\theta$ .

Определить энергию рассеянного фотона и кинетическую энергию электрона отдачи.

**Ответ:**  $\varepsilon_2 = 0,255 \text{ МэВ}$ ;  $T = 0,766 \text{ МэВ}$ .

7Б. (6.28) При эффекте Комптона  $\gamma$ -квант с энергией 1,533 МэВ был рассеян на некоторый угол  $\theta$ . Найти угол рассеяния  $\gamma$ -кванта, если кинетическая энергия электрона отдачи оказалась равной  $T = 0,511$  МэВ.

**Ответ:**  $\theta = 80,8^\circ$ .

8Б. Фотон с энергией  $0,3$  рассеян на свободном электроне, в результате чего длина волны рассеянного фотона изменилась на  $3,0$  нм. Найти угол рассеяния фотона и кинетическую энергию электрона отдачи.

**Ответ:**  $\theta = 104^\circ$  ;  $\epsilon = 126$  .