

## МДК. 02.02 Управление проектами

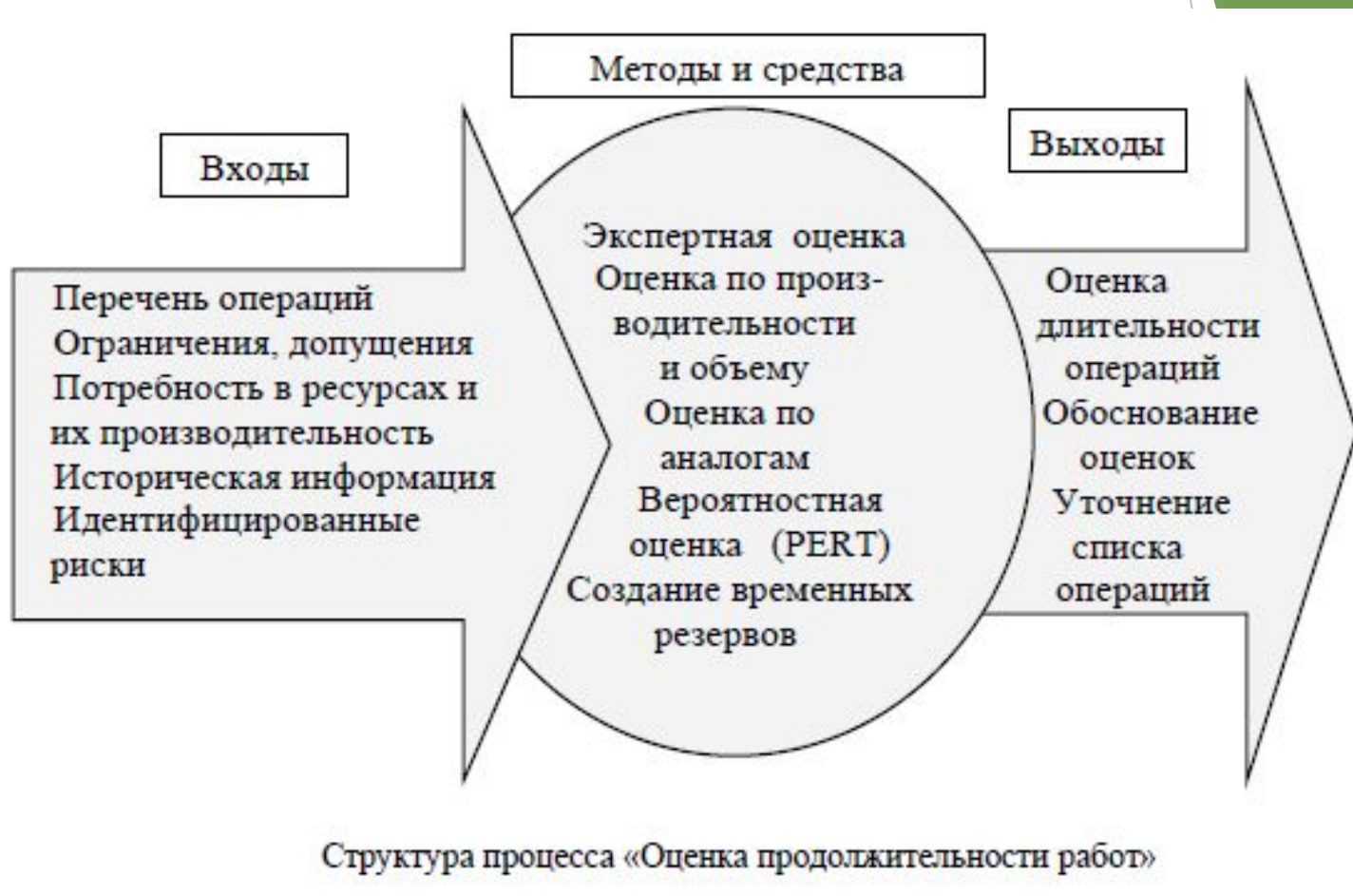
### Лекция 4. Расчет расписания проекта

*Вопросы:*

1. Оценка длительности операций.
2. Метод критического пути.
3. Метод PERT.

# Оценка длительности операций

Оценка длительности операций - это процесс использования информации о содержании и ресурсах проекта для определения продолжительности работ и последующего использования этого параметра при составлении расписания проекта.





Структура процесса «Разработка расписания проекта»

# Виды математического анализа

**Метод критического пути (Critical Path Method, CPM).** Вычисляется единственное детерминированное расписание исполнения. При этом определяются ранние и поздние даты начала и завершения операций проекта, а значит, и резервы - промежутки времени, на которые можно сдвинуть выполнение операций без нарушения ограничений и даты завершения проекта.

**PERT (Program Evaluation and Review Technique).** Используется последовательная сетевая логика и средневзвешенные оценки длительностей операций для вычисления продолжительности проекта. Основное отличие метода PERT от CPM заключается в том, что PERT использует ожидаемые значения вместо детерминированных оценок длительностей работ.

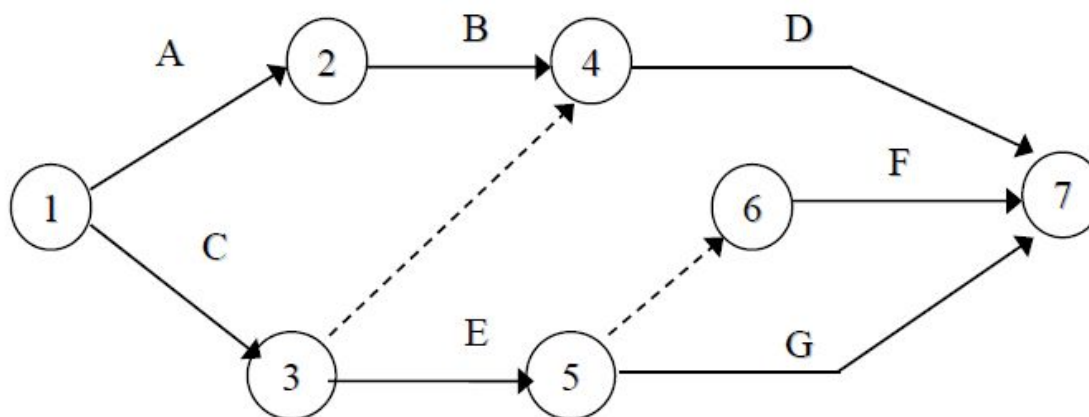
**GERT (Graphical Evaluation and Review Technique).** Позволяет использовать вероятностные оценки как длительностей, так и логики сети (одни операции могут вовсе не выполняться, другие - лишь частично, а третьи - по несколько раз).

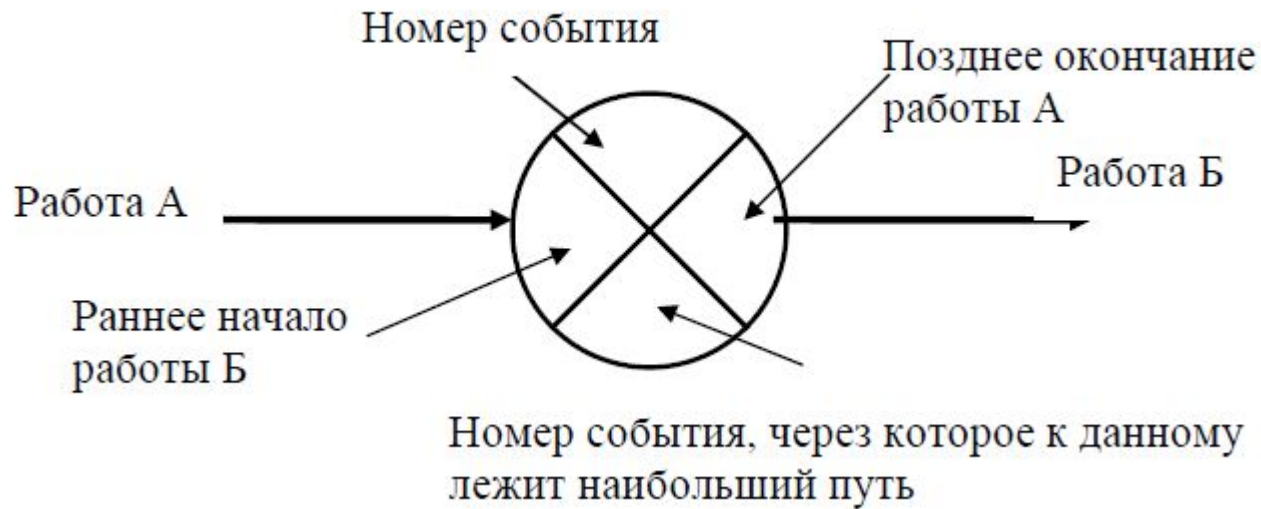
# Метод критического пути

Критический путь - это самая длительная цепочка операций.

Характеристика работ сетевого графика

Предшествующая работа (H – I)	Рассматриваемая работа (I – J)	Длительность рассматриваемой работы $T_{(I-J)}$
–	A	3
A	B	2
–	C	6
B,C	D	4
C	E	2
E	F	1
E	G	3





**Раннее начало ES (Early Start)** - самое раннее из возможных сроков начала работы, равно продолжительности самого длинного пути от исходного события до начального события данной работы.

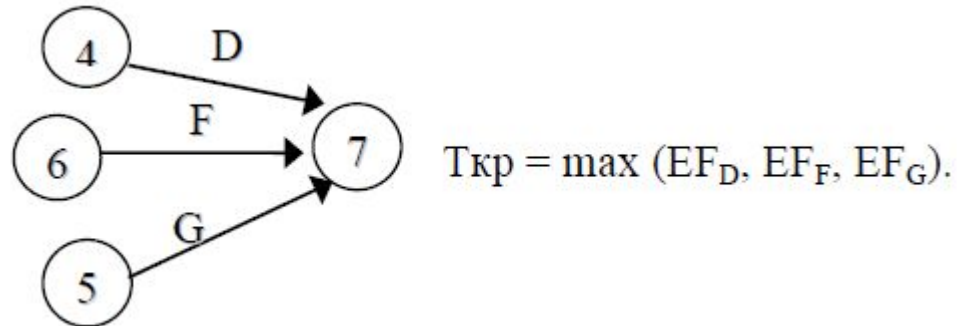
**Раннее окончание работы EF (Early Finish)** - самое раннее из возможных сроков ее окончания, равно сумме раннего начала работы и ее продолжительности:

$$EF_{(i-j)} = ES_{(i-j)} + T_{(i-j)}$$

Если у рассматриваемой работы несколько предшествующих, то ее раннее начало равно максимальному из ранних окончаний предшествующих работ:

$$ES_{i-j} = \text{MAX } EF_{n-i}$$

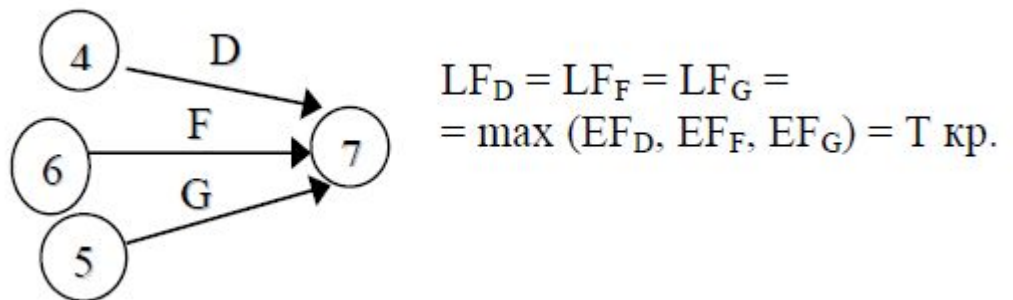
Если в конечное событие входит несколько работ, то критический путь равен максимальному из сроков ранних окончаний всех завершающих работ:



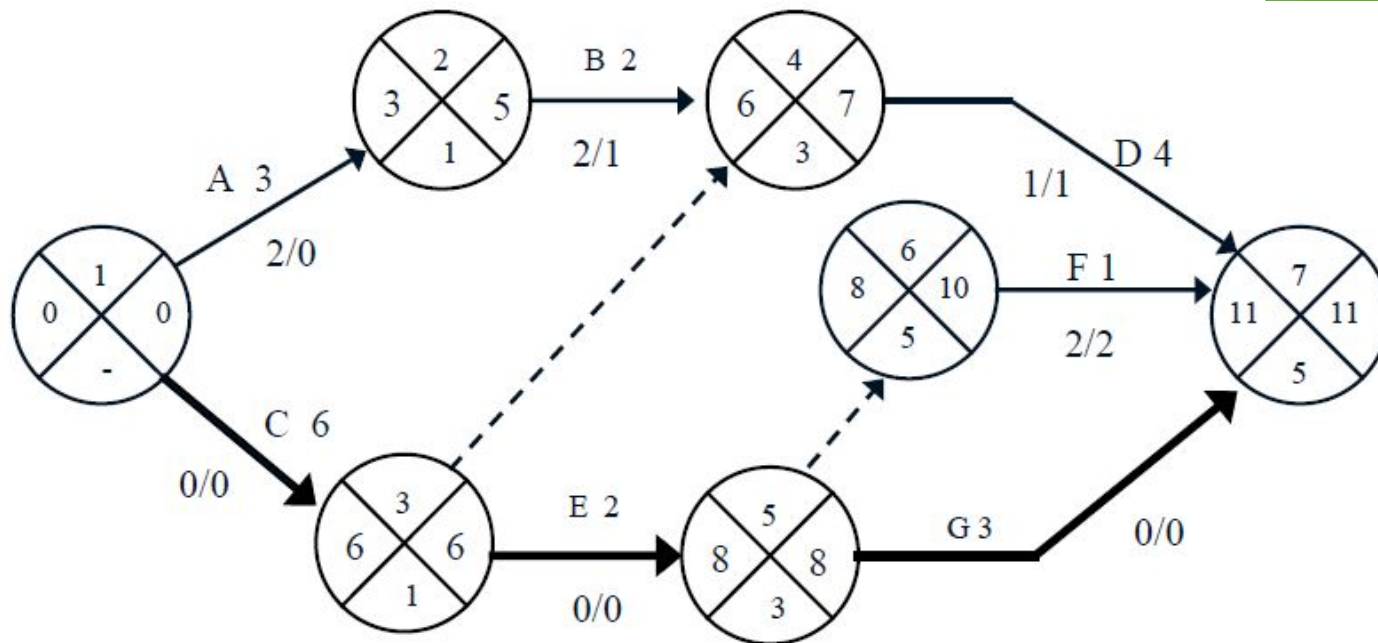
*Расчет поздних сроков выполняется обратным ходом от завершающего события к исходному.*

**Позднее окончание работы LF (Last Finish)** - самое позднее из допустимых сроков ее окончания, при котором не увеличивается общая длительность проекта. LF равно минимальному из сроков поздних начал последующих работ.

В завершающем событии сетевого графика позднее окончание всех работ равно максимальному из сроков раннего окончания этих работ и равно продолжительности критического пути.







**Позднее начало LS (Last Start)** - самый поздний из допустимых сроков начала работы, при котором не увеличивается общая длительность проекта. LS равно разности между поздним окончанием и продолжительностью работы:  $LS = LF - T$ .

**Общий (полный) резерв времени TF (Total Float)** - промежуток времени, на который можно задержать начало работы или увеличить ее длительность без изменения срока завершения проекта:  $TF = LF - EF = LF - (ES + T) = LS - ES$ .

**Частный (свободный) резерв времени FF (Free Float)** - промежуток времени, на который можно задержать начало работы или увеличить ее длительность без изменения раннего начала последующих работ. Частный резерв находят как разность между ранним началом последующей работой и ранним окончанием рассматриваемой:  $FF_{I-J} = ES_{J-K} - EF_{I-J}$ .



# Метод PERT

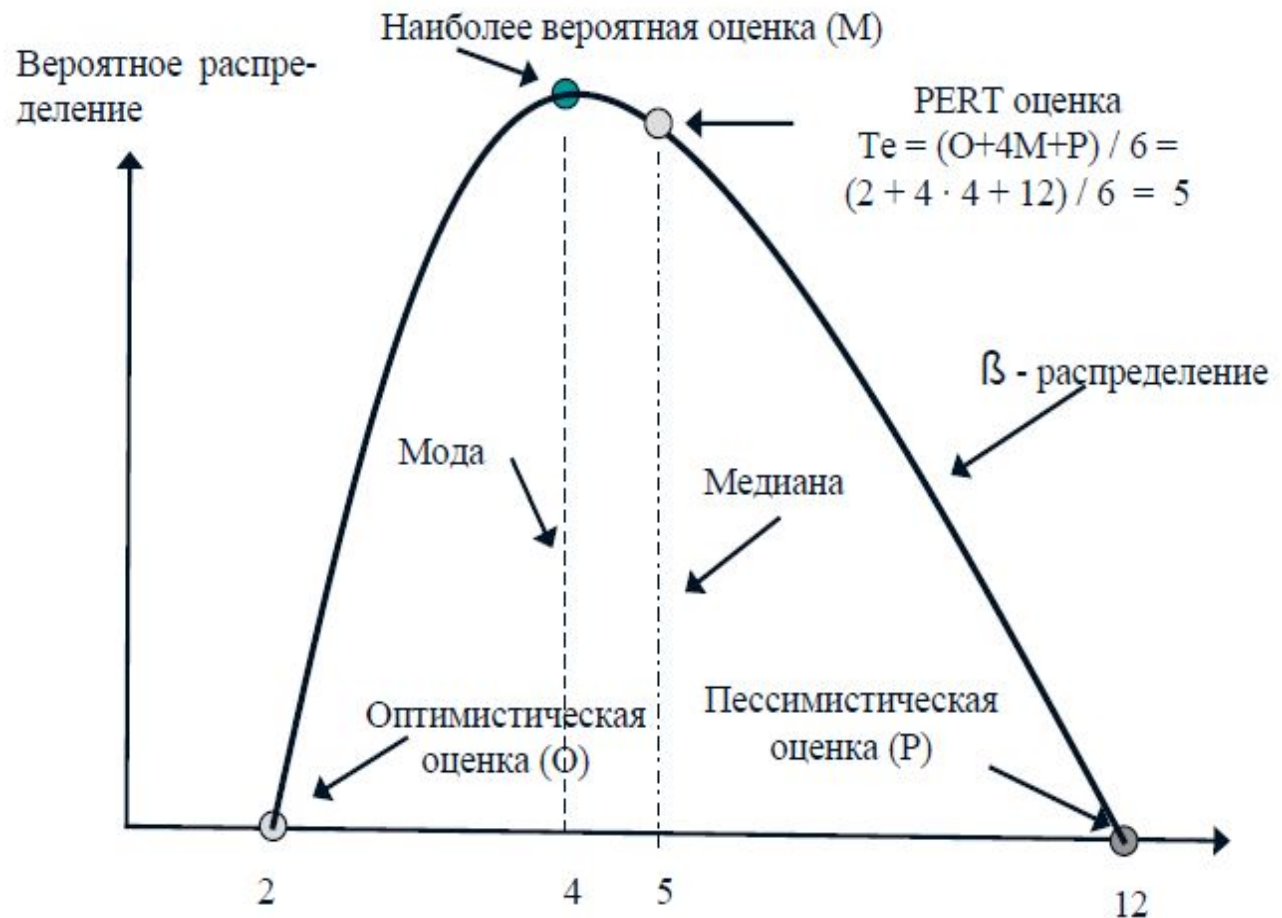
Вероятностная оценка длительности операции методом PERT предполагает получение трех оценок длительности: оптимистической (O), наиболее вероятной (M) и пессимистической (P).

Мера разброса оценок O, M и P называется дисперсией ( $\sigma^2$ ), характеризующей неопределенность, связанную с процессом оценки.

Может оказаться, что ожидаемая длительность выполнения проекта  $T_e$  неприемлема; вместо нее выбирается другая длительность, а именно  $T_s$ , меньше, чем  $T_e$ .

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

$$\sigma^2 = \left( \frac{P - O}{6} \right)^2$$



## Пример.

Оценка длительности операций проекта

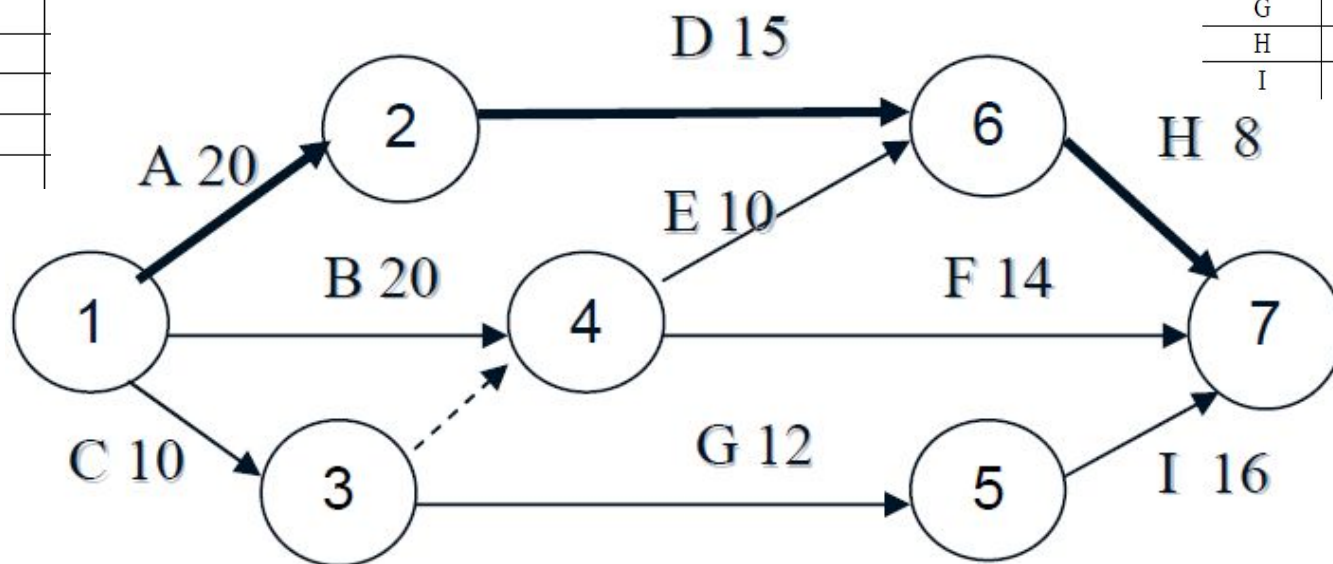
Операция	Предшествующая операция	Оптимистическая оценка О	Наиболее вероятная оценка М	Пессимистическая оценка Р
A	–	10	22	22
B	–	20	20	20
C	–	4	10	16
D	A	2	14	32
E	B,C	8	8	20
F	B,C	8	8	20
G	C	2	12	22
H	D,E	2	8	14
I	G	6	15	30

Оценка параметров проекта

Операция	Ожидаемое время $T_e$	Дисперсия $\sigma^2$	Среднеквадратическое отклонение $\sigma$
A	20	4	2
B	20	0	0
C	10	4	2
D	15	25	5
E	10	4	2
F	14	4	2
G	12	11,11	3,33
H	8	4	2
I	16	16	4

Операция	Предшествующая операция
A	-
B	-
C	-
D	A
E	B,C
F	B,C
G	C
H	D,E
I	G

Операция	Ожидаемое время $T_e$
A	20
B	20
C	10
D	15
E	10
F	14
G	12
H	8
I	16



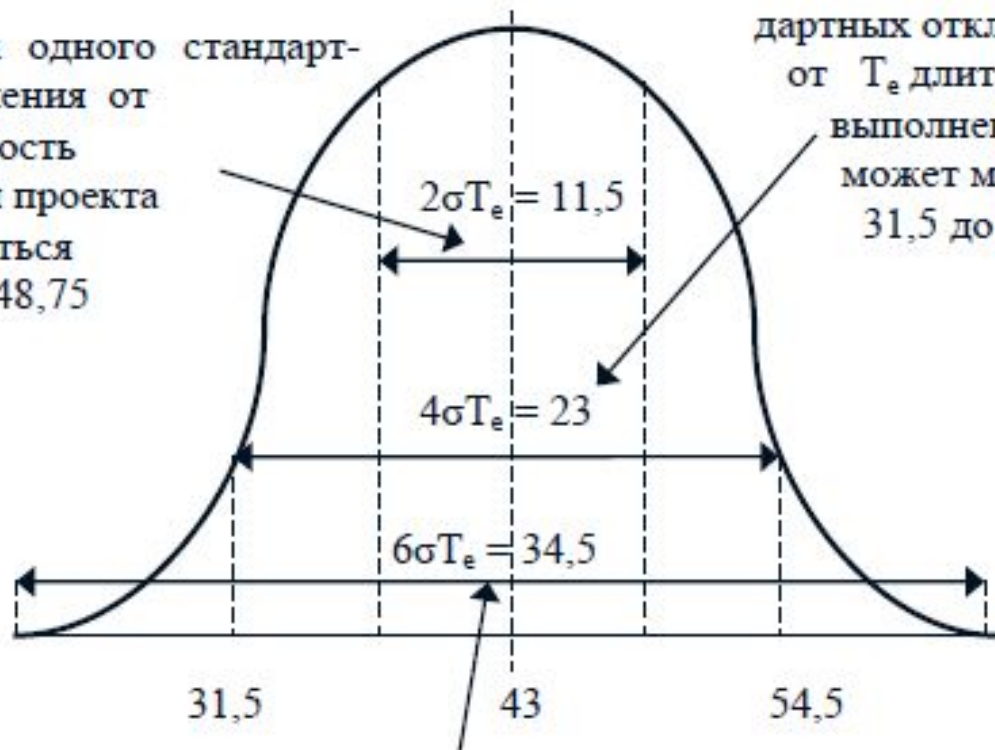
Продолжительность критического пути

$$T_e = T_A + T_D + T_H = 20 + 15 + 8 = 43 \text{ дня.}$$

Дисперсия критического пути равна  $\Sigma\sigma^2 = 4 + 25 + 4 = 33$ .

Среднеквадратическое отклонение  $\sigma = \sqrt{\Sigma\sigma^2} = 5,75$ .

В пределах одного стандартного отклонения от  $T_e$  длительность выполнения проекта может меняться от 37,25 до 48,75



В пределах двух стандартных отклонений от  $T_e$  длительность выполнения проекта может меняться от 31,5 до 54,5

В пределах трех стандартных отклонений от  $T_e$  длительность выполнения проекта может меняться от 25,75 до 60,25



$$Z = \frac{\text{Планируемая длительность (T}_s\text{)} - \text{Ожидаемая длительность (T}_e\text{)}}{\text{Среднеквадратическое отклонение (\sigma)}}$$

Допустим, необходимо узнать вероятность завершения проекта за 50 дней. Критический путь проекта состоит из работ А, D и Н и равен 43 дням, дисперсия этих работ  $4 + 25 + 4 = 33$ , а среднеквадратическое отклонение  $\sigma = \sqrt{33} = 5,75$ . Тогда  $Z = (50 - 43) / 5,75 = 1,22$ . Вероятность, соответствующая значению  $Z = 1,22$ , составляет 0,8888. Значит, вероятность завершения критического пути за 50 дней с момента начала проекта равна 88,88 %.

Можно решить обратную задачу – какой предельный конечный срок соответствует заданному уровню вероятности завершения проекта. Допустим, что необходимо определить, какой предельный конечный срок соответствует 95%-ному уровню вероятности завершения проекта.

1. Находим значение  $Z$ , соответствующее вероятности 0,95.  $Z=1,645$ .
2. Решив уравнение относительно  $T_s$ , определяем:

$$T_s = 43 + 1,645 \cdot 5,75 = 52,45 \text{ дня.}$$

Итак, 95% - ному уровню вероятности завершения проекта соответствует срок в 52,45 дня.