СФЕРА

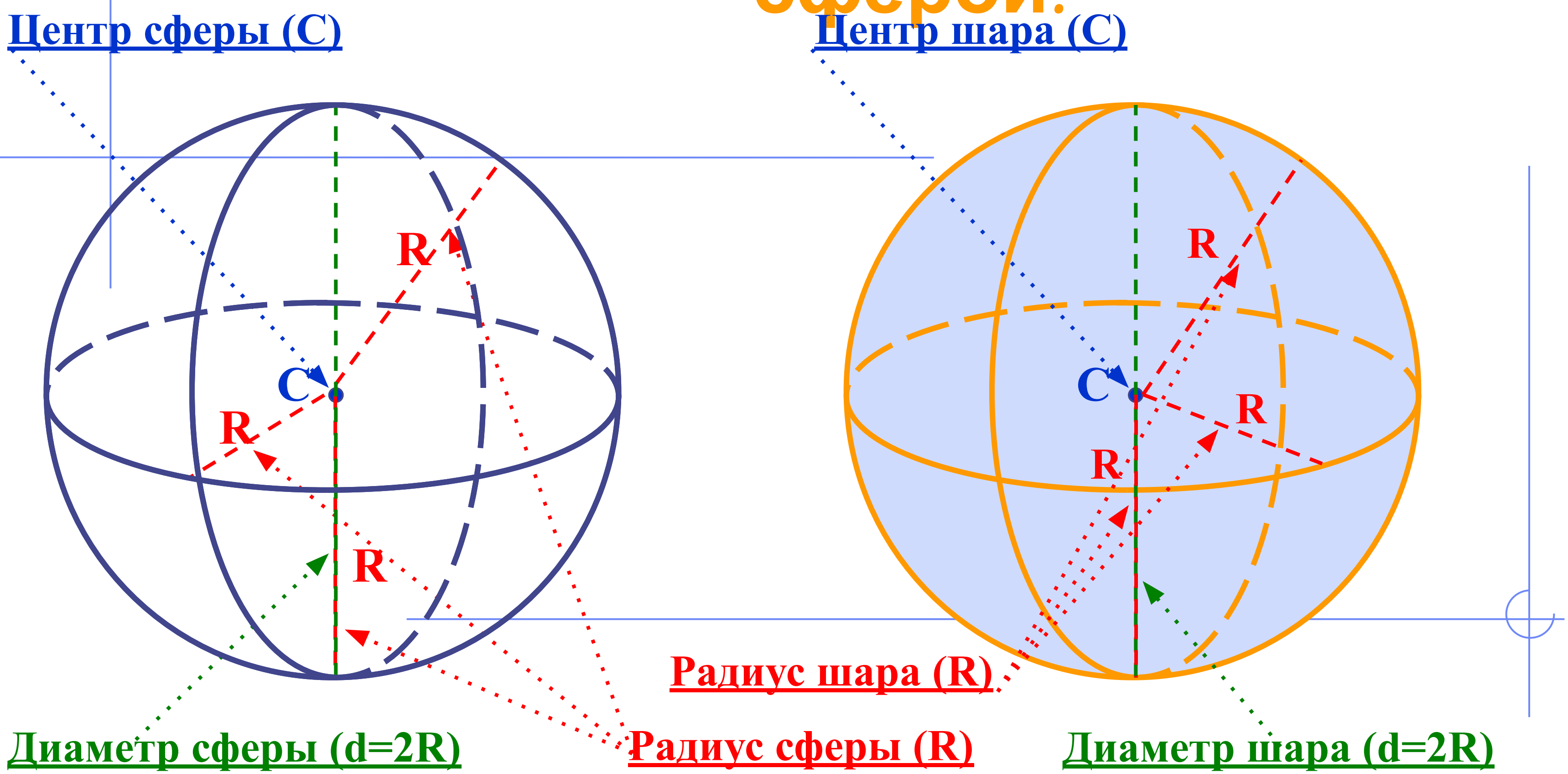
тема: **Объем шара и площадь сферы**

Геометрия 11 класс

Выполнили: Савкин Н. и Сищиков Я.

Сфера – это поверхность, состоящая из всех точек пространства, расположенных на данном расстоянии (R) от данной точки (C).

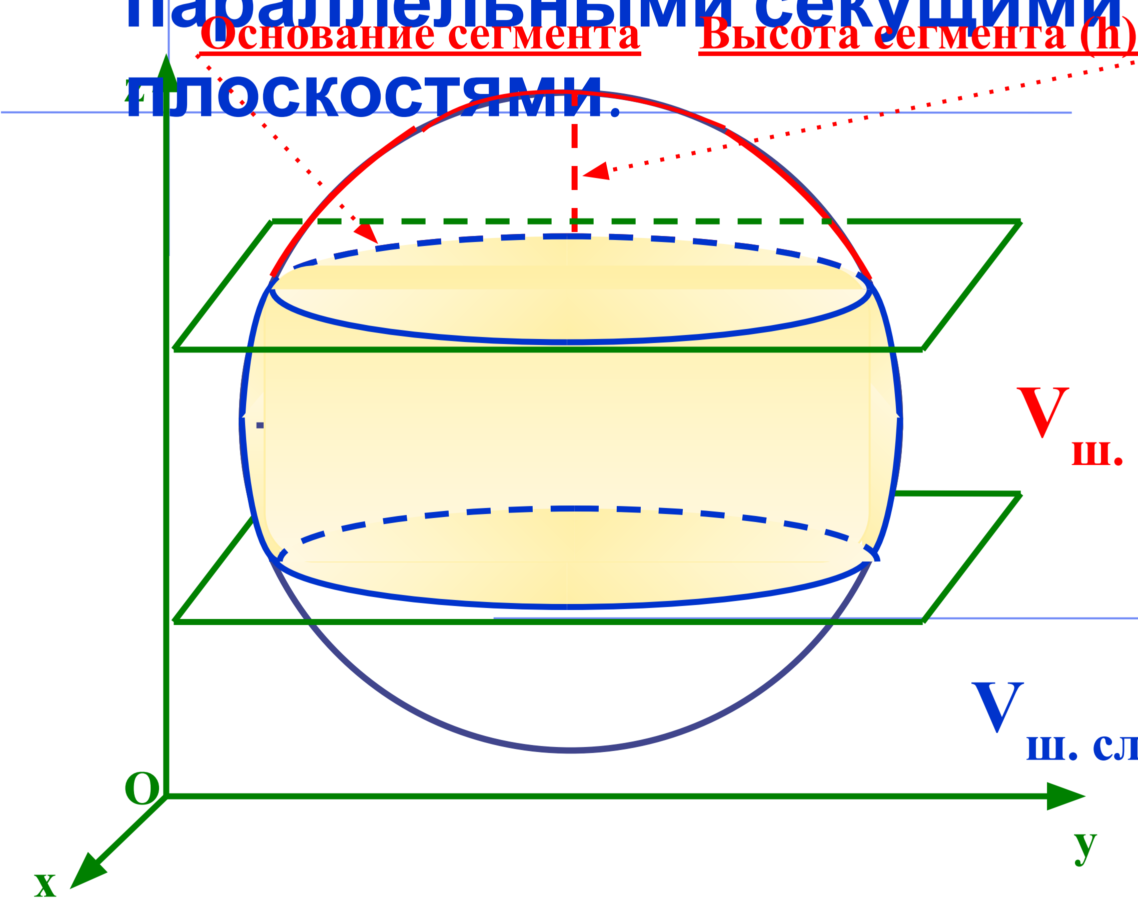
Шар – это тело, ограниченное сферой.



Объём шара, шарового сегмента и шарового слоя

Шаровой сегмент – это часть шара, отсекаемая от него какой-нибудь плоскостью.

Шаровой слой – это часть шара, заключённая между двумя параллельными секущими плоскостями.



$$V_{шара} = {}^{4}/_{3}\Pi R^3$$

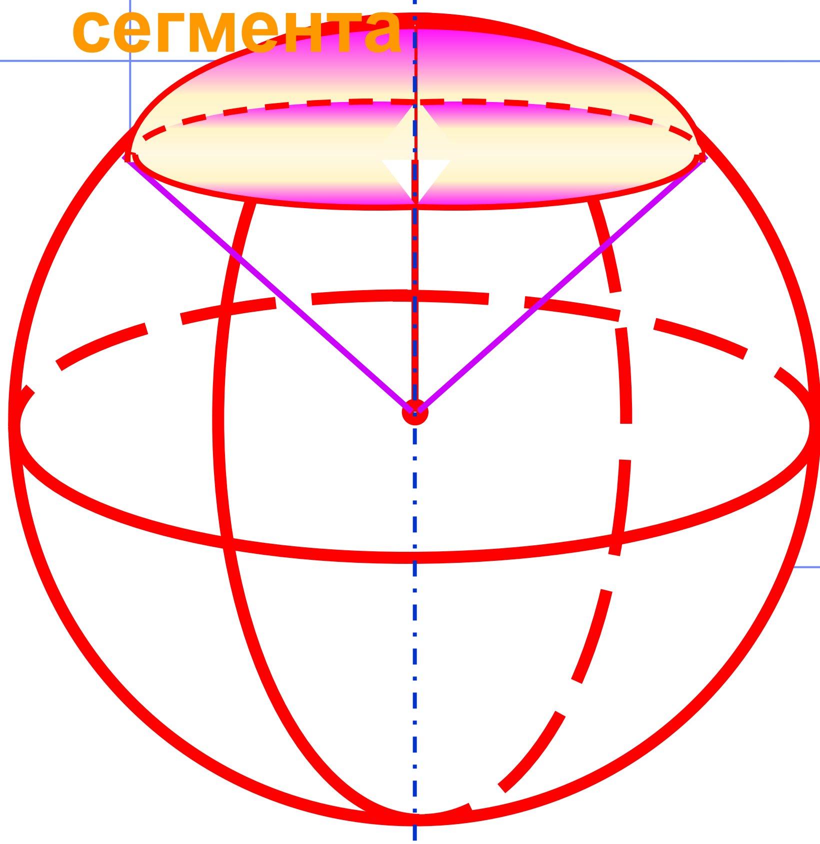
$$V_{ш.\ Сегмента} = \Pi h^2(R - {}^{1}/_{3}h)$$

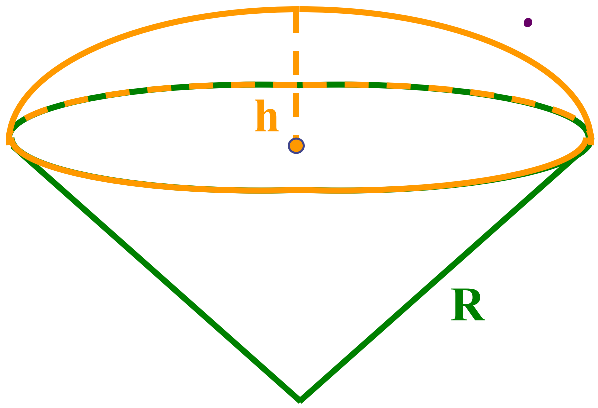
$$V_{ш.\ слоя} = V_{ш.сег.1} - V_{ш.сег.2}$$

Объём шарового сектора

Шаровой сектор – это тело, полученное вращением кругового сектора, с углом, меньшим 90°, вокруг прямой, содержащей один из ограничивающих круговой сектор радиусов.

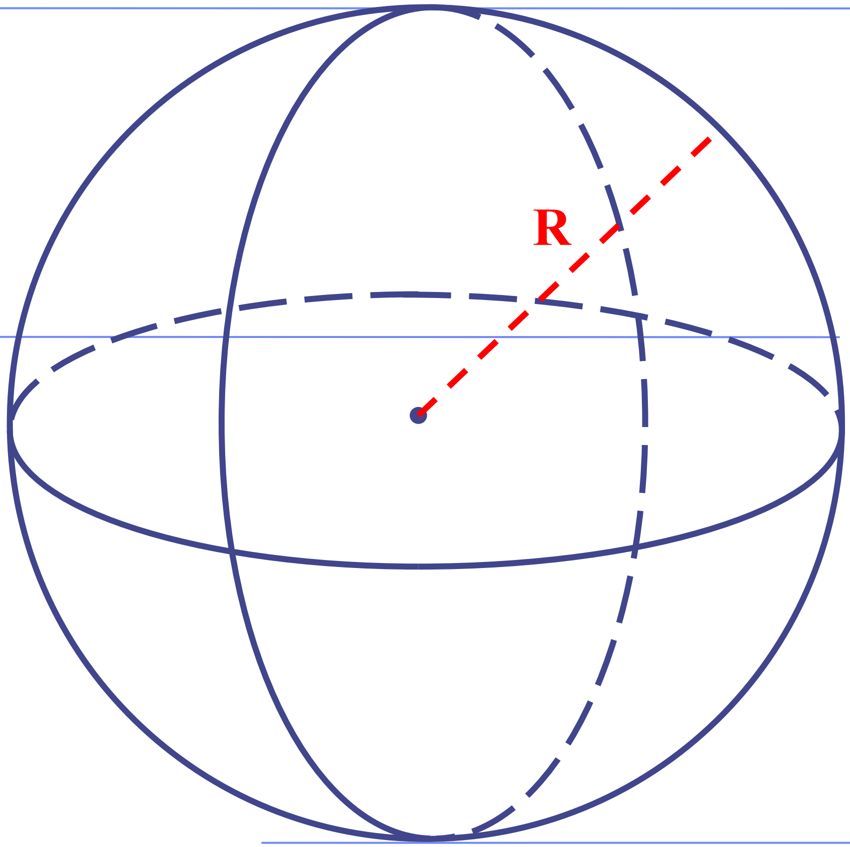
Шаровой сектор состоит из шарового сегмента и конуса.





$$V_{\text{ш. сектора}} = {}^{2}/_{3}\Pi R^{2} h$$

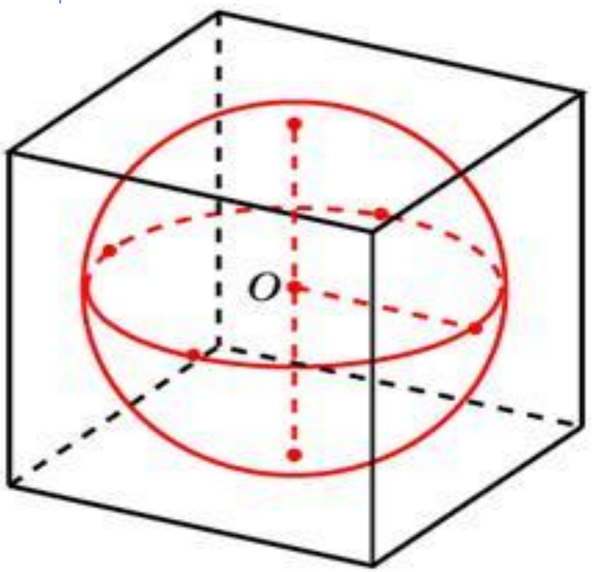
Площадь сферы



$$S_{сферы} = 4ПR^2$$

ЕГЭ: В11

В куб с ребром 3 вписан шар. Найдите объем этого шара, деленный на π



Решение.

Радиус вписанного в куб шара равен половине длины ребра:

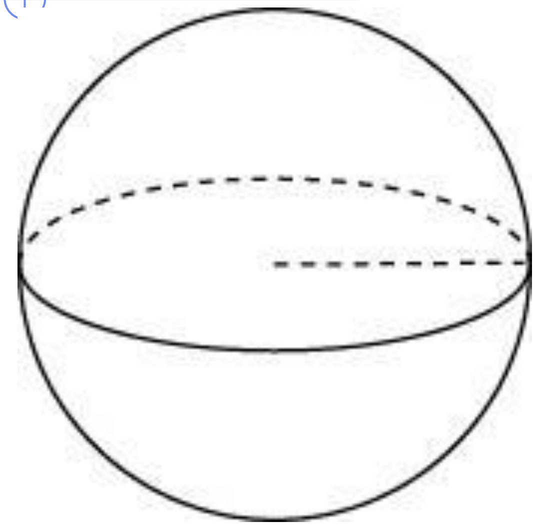
$$r = \frac{a}{2} = \frac{3}{2}$$

Тогда объем шара

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{9}{2}\pi$$

Ответ: 4,5.

B11 **Во сколько раз увеличится объем шара, если его радиус увеличить в три раза?**



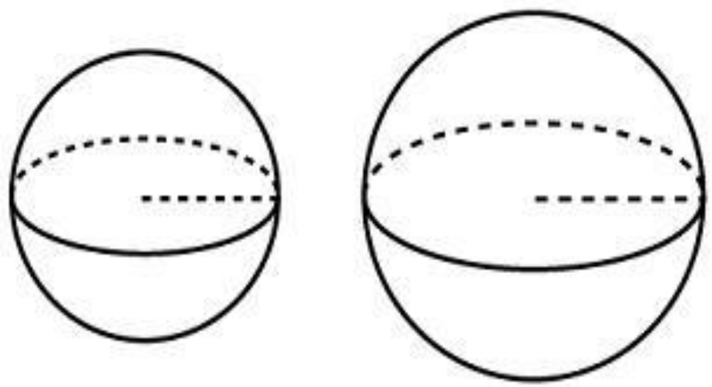
Решение:
Объем шара радиуса r равен

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

При увеличении радиуса втрое, объем шара увеличится в *27* раз.

Ответ: 27.

B11 **Радиусы двух шаров равны *6, 8*. Найдите радиус шара, площадь поверхности которого равна сумме площадей их поверхностей.**



Решение.

Из условия

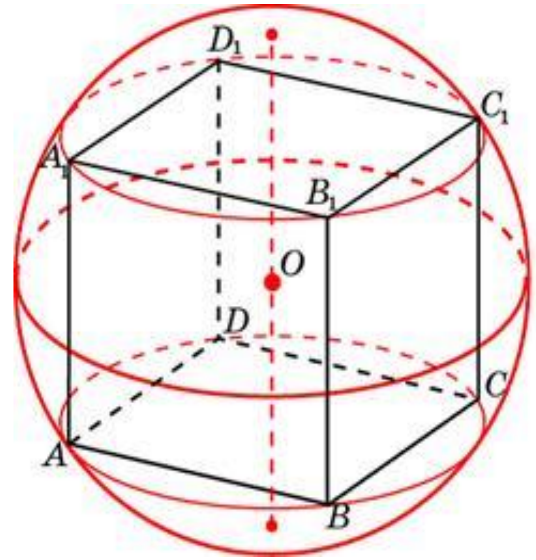
$$S_3 = S_1 + S_2$$

найдем, что радиус такого шара

$$R_3{}^2 = R_1^2 + R_2^2 \Rightarrow R_3 = \sqrt{R_1^2 + R_2^2} = 10$$

Ответ: 10.

B11 Около куба с ребром $\sqrt{3}$ описан шар. Найдите объем этого шара, деленный на π.



Решение.

Радиус описанного шара равен половине диагонали куба:

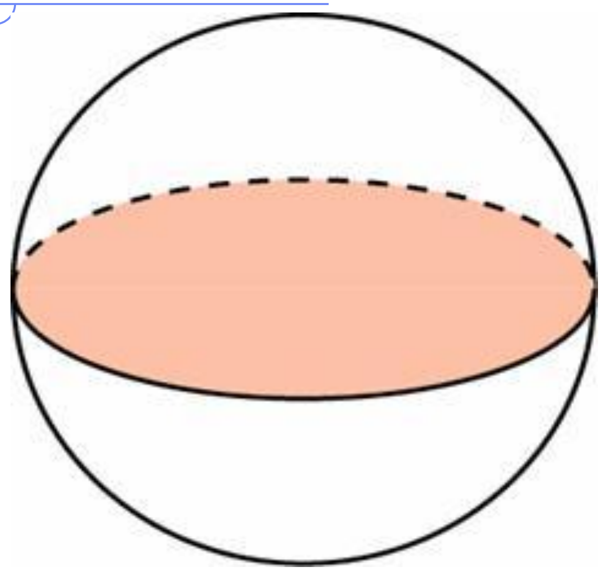
$$R = \frac{1}{2}d = \frac{1}{2}a\sqrt{3} = \frac{1}{2}\sqrt{3}\sqrt{3} = \frac{3}{2}$$

Поэтому объем шара равен $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{9}{2}\pi.$

Тогда $\frac{V}{\pi} = \frac{9}{2} = 4,5.$

Ответ: 4,5.

B11 **Площадь большого круга шара равна** *3*. **Найдите площадь поверхности шара**.

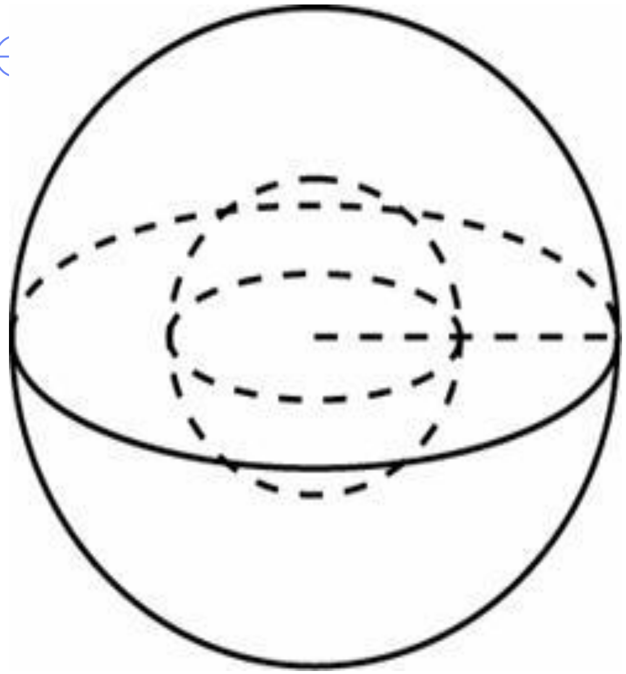


Решение.

Радиус большого круга является радиусом шара. Площадь первого r выражается через радиус как $S_K = \pi r^2$, а площадь поверхности сферы – как $4\Pi R^2$. Видно, что площадь 4 поверхности шара в раза больше площади поверхности большого круга.

Ответ: 12.

B11 **Во сколько раз увеличится площадь поверхности шара, если радиус шара увеличить в 2 раза?**

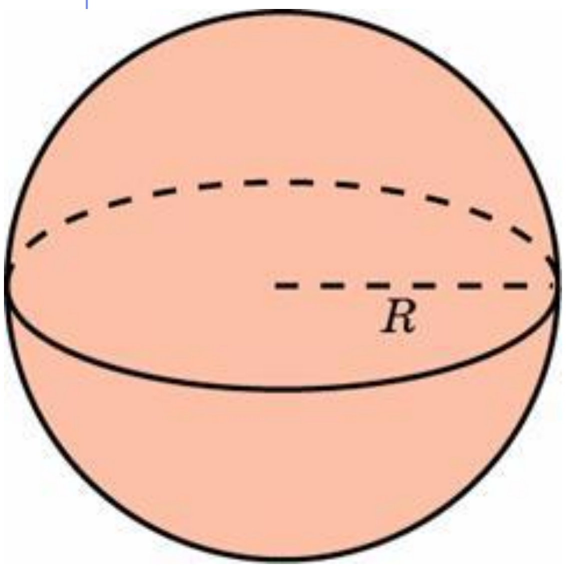


Решение. Площадь поверхности шара выражается через его радиус r как $S = 4\pi r^2$, поэтому при увеличении радиуса вдвое площадь увеличится в 4 раза.

Ответ: 4.

B11

Объем шара равен 288π. Найдите площадь его поверхности, деленную на π.



Решение.

Объем шара радиуса R

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$, откуда

$$R = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 288}{4}} = 6$$

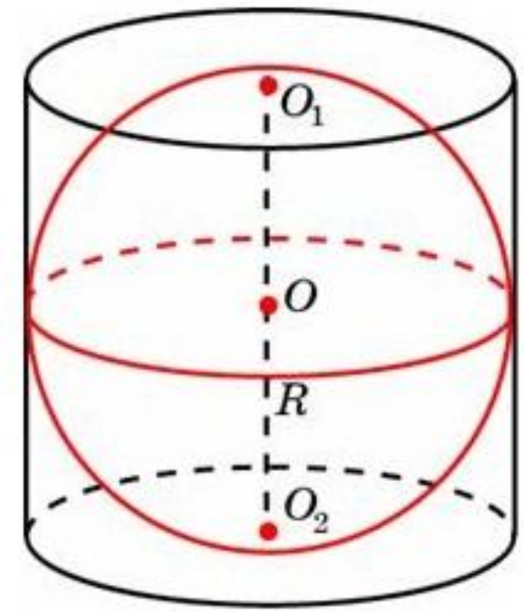
Площадь его поверхности:

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi 6^2 = 144\pi$$

Ответ: 144.

B11

Около шара описан цилиндр, площадь поверхности которого равна *18*. Найдите площадь поверхности шара.



Решение.

По построению радиусы шара и основания цилиндра равны. Площадь цилиндра, описанного вокруг шара радиусом r равна

$$S = 2\pi r^2 + 2\pi r 2r = 6\pi r^2$$

Площадь поверхности шара радиусом r равна $S = 4\pi r^2$, то есть в *1,5* раза меньше первой. Площадь поверхности шара тогда равна *12*.

Ответ: 12.