Тема урока: ***Понятие дискретной случайной величины. Закон распределения ДСВ***

План урока:

1. Случайная величина
2. Понятие ДСВ, НСВ.
3. Закон распределения ДСВ.
4. График распределения ДСВ.
5. Ряд распределения, функция распределения ДСВ
6. Свойства функции распределения.
7. Решение задач на ДСВ.

Еськова Ирина Павловна, БУ «Междуреченский агропромышленный колледж», 2019 г.

Случайной называют **величину (СВ)**, принимающую в результате испытаний те или иные возможные значения, наперед неизвестные и зависящие от случайных причин, которые заранее не могут быть учтены.

Обозначение СВ: X, Y, Z и т.д.

или X_i

Обозначение *значений* СВ: $x, y, z, \ldots$

или x_i

Принятие случайной величиной некоторого числового значения $X = x_i$ есть случайное событие, характеризуемое вероятностью $P(X = x_i) = p_i$.

На практике встречаются два основных типа случайных величин:

1. Дискретные случайные величины ***(ДСВ)***;
2. Непрерывные случайные величины ***(НСВ)***.

<u>Случайной величиной</u> называется числовая функция от случайных событий.

<u>Дискретными случайными величинами</u> называются случайные величины, принимающие только отдаленные друг от друга значения, которые можно заранее перечислить.

Законом распределения дискретной случайной величины (ДСВ) называется всякое соотношение ***p(x)*** , устанавливающее связь между возможными значениями случайной величины $x_1, x_2, \ldots, x_n$ и соответствующими им вероятностями $p_1, p_2, \ldots, p_n$.

Закон распределения случайной величины может быть представлен в виде **таблицы**:

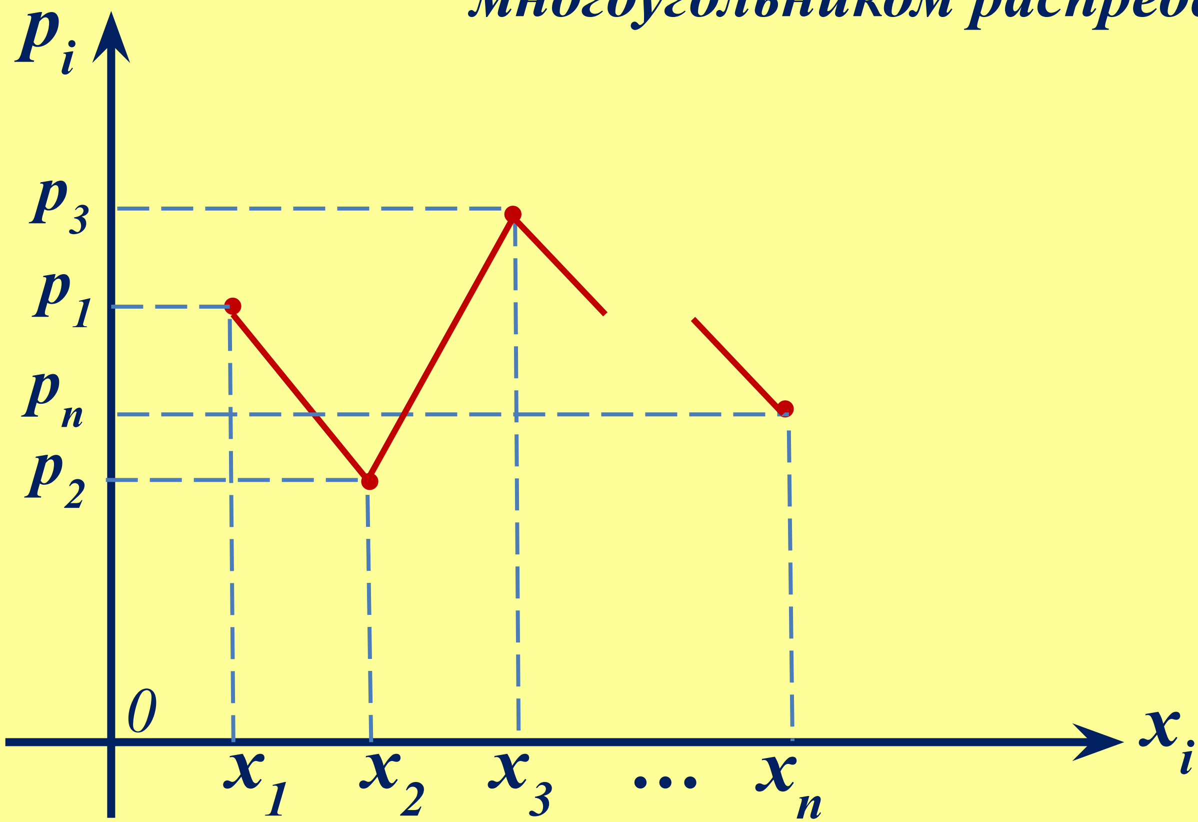
x_i	x_1	x_2	x_3	…	x_n
p_i	p_1	p_2	p_3	…	p_n

Сумма вероятностей всех возможных значений случайной величины равна **единице**, т. е.

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$$

Закон распределения можно изобразить **графически**: по оси абсцисс откладывают возможные значения x_i случайной величины, а по оси ординат – вероятности p_i этих значений.

Построенная ломаная называется ***многоугольником распределения***.



Рядом распределения дискретной случайной величины называют перечень ее возможных значений и соответствующих им вероятностей. **Функцией распределения** дискретной случайной величины называют функцию: $F(x) = P(X < x)$, определяющую для каждого значения аргумента x вероятность того, что случайная величина X примет значение, меньшее этого x.

Свойства функции распределения:

1^0. $0 \leq F(x) \leq 1$.

2^0. $F(x)$ – неубывающая функция, т.е. $F(x_2) \geq F(x_1)$, если $x_2 > x_1$.

3^0. Вероятность того, что случайная величина примет значение, заключенное в интервале $[a, b)$:

$P(a \leq x \leq b) = F(b) - F(a)$.

4^0. Если возможные значения случайной величины принадлежат интервалу (a, b), то

$F(x) = 0$ при $x \leq a$; $F(x) = 1$ при $x \geq b$.

№1. Охотник, имеющий 4 патрона, стреляет по дичи до первого попадания или расходования всех патронов. Вероятность попадания при первом выстреле равна *0,7*, при каждом следующем выстреле уменьшается на *0,1*. Составить закон распределения числа патронов, израсходованных охотником. Изобразите закон графически.

<u>Решение</u>. Случайная величина *X* – число патронов, израсходованных охотником, может принимать значения 1, 2, 3, 4.

A_i - “попадание при *i* – ом выстреле”, $i = \overline{1;4}$;
$\overline{A_i}$ - “промах при *i* – ом выстреле”, причем события A_i и $\overline{A_i}$ - попарно независимы.

$$p(A_1) = 0,7; \; p(\overline{A_1}) = 1 - p(A_1) = 0,3;$$

$$p(A_2) = 0,6; \; p(\overline{A_2}) = 1 - p(A_2) = 0,4;$$

$$p(A_3) = 0,5; \; p(\overline{A_3}) = 1 - p(A_3) = 0,5;$$

$$p(A_4) = 0,4; \; p(\overline{A_4}) = 1 - p(A_4) = 0,6;$$

По теореме *умножения для независимых событий* и теореме *сложения для несовместных событий:*

$p_1 = P(X = 1) = p(A_1) = 0{,}7$ - охотник попал в цель с первого выстрела;

$p_2 = P(X = 2) = p(\overline{A_1})\cdot p(A_2) = 0{,}3\cdot 0{,}6 = 0{,}18$ - охотник попал в цель со второго выстрела;

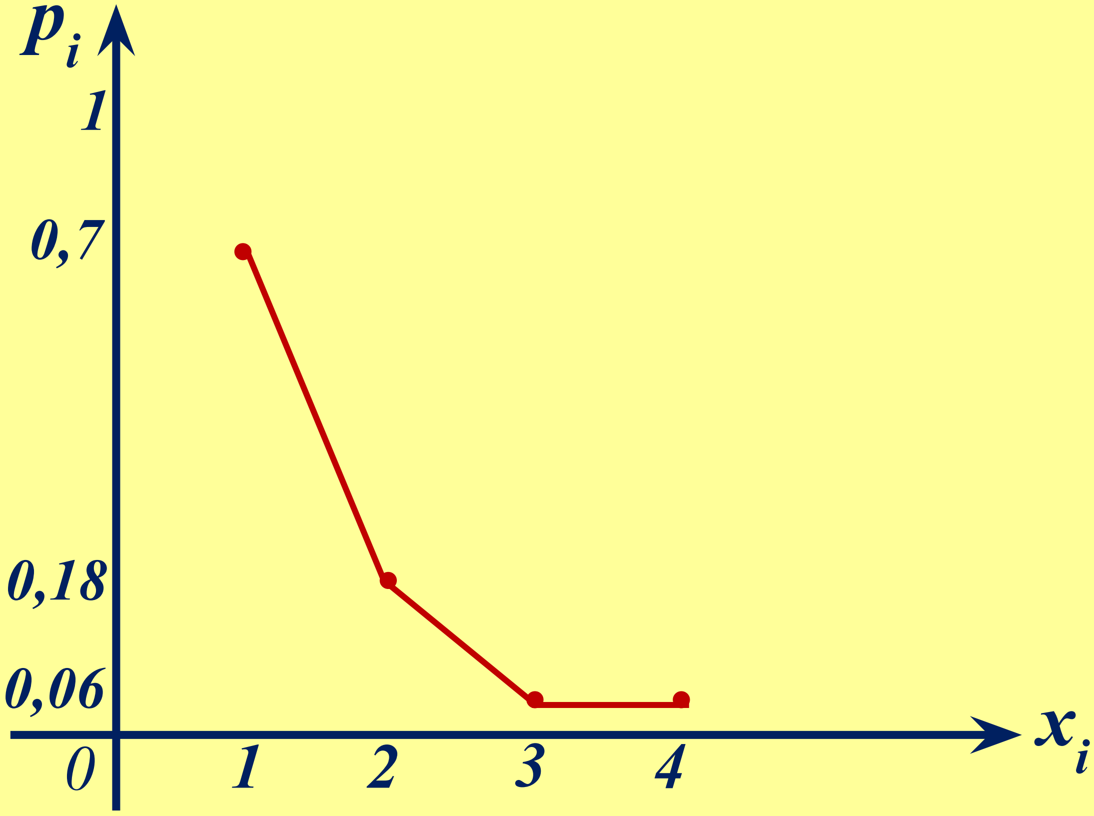
$p_3 = P(X = 3) = p(\overline{A_1})\cdot p(\overline{A_2})\cdot p(A_3)=0{,}3\cdot 0{,}4\cdot 0{,}5=\ldots$- охотник попал в цель с третьего выстрела;

$p_4 = P(X=4)=p(\overline{A_1})\cdot p(\overline{A_2})\cdot p(\overline{A_3})\cdot p(A_4) + p(\overline{A_1})\cdot p(\overline{A_2})\cdot p(\overline{A_3})\cdot p(\overline{A_4})=$
$= \ldots$ - охотник попал в цель с четвертого выстрела, либо промахнулся все четыре раза.

Проверка: $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 0{,}7 + 0{,}18 + 0{,}06 + 0{,}06 = \ldots$
- верно.

Таким образом, закон распределения случайной величины X имеет вид:

x_i	1	2	3	4
p_i	0,7	0,18	0,06	0,06



№2. Рабочий обслуживает три станка. Вероятность того, что в течение часа первый станок не потребует регулировки – ***0,9***, второй–***0,8***, третий–***0,7***. Составить закон распределения числа станков, которые в течение часа потребуют регулировки. Изобразите закон графически.

Решение. **Случайная величина** X **– число станков, которые в течение часа потребуют регулировки,может принимать значения**

0,1, 2, 3.

A_i - “i – ый станок в течение часа не потребует регулировки”, $i=\overline{1;3}$;

$\overline{A_i}$ - “i – ый станок в течение часа потребует регулировки”, $i=\overline{1;3}$.

Станки работают независимо друг от друга, т. е.события A_i и $\overline{A_i}$ - попарно независимы.

Согласно условию задачи имеем:

$p(A_1) = 0,9;\ p(\overline{A_1}) = 1 -\ p(A_1) = \ldots;$

$p(A_2) = 0,8;\ p(\overline{A_2}) = 1 -\ p(A_2) = \ldots;$

$p(A_3) = 0,7;\ p(\overline{A_3}) = 1 -\ p(A_3) = \ldots;$

Пользуясь теоремой умножения для независимых событий и теоремой сложения для несовместных событий, находим:

$p_1 = P(X=0) = p(A_1) \cdot p(A_2) \cdot p(A_3) = 0{,}9 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}7 = 0{,}504$ -

- в течение часа все три станка не потребуют регулировки;

$p_2 = P(X=1) = p(A_1) \cdot p(\overline{A_2}) \cdot p(\overline{A_3}) + p(\overline{A_1}) \cdot p(\overline{A_2}) \cdot p(A_3) + p(\overline{A_1}) \cdot p(A_2) \cdot p(\overline{A_3}) = = \ldots$

- в течение часа какие-либо 2 станка потребуют регулировку;

$p_3 = P(X=2) = p(A_1) \cdot p(A_2) \cdot p(\overline{A_3}) + p(A_1) \cdot p(\overline{A_2}) \cdot p(A_3) + p(\overline{A_1}) \cdot p(A_2) \cdot p(A_3) = = \ldots$

- в течение часа только 1 станок потребует регулировки;

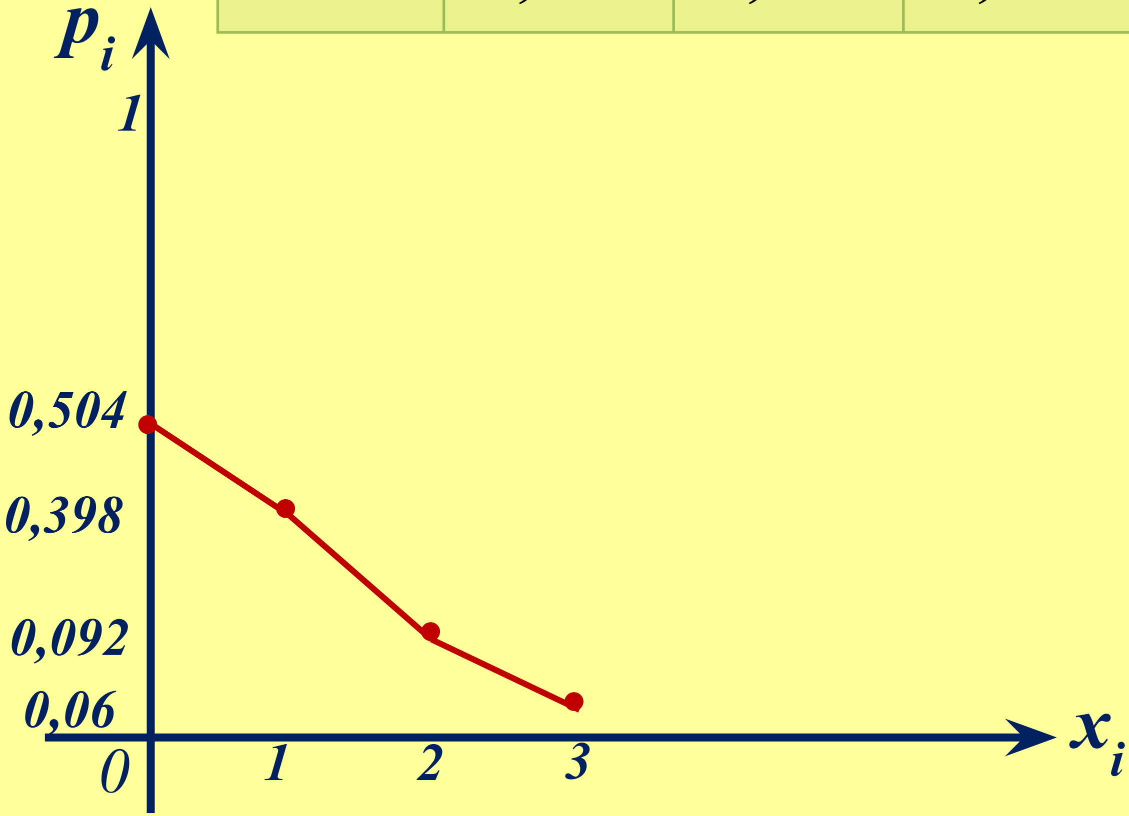
$p_4 = P(X=3) = p(\overline{A_1}) \cdot p(\overline{A_2}) \cdot p(\overline{A_3}) = \ldots$ -

- в течение часа все три станка потребуют регулировку;

Проверка: $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 0{,}504 + 0{,}398 + 0{,}092 + 0{,}006 = 1$ - верно

Таким образом, закон распределения случайной величины X имеет вид:

x_i	0	1	2	3
p_i	0,504	0,398	0,092	0,06



№4. Вероятность того, что покупатель совершит покупку в магазине, 0,4. Составить закон распределения случайной величины Х— числа покупателей, совершивших покупку, если магазин посетило 4 покупателя.

Решение. **Случайная величина *Х* – числа покупателей, совершивших покупку, может принимать значения 0, 1, 2, 3, 4.**

Для нахождения соответствующих им вероятностей введем события:

$\boldsymbol{A_i}$ - "i – ый покупатель совершил покупку", $i = \overline{0;4}$;

$\boldsymbol{\overline{A_i}}$ - "i – ый покупатель не совершил покупку ", $i = \overline{0;4}$.

$p_1 = P(X = 4) =$ ***все 4 совершили покупки***

$p_2 = P(X = 3) =$ ***3 покупателей совершили покупки***

$p_3 = P(X = 2) =$ ***2 покупателей совершили покупки***

$p_4 = P(X = 1) =$ ***1 покупатель совершил покупки***

$p_5 = P(X = 0) =$ ***0 покупателей совершили покупки***

Проверка: *0,0256 +0,1536 + 0,3456 + 0,3456 + 0,1296 = 1*

Закон распределения случайной величины *X* имеет вид:

x_i	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*
p_i	*0,1296*	*0,1536*	*0,3456*	*0,3456*	*0,0256*

Тема урока: ***Понятие дискретной случайной величины. Закон распределения ДСВ***

План урока:

1. Случайная величина
2. Понятие ДСВ, НСВ.
3. Закон распределения ДСВ.
4. График распределения ДСВ.
5. Ряд распределения, функция распределения ДСВ
6. Свойства функции распределения.
7. Решение задач на ДСВ.

Еськова Ирина Павловна, БУ «Междуреченский агропромышленный колледж», 2019 г.

Автор шаблона
Коровина Ирина Николаевна,
учитель начальных классов
МБОУ «СОШ №9»
г.Сафоново Смоленской области