Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение «Средняя школа №3 города Няндома»

Урок - практикум «Решение задач»

по материалам диагностических работ ЕГЭ – 2016

№1.Решите систему уравнений (задание №13, ЕГЭ, профиль)

$$\begin{cases} \dfrac{2\sin^2 x - 3\sin x + 1}{\sqrt{y}} = 0, \\ y - \cos x = 0. \end{cases}$$

Решение.

ОДЗ: y > 0

1) Из уравнения $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$ находим:

$$\sin x = \frac{1}{2} \quad \text{или} \quad \sin x = 1.$$

2) Пусть $\sin x = \dfrac{1}{2}$, тогда либо $x = \dfrac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z, \Rightarrow y = \cos x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$,

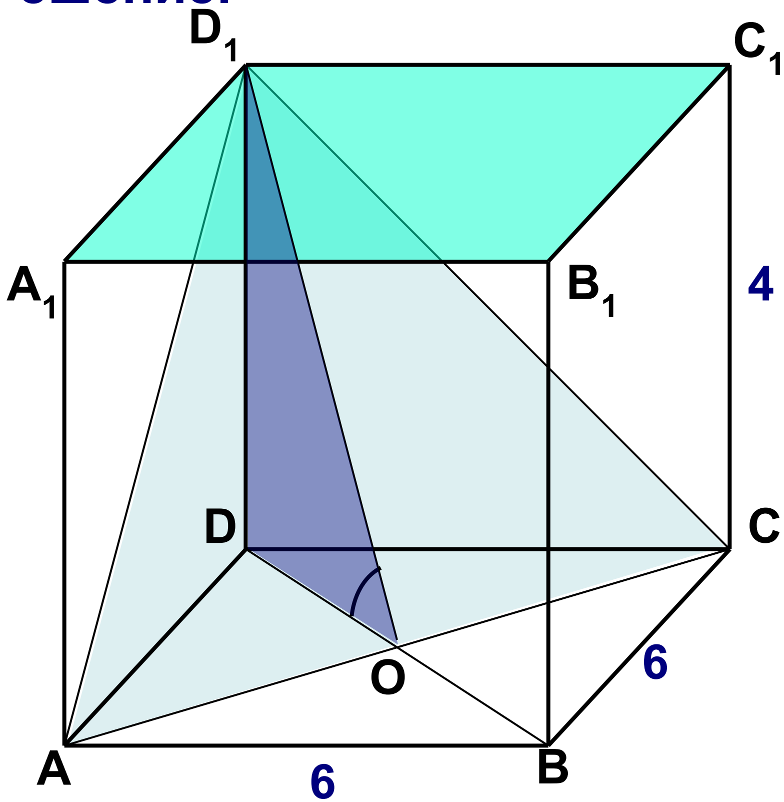
либо $x = \dfrac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z, \Rightarrow y = \cos x = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ (не удовлетворяет ОДЗ).

3) Если $\sin x = 1$, тогда $y = \cos x = 0$ (не удовлетворяет ОДЗ).

Ответ: $\left(\dfrac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in Z; \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

№2. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$, у которого $AB = 6$, $BC = 6$, $CC_1 = 4$, найдите тангенс угла между плоскостями ACD_1 и $A_1B_1C_1$. (Часть задания №14, ЕГЭ, профиль)

Решение.



Ответ: $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

1) Построим плоскость ACD_1.

2) Вместо плоскости $A_1B_1C_1$ возьмем параллельную ей плоскость ABC .

3) ABCD – квадрат, диагонали $AC \cap BD$ в точке O, O – середина AC, $DO \perp AC$.

$$DO = \frac{1}{2}DB = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{AD^2 + DC^2} = 3\sqrt{2}$$

4) $D_1O \perp AC$ (ΔAD_1C- равнобедренный, $AD_1 = D_1C$).

5) Значит, $\angle D_1OD$ — линейный угол искомого угла.

6) ΔD_1DO – прямоугольный ⇒

$$tg\left(\angle DOD_1\right) = \frac{DD_1}{DO} = \frac{4}{3\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

№3. Решите неравенство (задание №15, ЕГЭ, профиль)

$$\left(x+\frac{3}{x}\right)\cdot\left(\frac{\sqrt{x^2-6x+9}-1}{\sqrt{5-x}-1}\right)^2 \geq 4\cdot\left(\frac{\sqrt{x^2-6x+9}-1}{\sqrt{5-x}-1}\right)^2.$$

Решение.

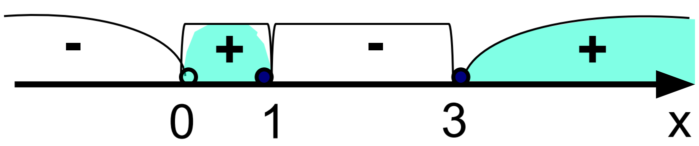
Решение неравенства ищем при условиях: $\begin{cases} x\neq 0, \\ 5-x\geq 0, \\ 5-x\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 0, \\ x\leq 5, \\ x\neq 4. \end{cases}$

Рассмотрим два случая:

1) $\sqrt{x^2-6x+9}=|x-3|=1$ и, значит, x = 2 или x = 4.

Откуда, x = 2 — решение задачи (так как x = 4 не удовлетворяет ОДЗ).

2) $\sqrt{x^2-6x+9}\neq 1$, разделив обе части неравенства на общий множитель получим: $x+\frac{3}{x}\geq 4 \Leftrightarrow \frac{x^2-4x+3}{x}\geq 0 \Leftrightarrow \frac{(x-1)(x-3)}{x}\geq 0 \Rightarrow$



$0<x\leq 1,\ x\geq 3.$

С учетом ограничений получаем:

Ответ: $0<x\leq 1,\ x=2,\ 3\leq x<4,\ 4<x\leq 5.$

№4. Дана трапеция ABCD, основания которой BC=44, AD=100, AB=CD=35. Окружность, касающаяся прямых AD и AC, касается стороны CD в точке К. Найдите длину отрезка СК. (часть задания №16, ЕГЭ, профиль)

Решение.

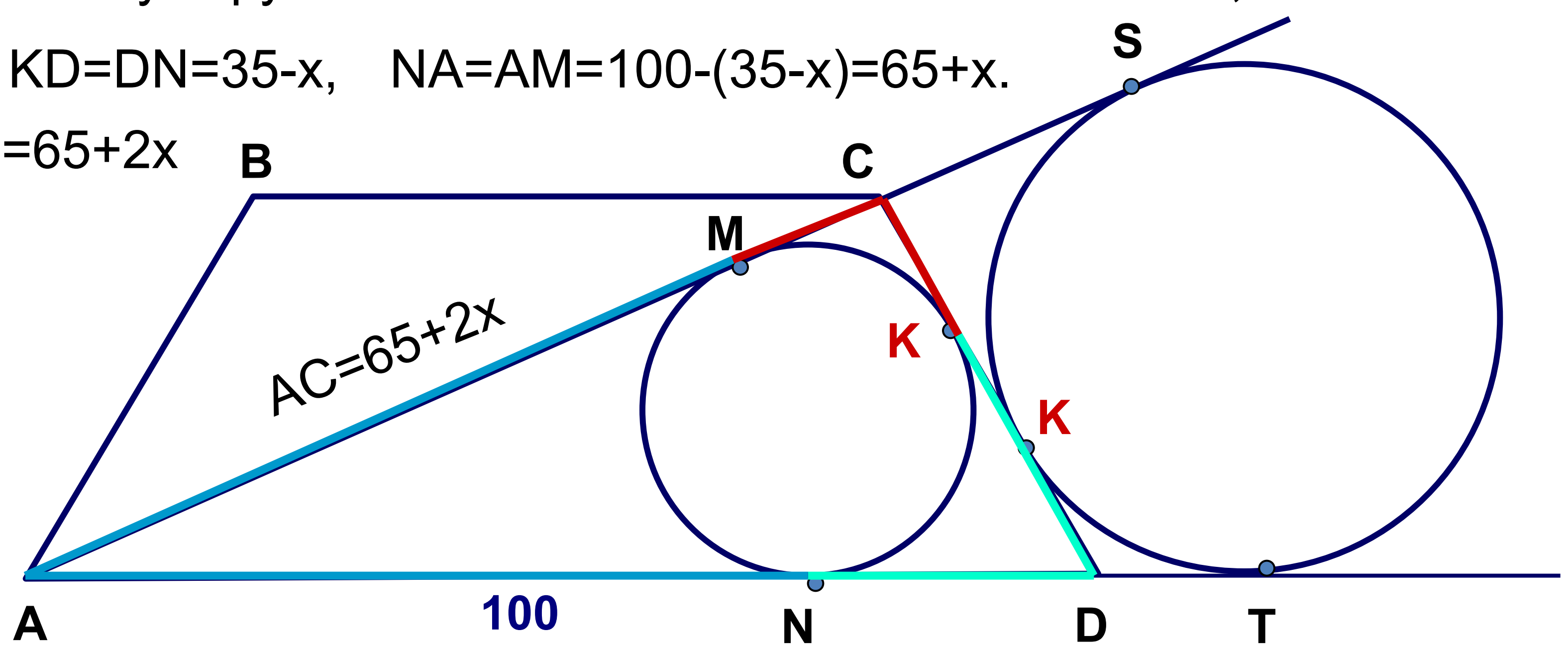
Возможно два случая касания окружности и прямых AD и AC:

внутри трапеции и вне её. Рассмотрим первый случай.

По свойству окружности вписанной в ΔACD: CK=CM=x,

тогда KD=DN=35-x, NA=AM=100-(35-x)=65+x.

⇒ AC=65+2x



Дана трапеция ABCD, основания которой BC=44, AD=100, AB=CD=35. Окружность, касающаяся прямых AD и AC, касается стороны CD в точке K. Найдите длину отрезка CK.

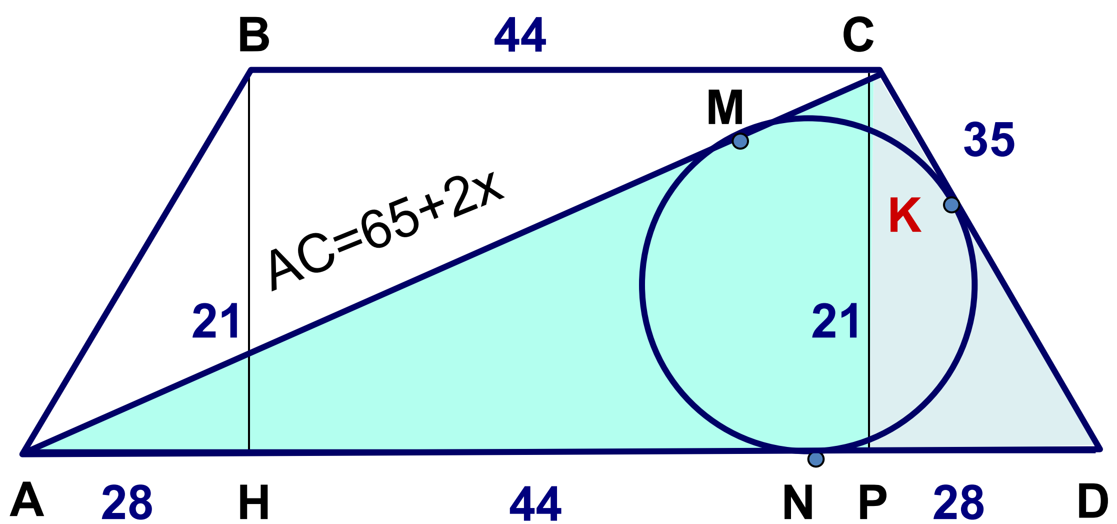
Решение. Из вершин B и C опустим высоты BH и CP на основание AD.

Трапеция равнобедренная, значит BCPH – прямоугольник,

AH=PD=(100-44)/2=28, AN = AH+HN= 28 + 44 = 72.

Δ CPD– прямоугольный, ⇒ $CP = \sqrt{CD^2 - PD^2} = \sqrt{35^2 - 28^2} = 21$

Δ ACP – прямоугольный, ⇒ AC: $AC = \sqrt{AP^2 + PC^2} = \sqrt{72^2 + 21^2} = 75$



Из выражения для AC находим:

65+2x=75, x=5

Итак, для случая внутреннего касания **CK=5**.

Дана трапеция ABCD, основания которой BC=44, AD=100, AB=CD=35. Окружность, касающаяся прямых AD и AC, касается стороны CD в точке K. Найдите длину отрезка CK.

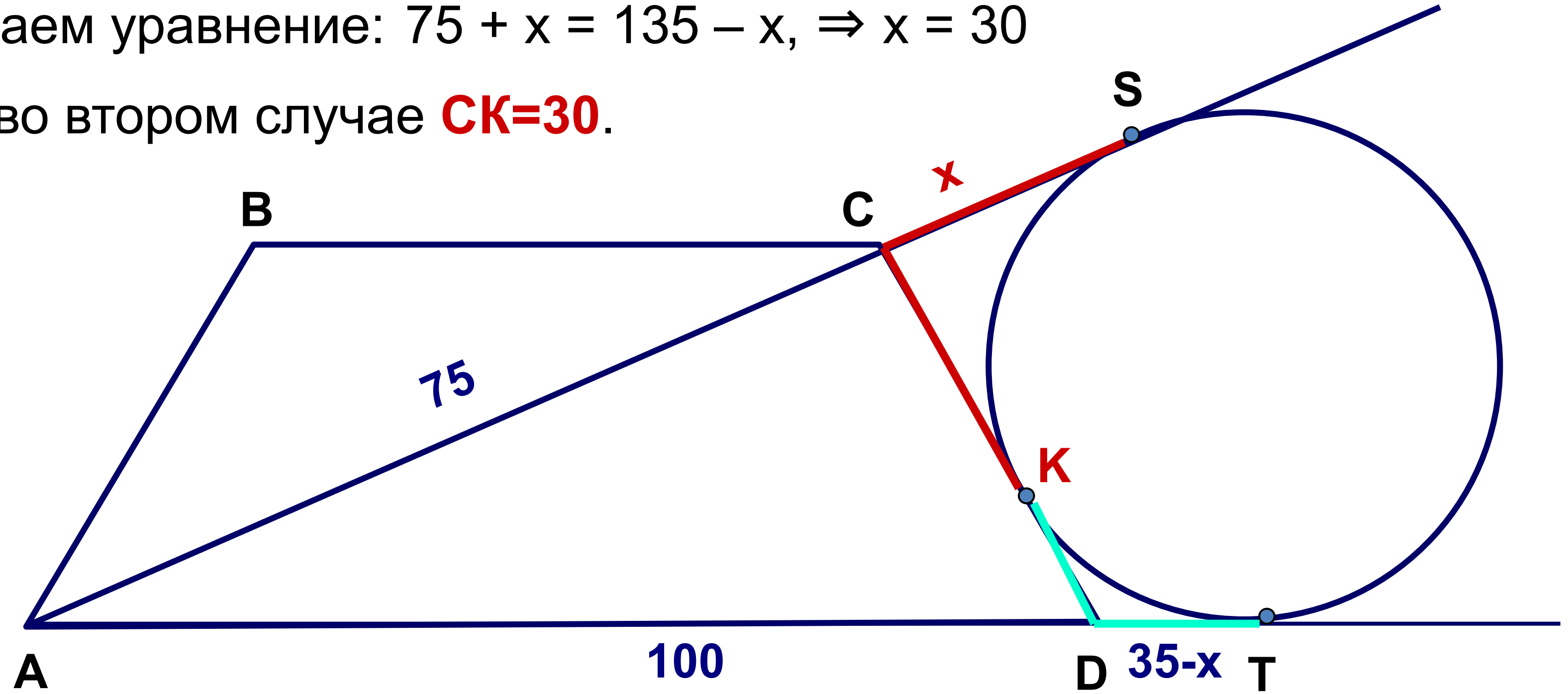
Решение.

Рассмотрим второй случай. Пусть CS=CK=x, тогда KD=DT=35-x,

TA=AS=100+(35-x)=135-x, с другой стороны, AS=AC+CS=AC + x.

Получаем уравнение: $75 + x = 135 - x, \Rightarrow x = 30$

Итак, во втором случае **CK=30**.



Ответ: 5 или 30.

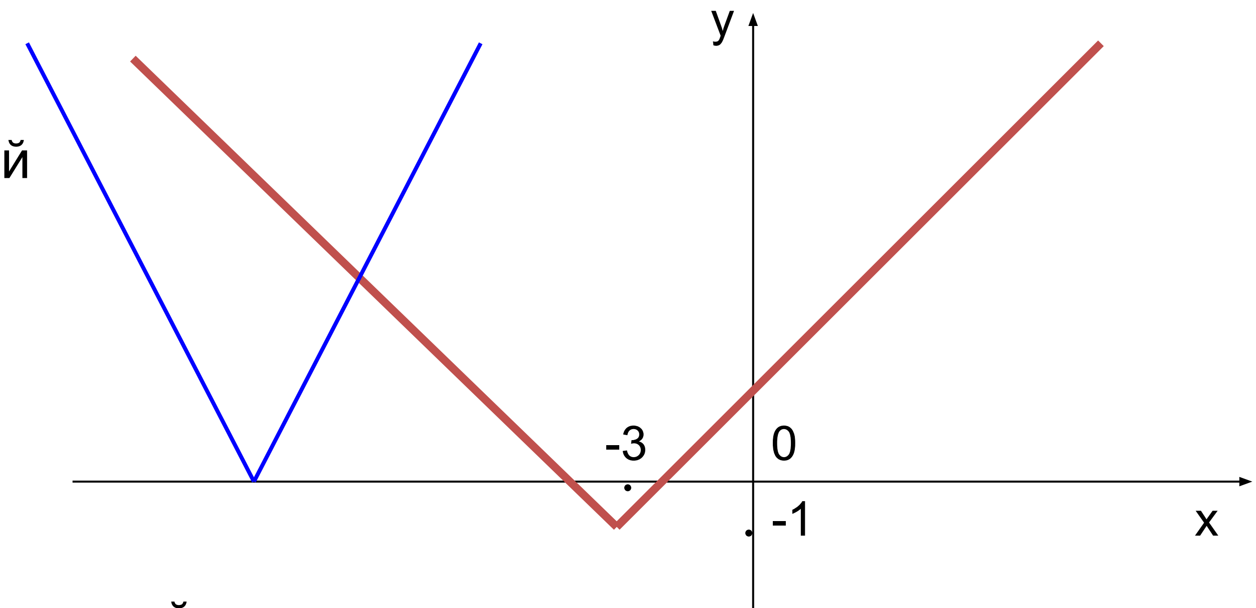
№5. Найдите все значения *а*, при каждом из которых решения неравенства $|2x-a|+1 \le |x+3|$ образуют на числовой прямой отрезок длины 1 (задание №18, ЕГЭ, профиль)

Решение.

Изобразим графики левой и правой частей неравенства

$$|2x-a| \le |x+3|-1$$

Неподвижный «прямой угол» с вершиной в точке (-3; -1), лучи которого направлены вверх.



И сжатый в два раза «прямой угол», лучи которого направлены вверх и двигающийся вдоль оси абсцисс в зависимости от параметра а.

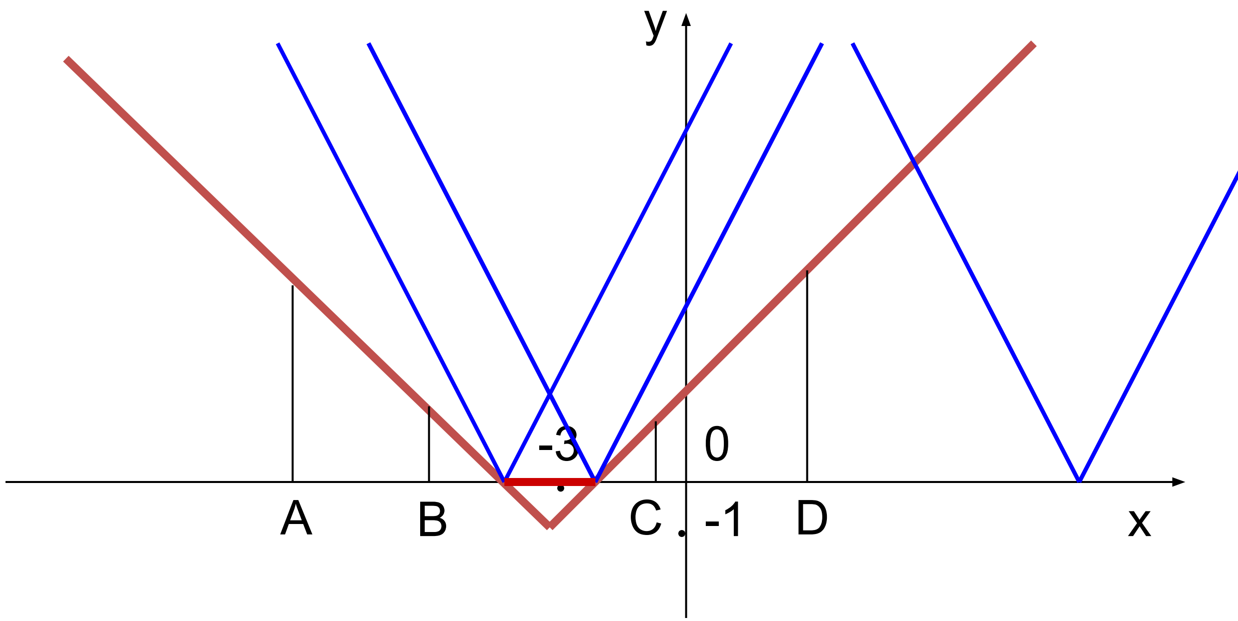
Найдите все значения *а*, при каждом из которых решения неравенства $|2x-a|+1 \le |x+3|$ образуют на числовой прямой отрезок длины 1.

Решение.

$$|2x-a| \le |x+3|-1$$

Заметим, что неравенство не имеет решения при -4<x<-2. (смотри на чертеж!)

Решения образуют отрезок длиной 1, если расстояние между абсциссами точек пересечения графиков равно 1.



IABI=1,и аналогично ICDI=1.

Найдите все значения *a*, при каждом из которых решения неравенства $|2x-a|+1\le|x+3|$ образуют на числовой прямой отрезок длины 1.

Решение.

Раскрывая знак модуля на каждом интервале, получим:

$x\le -4 \Rightarrow$

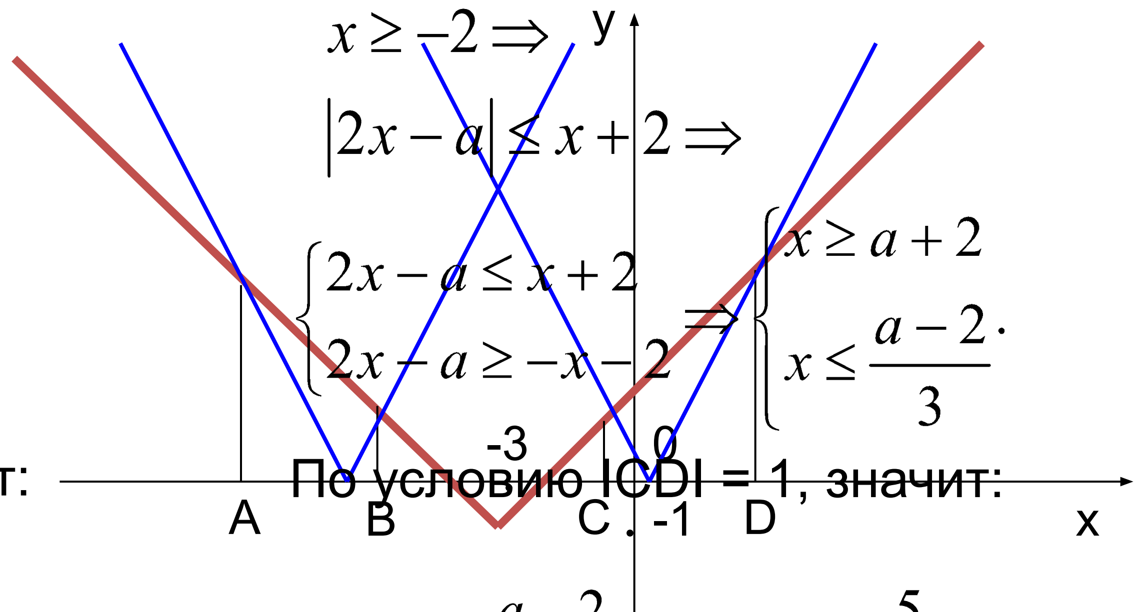
$|2x-a|\le -x-4 \Rightarrow$

$$\begin{cases}2x-a\ge x+4\\ 2x-a\le - \quad -4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\ge a+4\\ x\le \dfrac{a-4}{3}\end{cases}$$

$x\ge -2 \Rightarrow$

$|2x-a|\le x+2 \Rightarrow$

$$\begin{cases}2x-a\le x+2\\ 2x-a\ge -x-2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\ge a+2\\ x\le \dfrac{a-2}{3}\end{cases}.$$



По условию IABI = 1, значит:

$$\frac{a-4}{3}-(a+4)=1,\Rightarrow a=-\frac{19}{2}.$$

По условию ICDI = 1, значит:

$$a+2-\frac{a-2}{3}=1,\Rightarrow a=-\frac{5}{2}.$$

Ответ: $-\dfrac{5}{2}$ $\;и\;$ $-\dfrac{19}{2}$

Литература

Задачи для решения взяты из диагностической работы в форме ЕГЭ для обучающихся 11 класса вариант «без логарифмов». http://www.alexlarin.net

Для создания шаблона презентации использовалась картинка
http://www.box-m.info/uploads/posts/2009-04/1238954029_1.jpg
и шаблон с сайта http://aida.ucoz.ru