

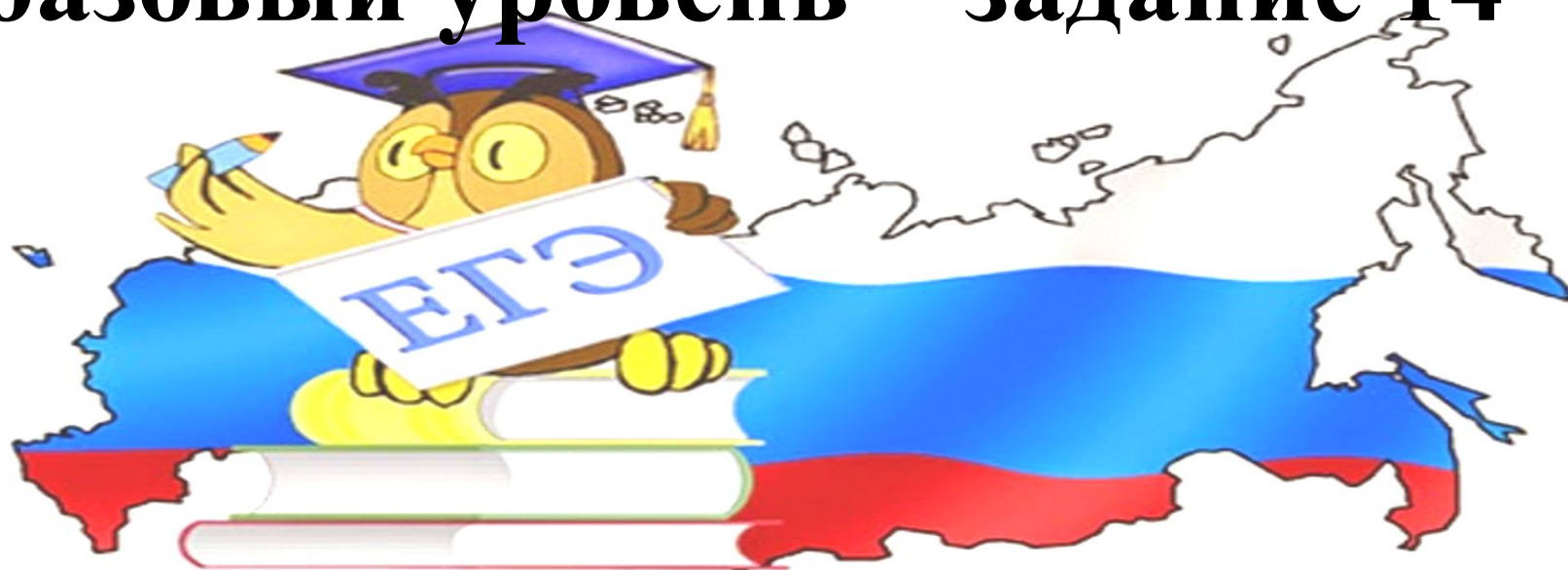


ЕГЭ МАТЕМАТИКА – 2018

профильный уровень-

задание 7,

базовый уровень – задание 14





1. Прямая $y = 6x + 9$
параллельна касательной
к графику функции
 $y = x^2 + 7x - 6$.
Найдите абсциссу точки
касания.



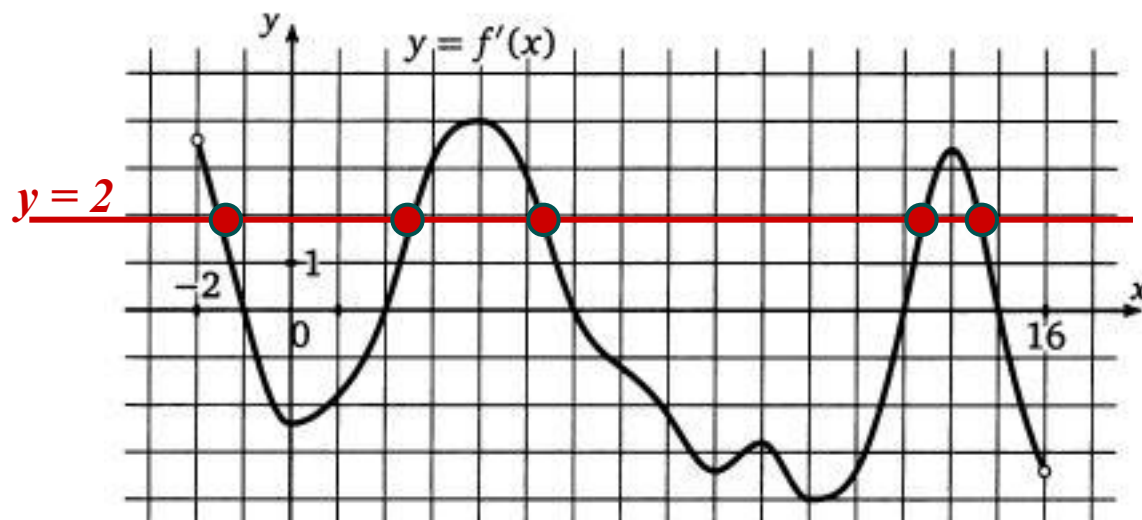


**2. Прямая $y=2x$ является касательной к графику функции $y=x^3+5x^2+9x+3$.
Найдите абсциссу точки касания.**





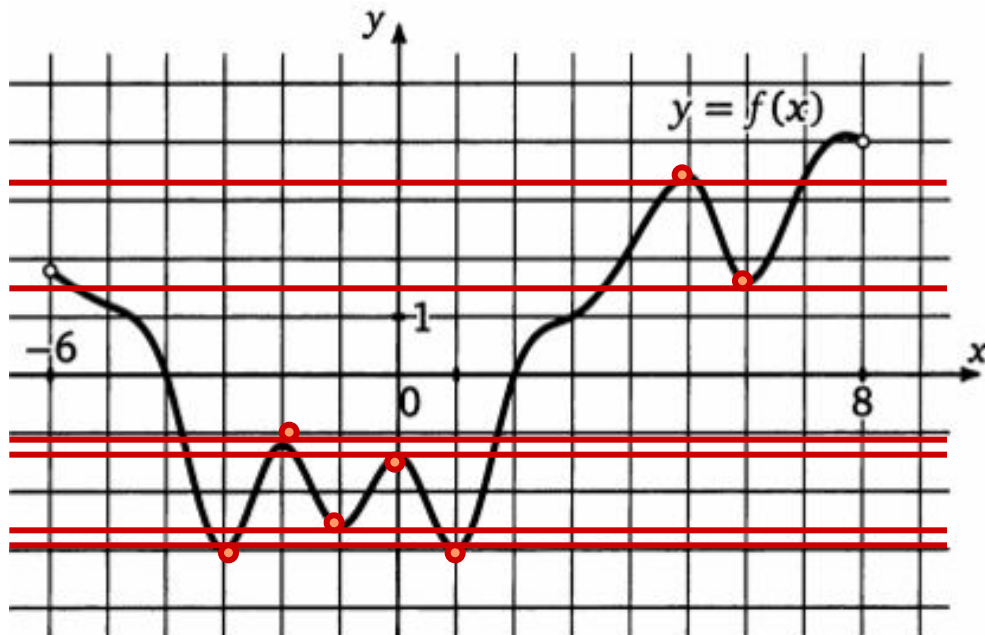
3. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-11; 3)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = 2x - 5$ или совпадает с ней.



Ответ: 5 .



4. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-6; 8)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $y = f(x)$ равна 0.



Ответ: 7.

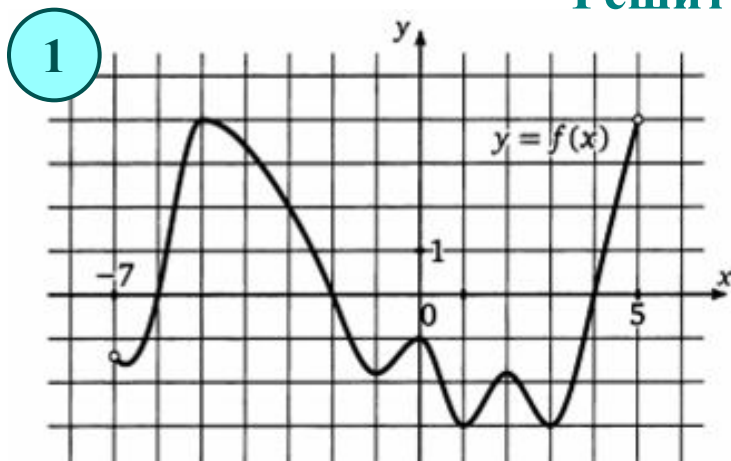
Теоретические сведения.

Производная функции в точке x_0 равна 0 тогда и только тогда, когда касательная к графику функции, проведенная в точке с абсциссой x_0 , горизонтальна. Отсюда следует простой способ решения задачи — приложить линейку или край листа бумаги к рисунку сверху горизонтально и, двигая «вниз», сосчитать количество точек с горизонтальной касательной.

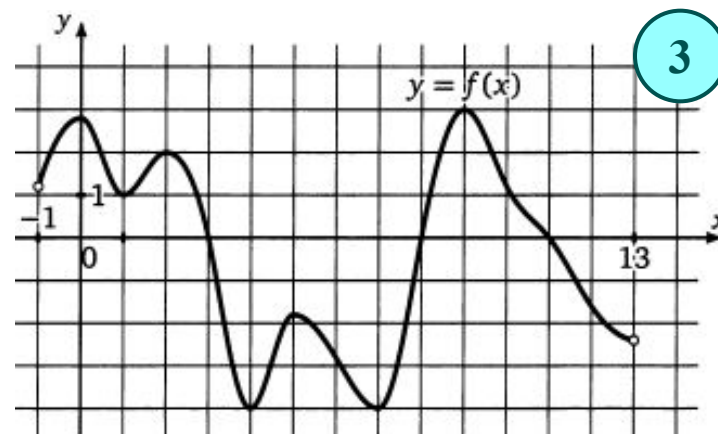


На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(a; b)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $y = f(x)$ равна 0.

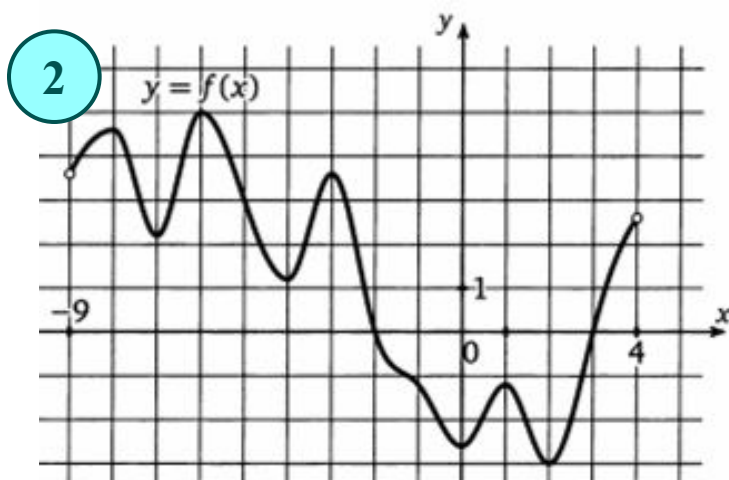
Решите устно!



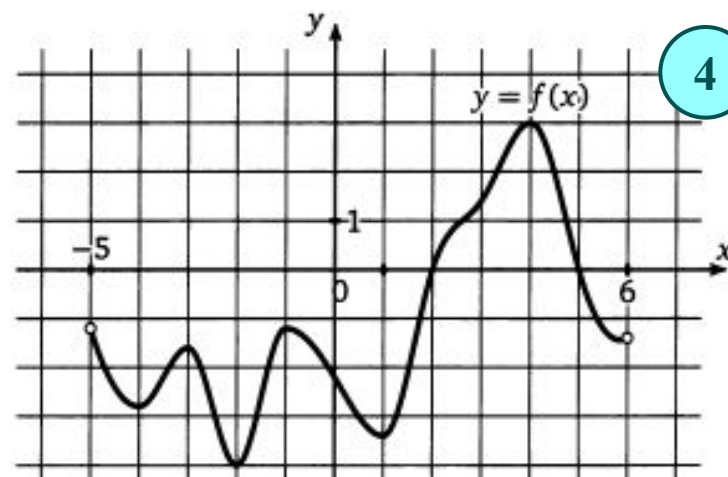
Ответ: 7.



Ответ: 7.



Ответ: 8.

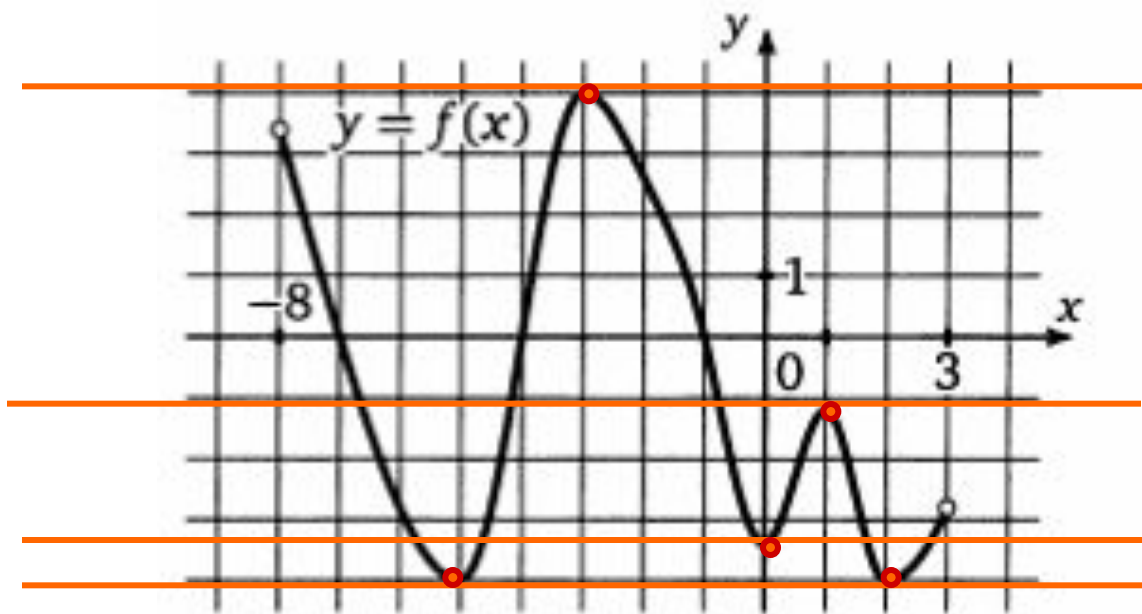


Ответ: 6.





5. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-8; 3)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 8$.

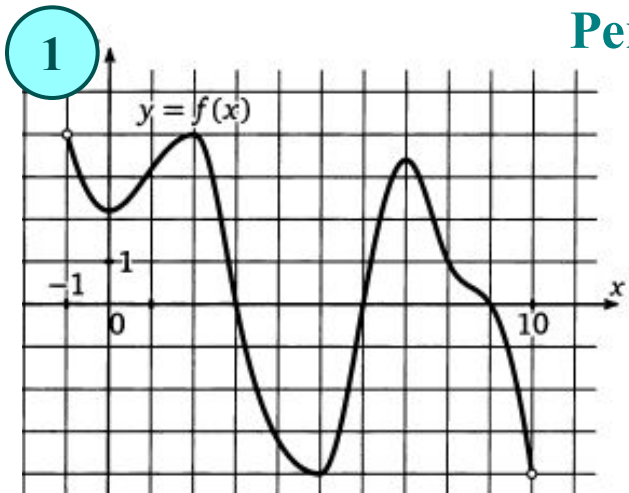


Ответ: 5.

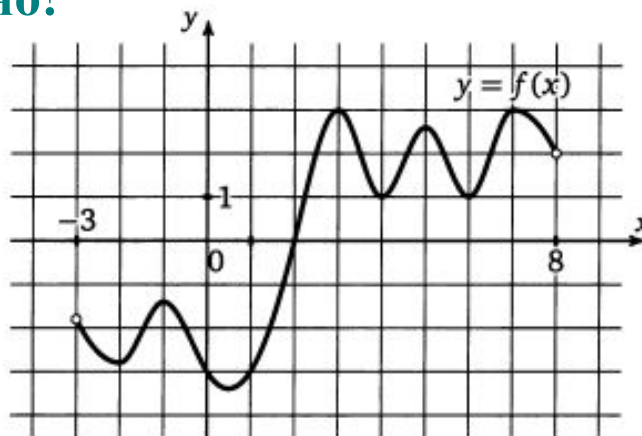


На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(a; b)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = c$.

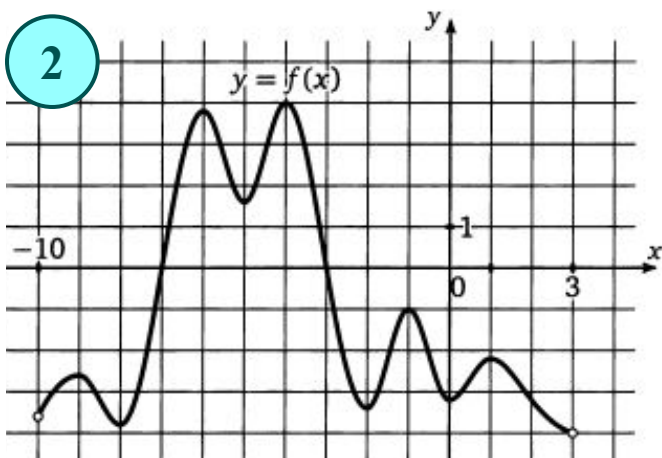
Решите устно!



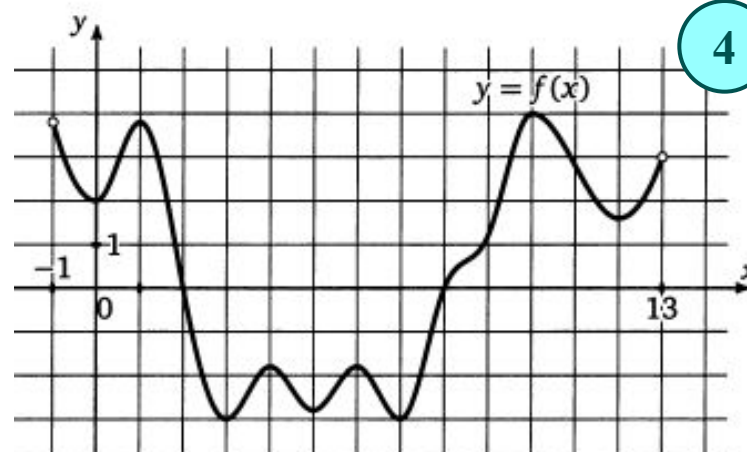
Ответ: 4.



Ответ: 8.



Ответ: 9.

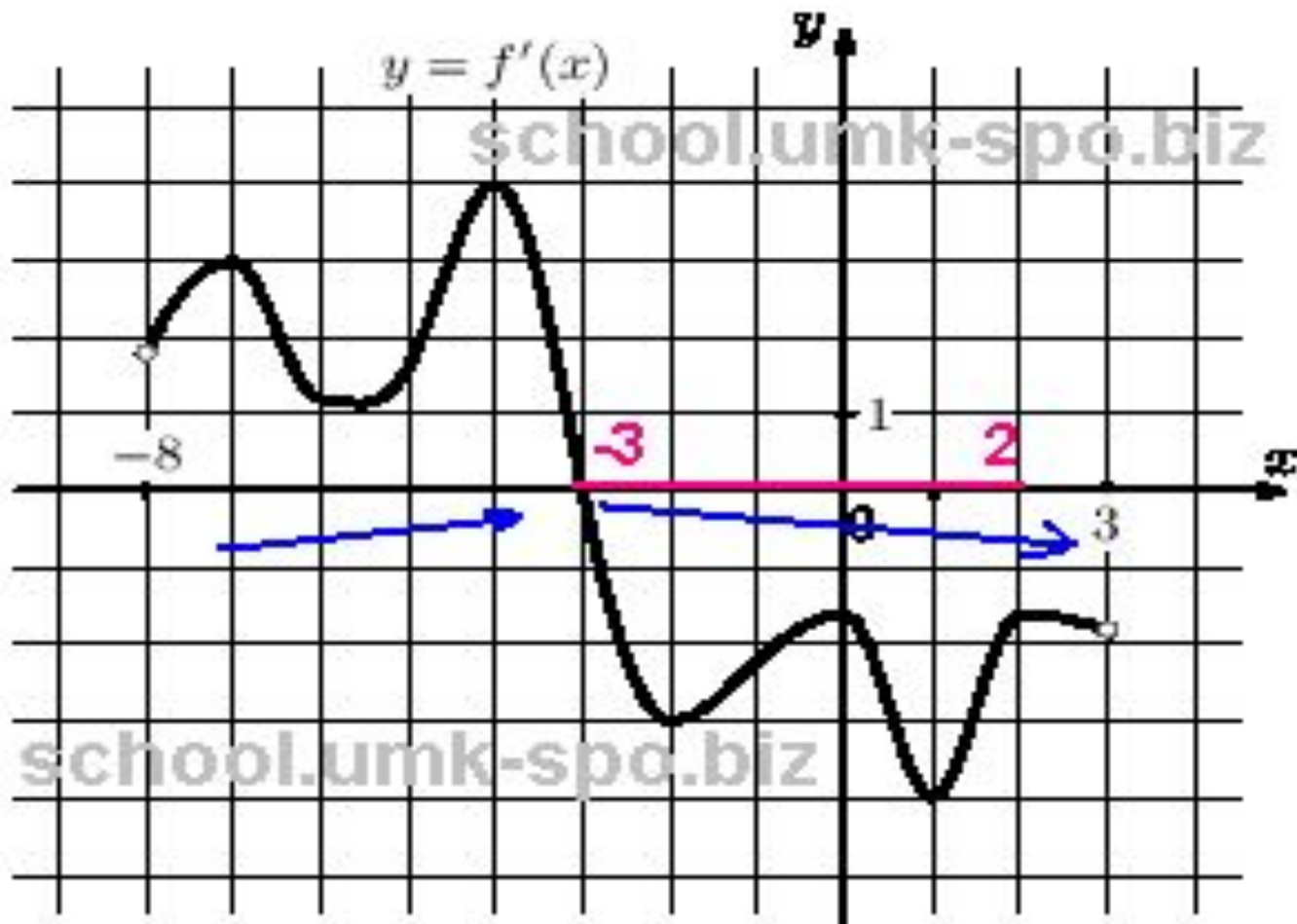


Ответ: 9.



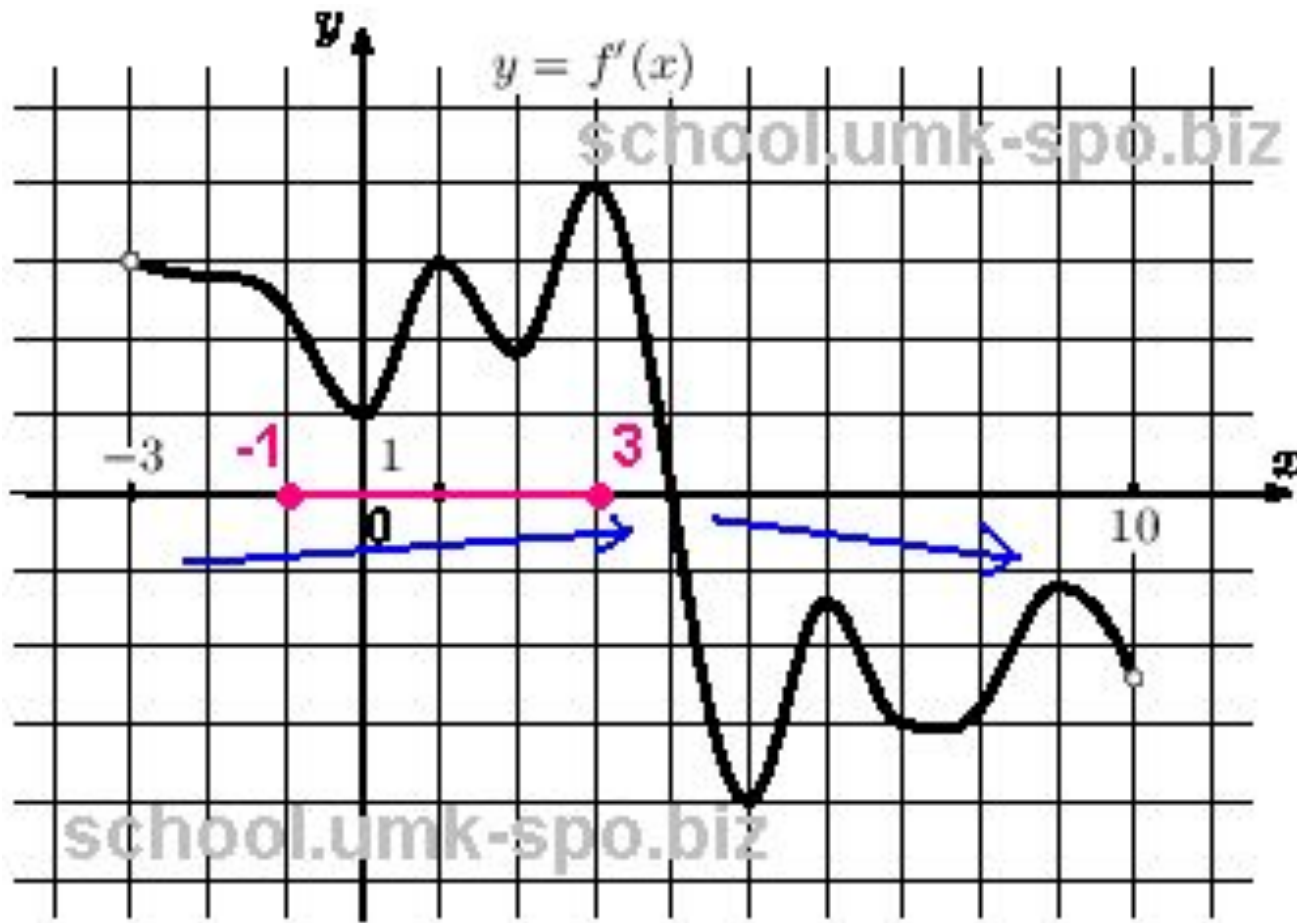


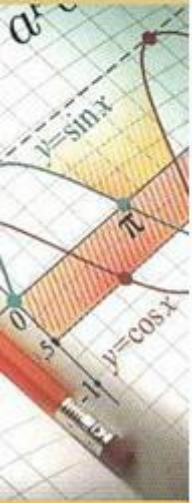
6. На рисунке изображён график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8;3)$. В какой точке отрезка $[-3;2]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?





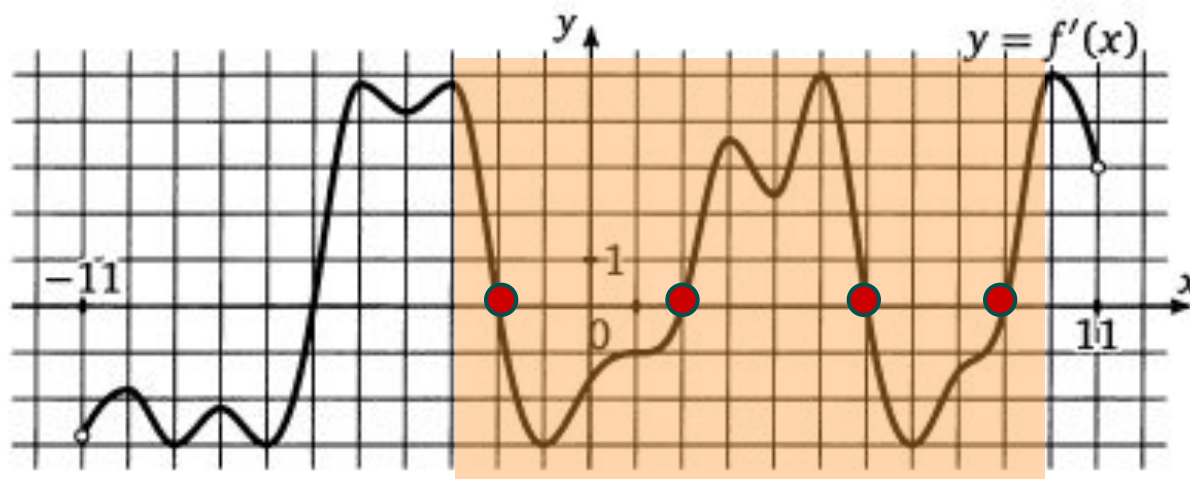
7. На рисунке изображён график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-3;10)$. В какой точке отрезка $[-1;3]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?





8. На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$, определенной на интервале $(x_1; x_2)$. Найдите количество точек экстремума функции $y = f(x)$ на отрезке $[-3; 10]$.

1



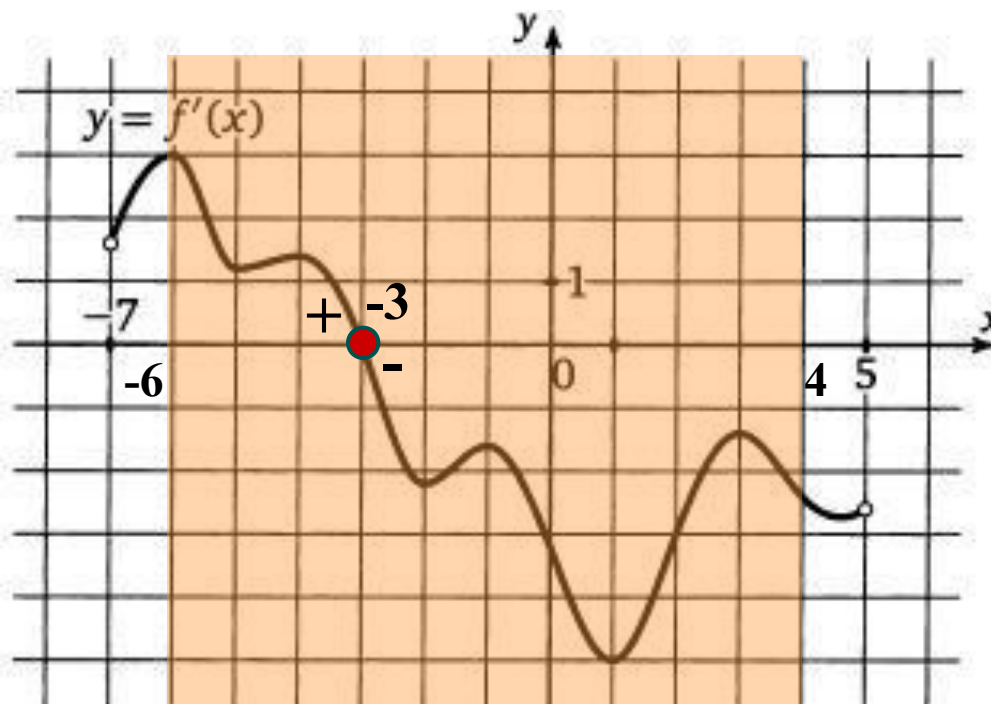
Ответ: 4 .

2





9. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-7; 5)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-6; 4]$.



Решение.

Отметим на рисунке границы отрезка, о котором идет речь в условии задачи.

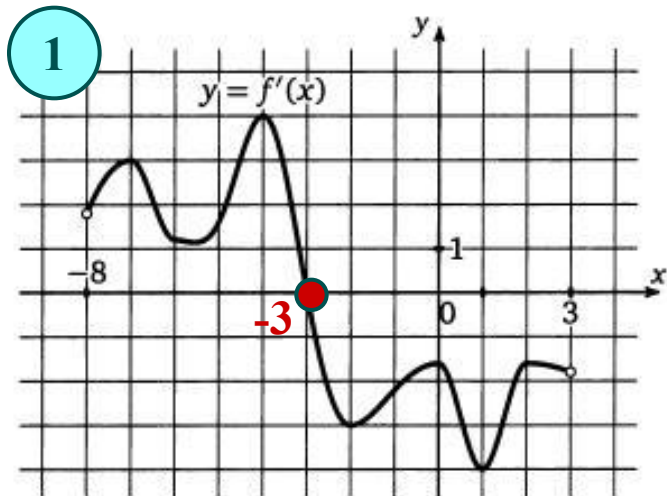
На этом отрезке производная функции один раз обращается в 0 (в точке -3) и при переходе через эту точку меняет знак, откуда ясно, что точка -3 и есть искомая точка экстремума функции на отрезке.

Ответ: -3.

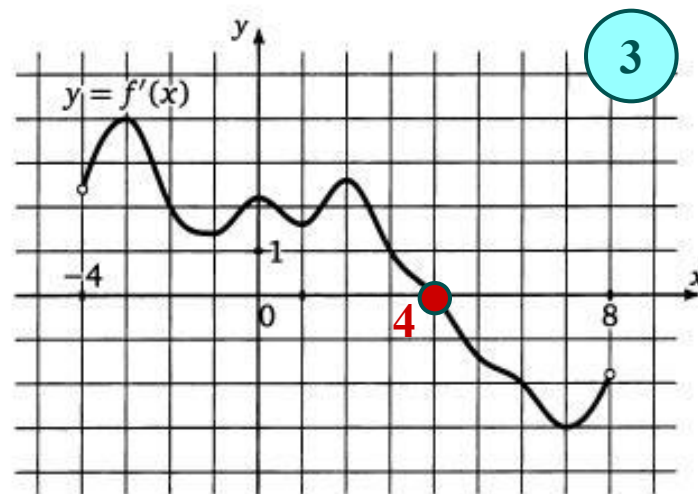


На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(a; b)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$.

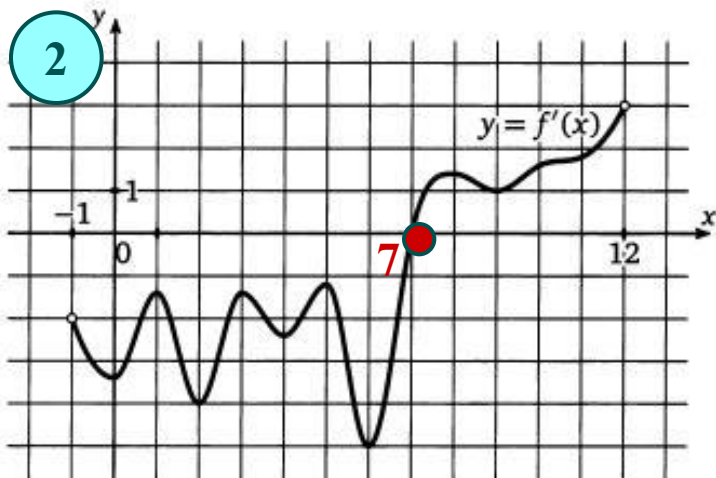
Решите устно!



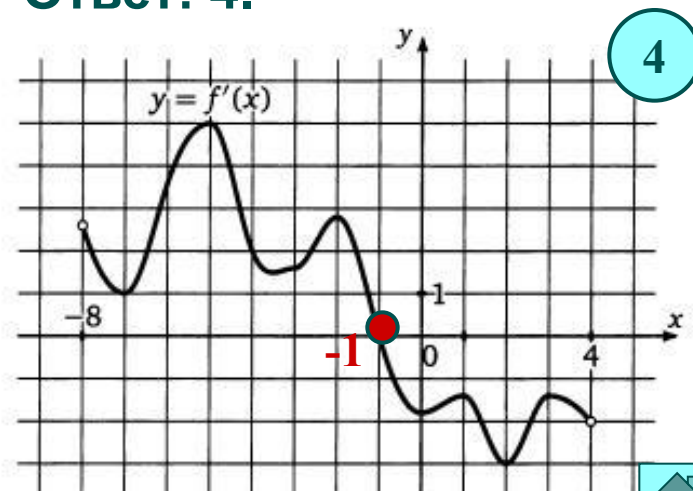
Ответ: -3.



Ответ: 4.



Ответ: 7.

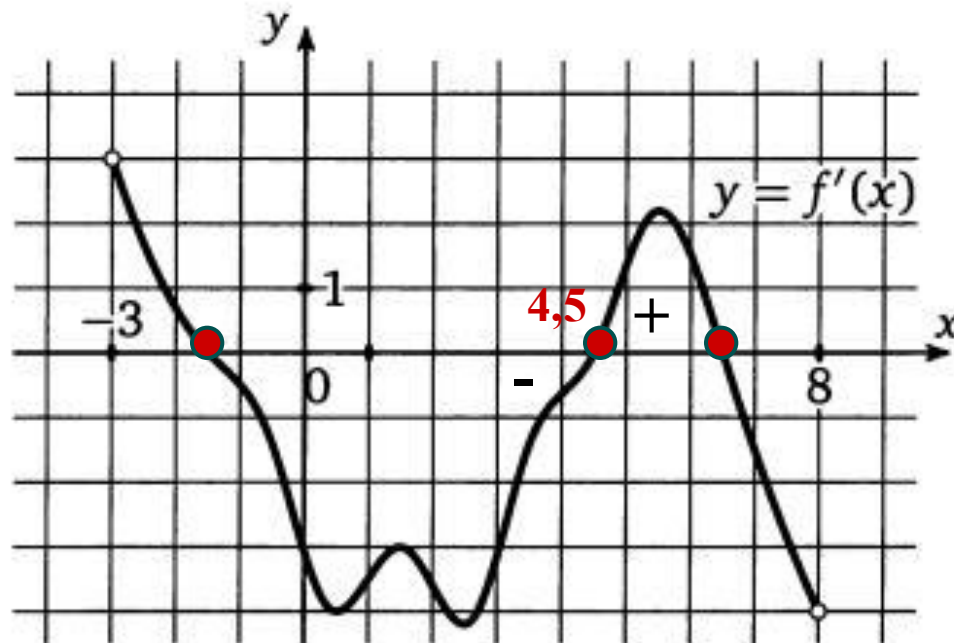


Ответ: -1.





10. На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$, определенной на интервале $(-3; 8)$. Найдите количество точек минимума функции $y = f(x)$ на отрезке $[-2; 7]$.



Решение.

В точке минимума производная функции равна нулю либо не существует. Видно, что таких точек на отрезке $[-2; 7]$ три: $-1,5$; $4,5$; $6,5$. При этом в точке $4,5$ производная слева отрицательна, а справа положительна, значит, это точка минимума. В точках $-1,5$ и $6,5$ производная меняет знак с «+» на «-» это точки максимума.

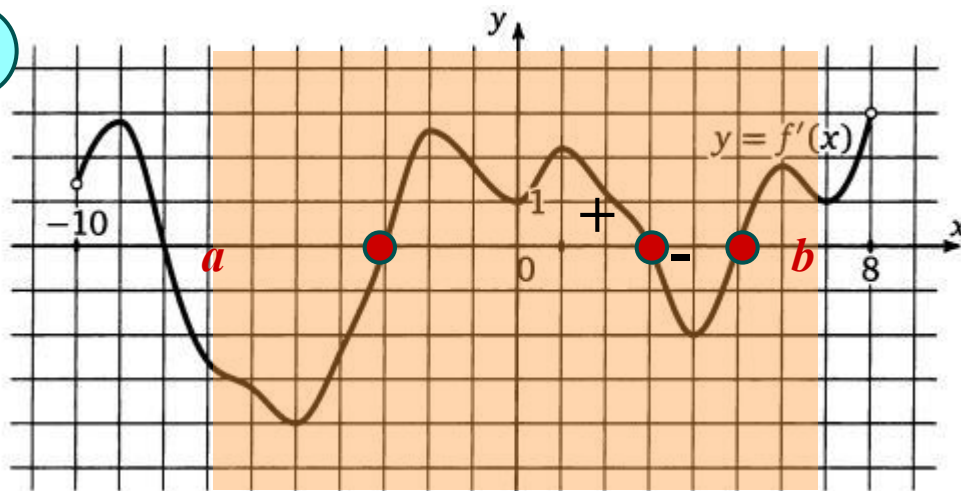
Ответ: 1 .



11. На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$, определенной на интервале $(x_1; x_2)$. Найдите количество точек максимума функции $y = f(x)$ на отрезке $[a; b]$.

Решение.

1



Найдем точки в которых $f'(x) = 0$. Это: -3; 3; 5.

x_0 - точка максимума, если производная при переходе через x_0 меняет свой знак с плюса на минус.

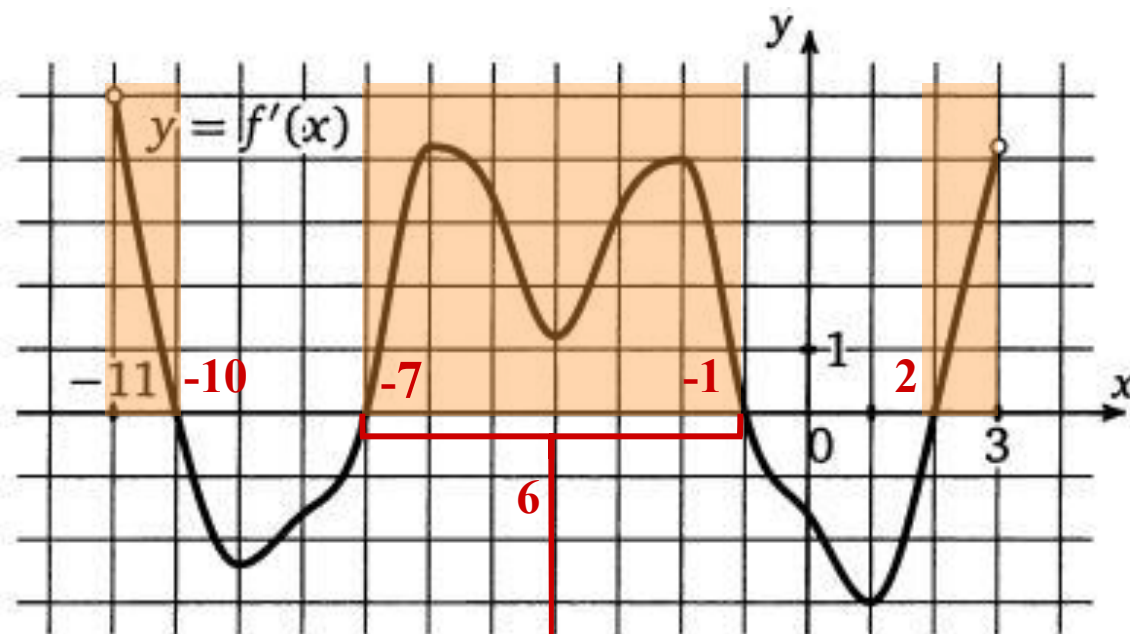
Условие выполняется в точке $x = 3$.

Ответ: 1 .

2



12. На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$, определенной на интервале $(-11; 3)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



Решение.

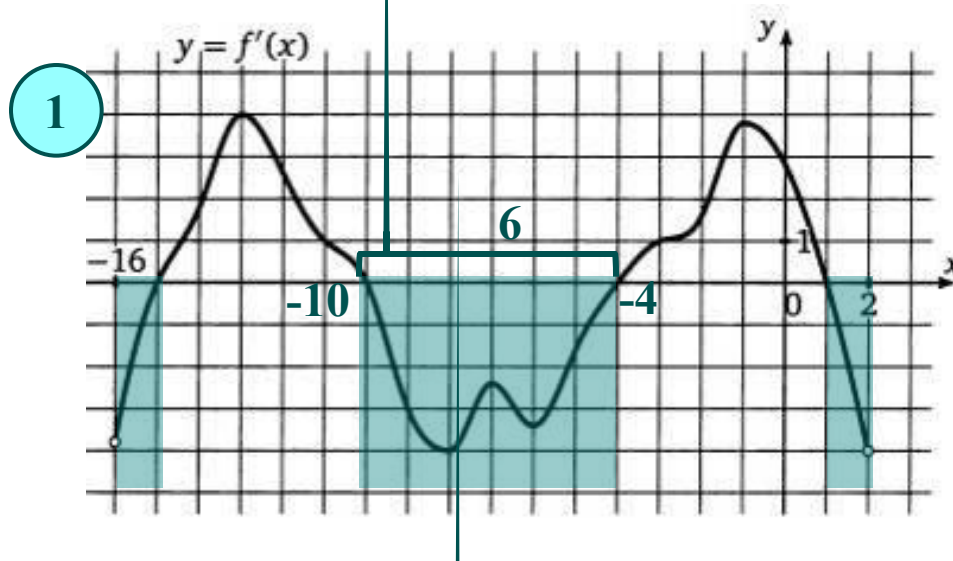
В этой задаче необходимо сначала найти промежутки возрастания функции, т. е. промежутки на которых $f'(x) > 0$.

В нашем случае их три: $(-11; -10)$, $(-7; -1)$ и $(2; 3)$, наибольшую длину из них, очевидно, имеет промежуток $(-7; -1)$, его длина равна:
 $-1 - (-7) = 6$.

Ответ: 6 .



13. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(x_1; x_2)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



Решение.

Найдем промежутки убывания функции, т.е. промежутки на которых $f'(x) < 0$.

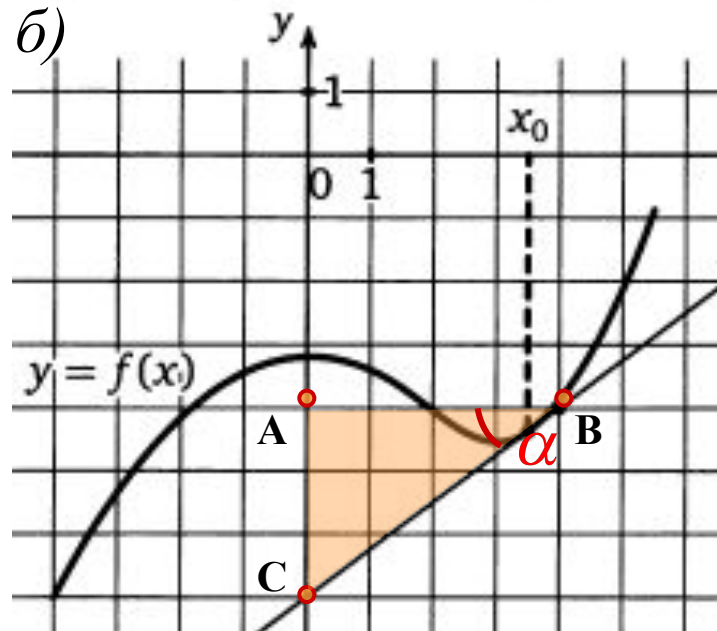
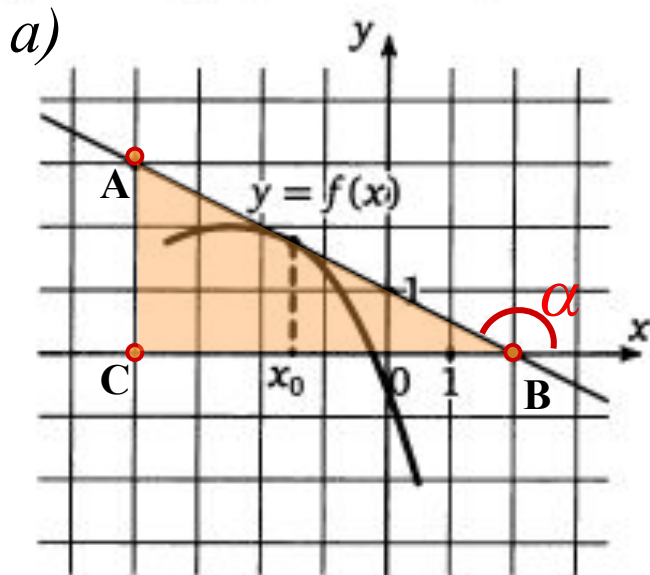
Наибольшую длину из них имеет промежуток $(-10; -4)$

Ответ: 6 .

2



14. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 .



Решение.

$$f'(x_0) = k = \operatorname{tg} \alpha,$$

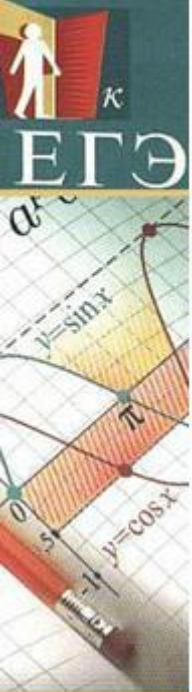
$$\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\frac{AC}{BC} = -\frac{3}{6} = -0,5.$$

Ответ: - 0,5 .

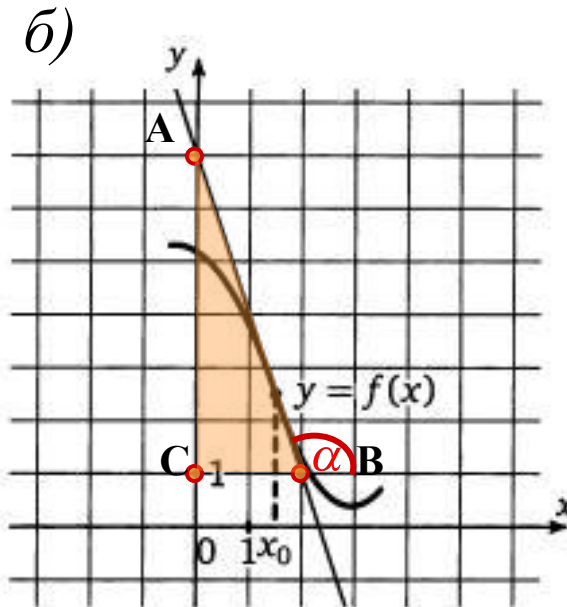
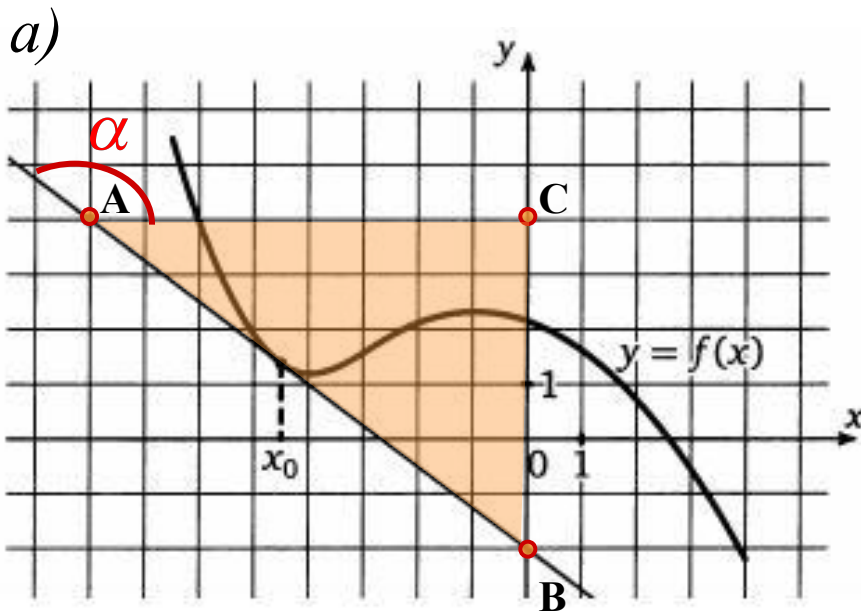
$$f'(x_0) = k = \operatorname{tg} \alpha,$$

$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{4} = 0,75.$$

Ответ: 0,75.



На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 .



Решение.

$$f'(x_0) = k = \operatorname{tg} \alpha,$$

$$\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\frac{BC}{AC} = -\frac{6}{8} = -0,75.$$

Ответ: - 0,75 .

$$f'(x_0) = k = \operatorname{tg} \alpha,$$

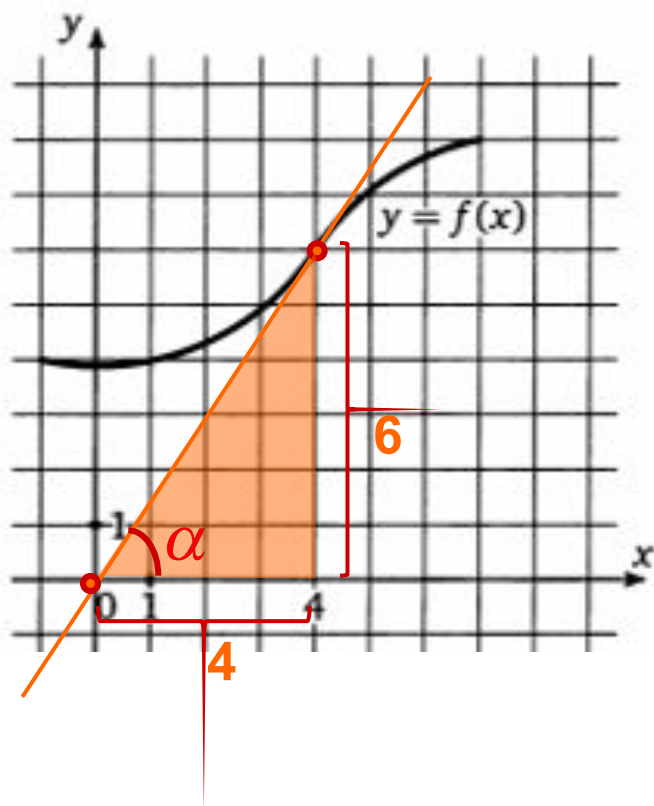
$$\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\frac{AC}{BC} = -\frac{6}{2} = -3.$$

Ответ: - 3 .





15. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, касательная к этому графику, проведенная в точке 4, проходит через начало координат. Найдите $f'(4)$.



Ответ: 1,5.

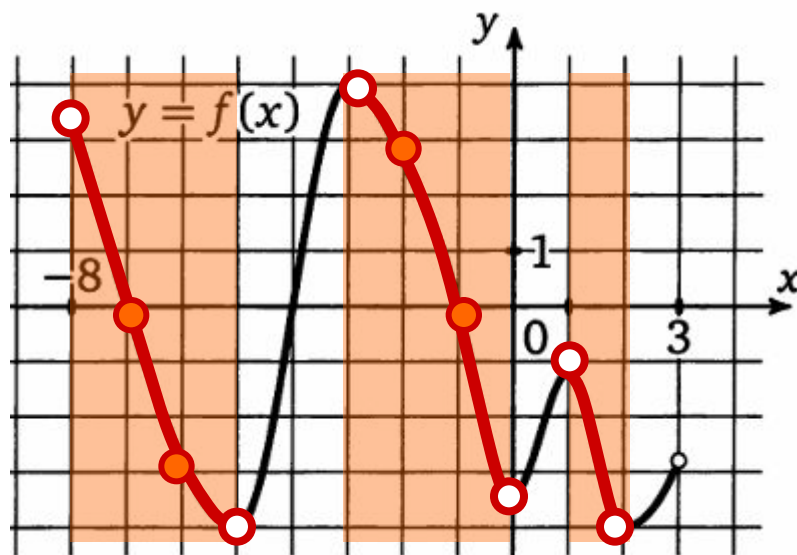
Решение.

Если касательная проходит через начало координат, то можно изобразить ее на рисунке, проведя прямую через начало координат и точку касания. В качестве точек с целочисленными координатами, лежащих на касательной, можно взять начало координат и точку касания. Дальнейшее решение очевидно:

$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = \frac{6}{4} = 1,5.$$



16. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-8; 3)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.



Решение.

$f'(x) < 0$, если $f(x)$ убывает.

Целые решения:

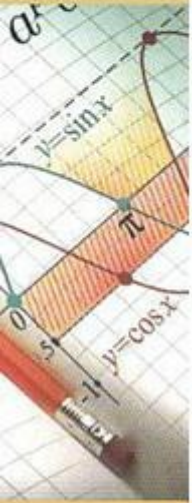
$x = -7; x = -6; x = -2; x = -1$.

Их количество равно 4.

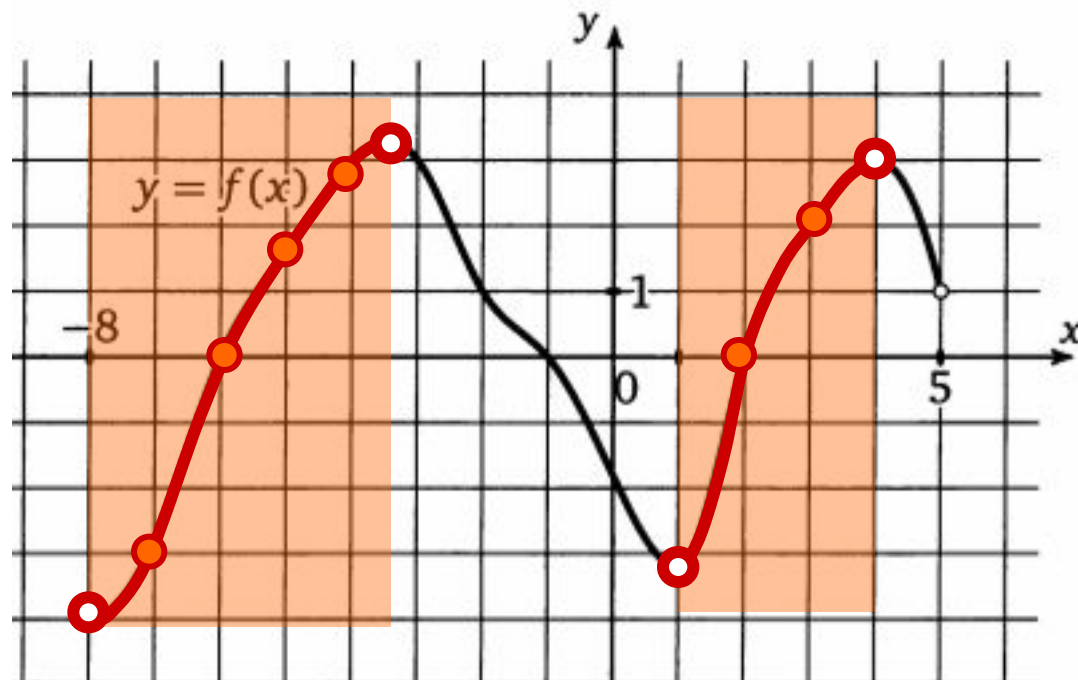
Ответ: 4.

Теоретические сведения.

Решим эту задачу, воспользовавшись следующим утверждением. Производная непрерывно дифференцируемой функции на промежутке убывания (возрастания) не положительна (не отрицательна). Значит необходимо выделить промежутки убывания функции и сосчитать количество целых чисел, принадлежащих этим промежуткам. Причем производная равна нулю на концах этих промежутков, значит, нужно брать только внутренние точки промежутков.



На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-8; 5)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.



Решение.

$f'(x) > 0$, если $f(x)$ возрастает.

Целые решения при : $x = -7; x = -6; x = -5; x = -4; x = 2; x = 3$.

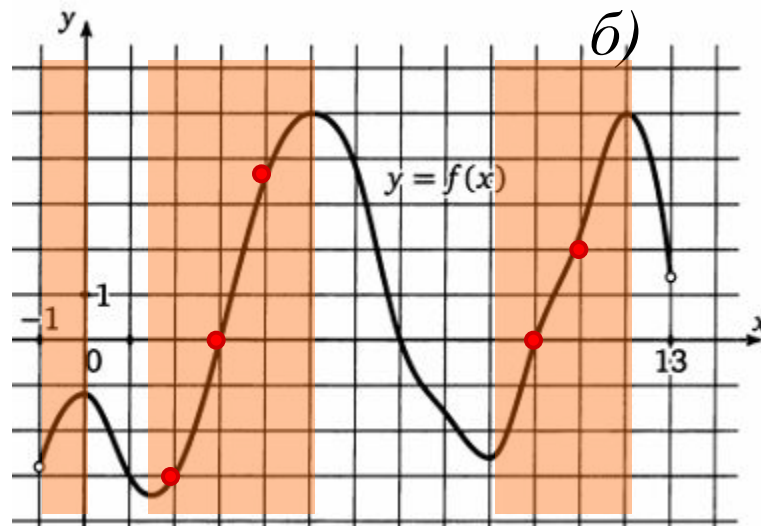
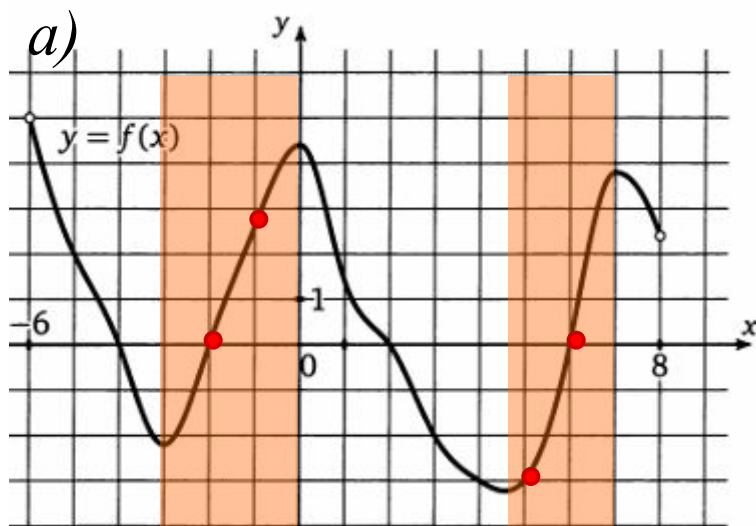
Их количество равно 6.

Ответ: 6.



17. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(a;b)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.

Решите самостоятельно!



Решение.

$f'(x) > 0$, если $f(x)$ возрастает.

Целые решения при :

$x = -2; x = -1; x = 5; x = 6$.

Их количество равно 4.

Ответ: 4.

Целые решения при :

$x = 2; x = 3; x = 4; x = 10; x = 11$.

Их количество равно 5.

Ответ: 5.

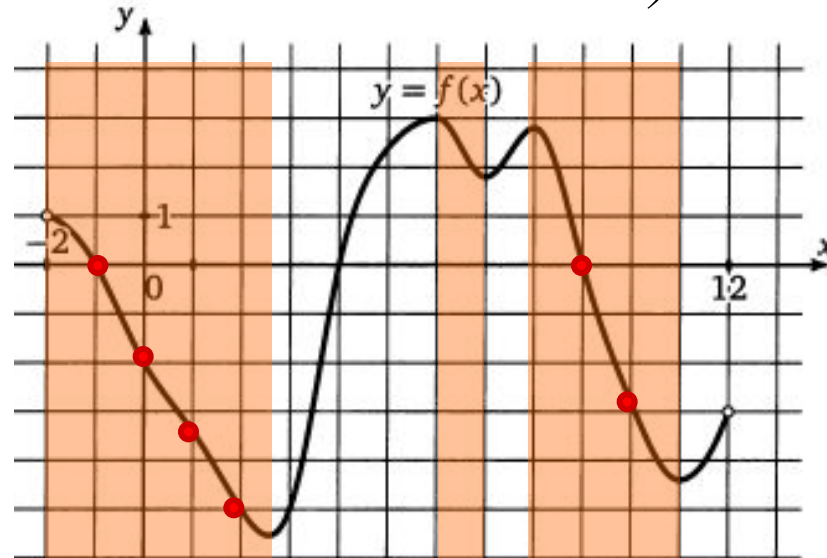
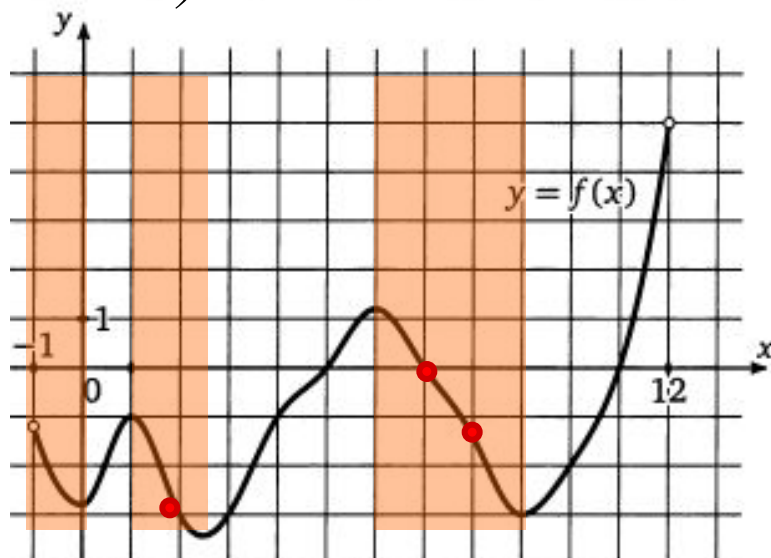


18. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(a;b)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.

а)

Решите самостоятельно!

б)



Решение.

$f'(x) < 0$, если $f(x)$ убывает.

Целые решения при :

$x=2; x=7; x=8$.

Их количество равно 3.

Ответ: 3.

Целые решения при :

$x=-1; x=0; x=1; x=2; x=9; x=10$.

Их количество равно 6.

Ответ: 6.

