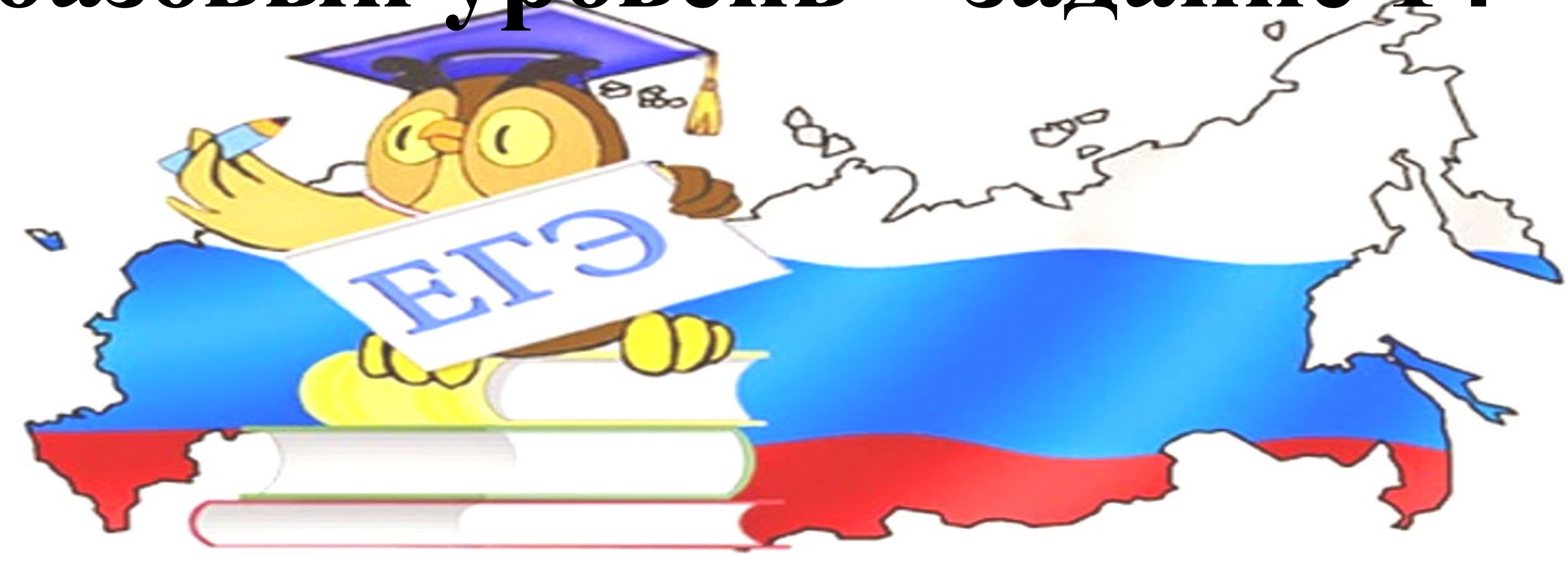
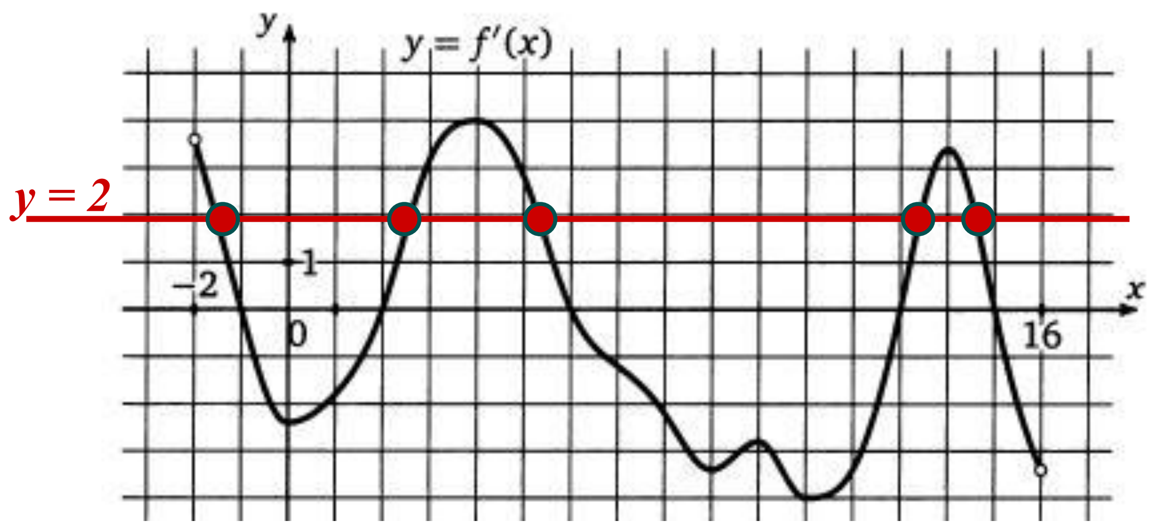
ЕГЭ МАТЕМАТИКА – 2018
профильный уровень-
задание 7,
базовый уровень – задание 14



1. Прямая $y = 6x+9$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2+7x-6$.
Найдите абсциссу точки касания.

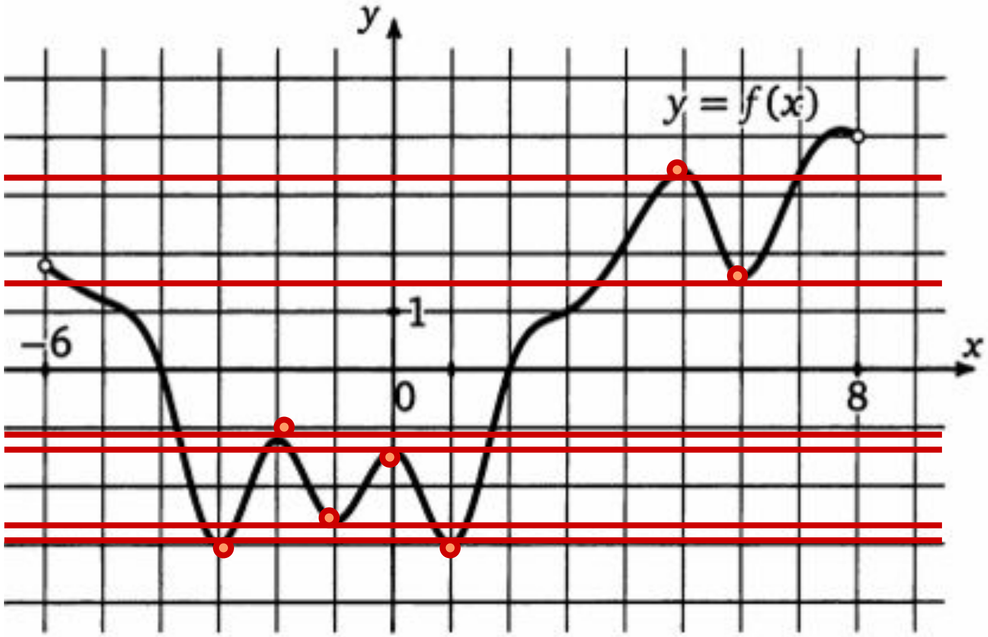
2. Прямая $y=2x$ является касательной к графику функции $y=x^3+5x^2+9x+3$. Найдите абсциссу точки касания.

3. **На рисунке изображен график производной функции *f(x)*, определенной на интервале (-11; 3). Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции *f(x)* параллельна прямой *y* = 2*x* -5 или совпадает с ней.**



Ответ: 5 .

4 . **На рисунке изображен график функции *y = f (x)*, определенной на интервале (-6; 8). Найдите количество точек, в которых производная функции *y = f (x)* равна 0.**



Ответ: 7.

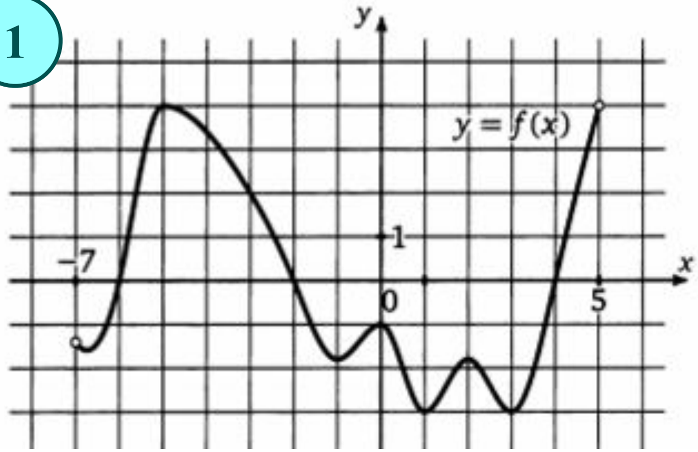
Теоретические сведения.

Производная функции в точке x_0 равна 0 тогда и только тогда, когда касательная к графику функции, проведенная в точке с абсциссой x_0, горизонтальна. Отсюда следует простой способ решения задачи — приложить линейку или край листа бумаги к рисунку сверху горизонтально и, двигая «вниз», сосчитать количество точек с горизонтальной касательной.

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(a; b)$. Найдите количество точек, в которых производная функции $y = f(x)$ равна 0.

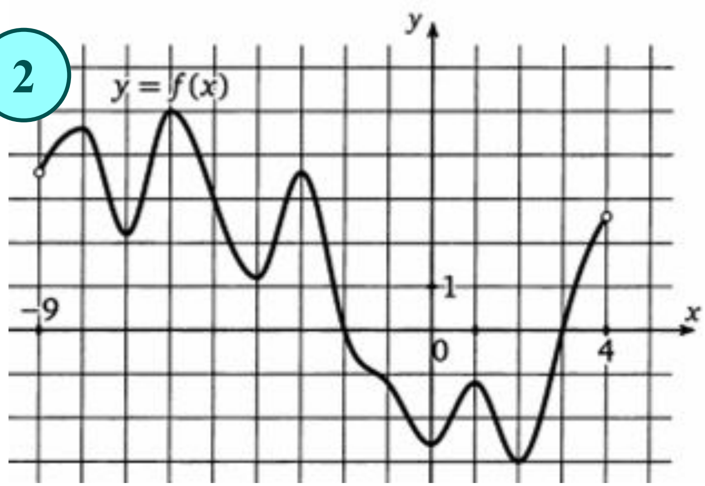
Решите устно!

1



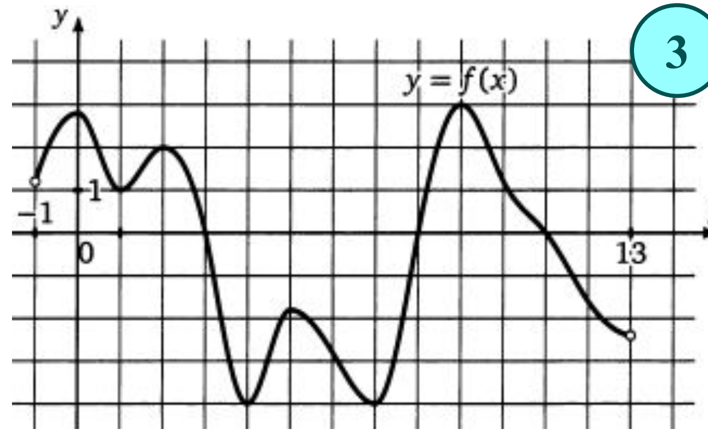
Ответ: 7.

2



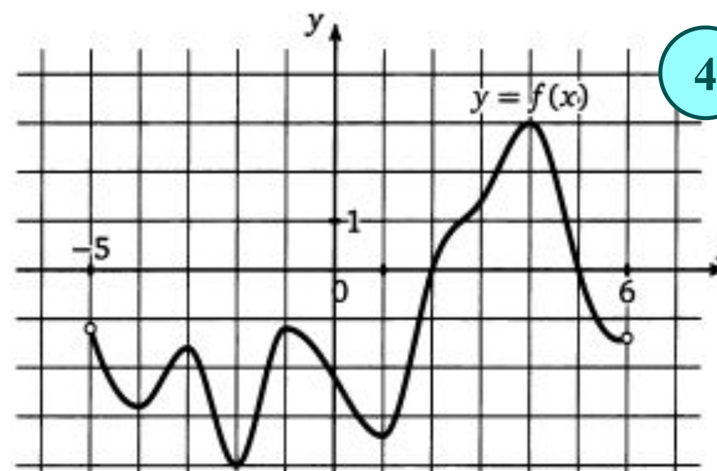
Ответ: 8.

3



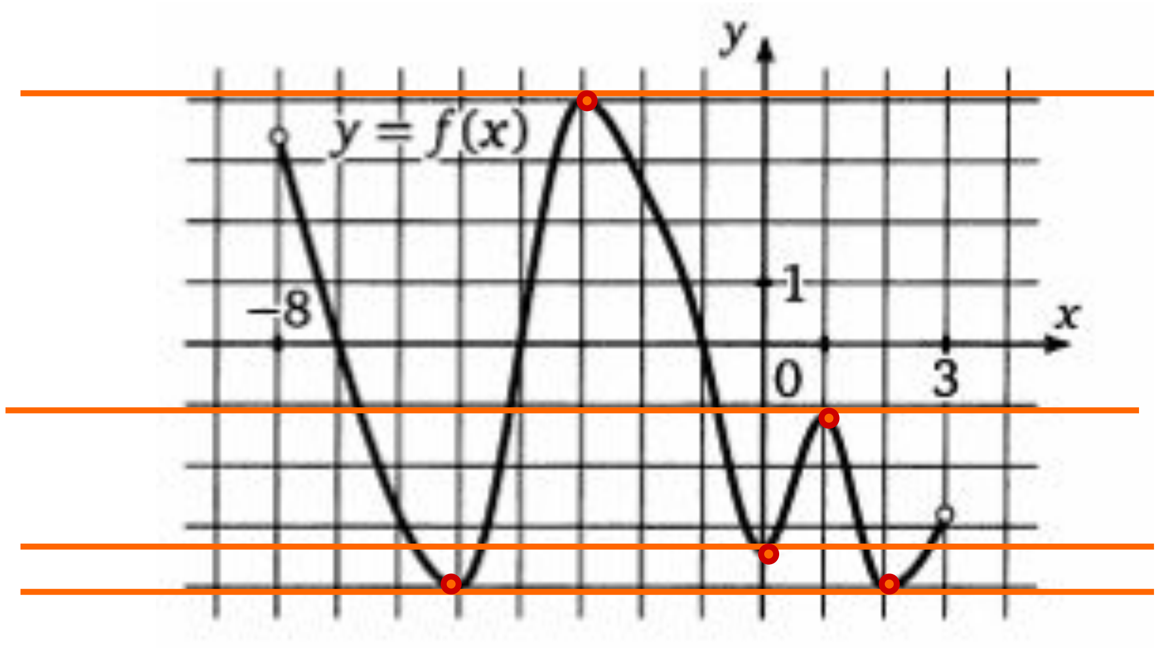
Ответ: 7.

4



Ответ: 6.

5. На рисунке изображен график функции *y* = *f* (*x*), определенной на интервале (-8; 3). Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой *y* = 8.

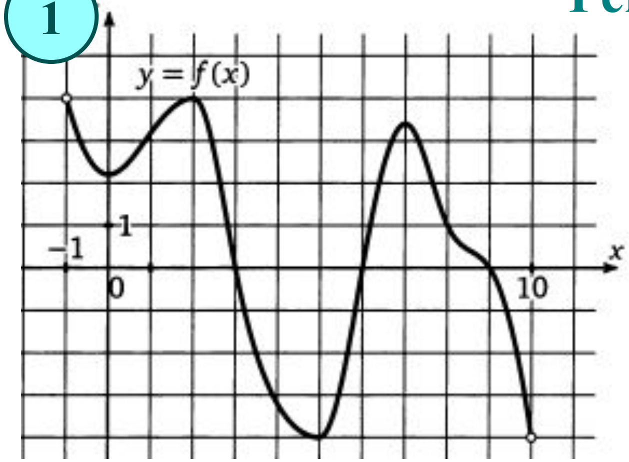


Ответ: 5.

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(a; b)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = c$.

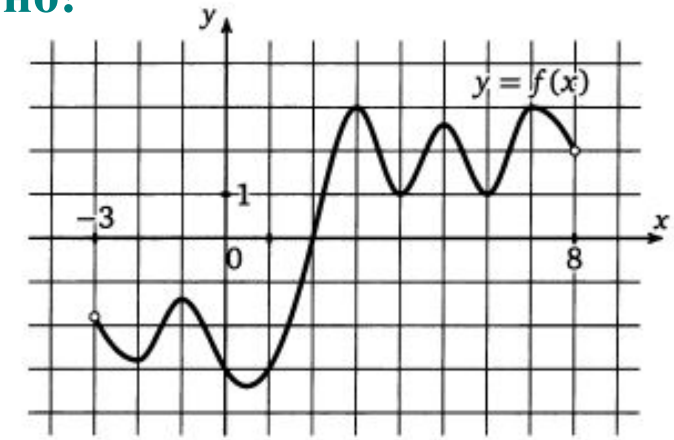
Решите устно!

1



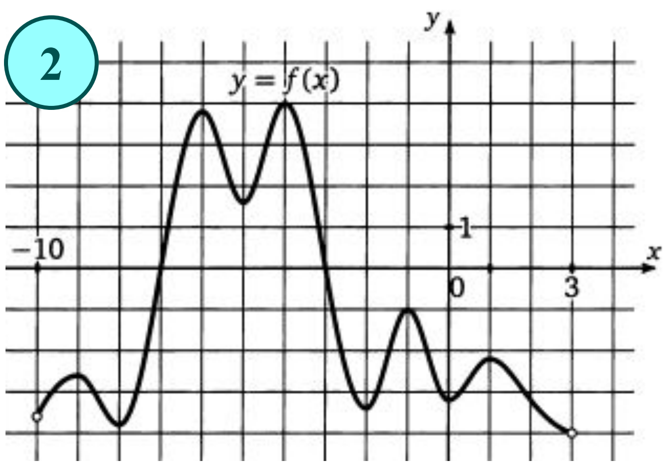
Ответ: 4.

3



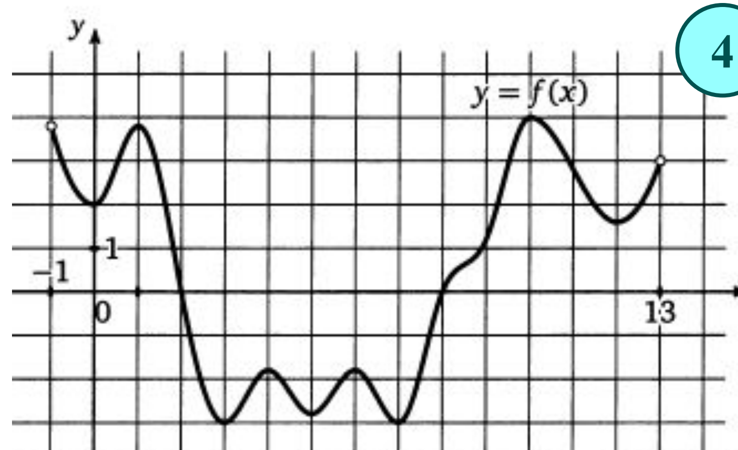
Ответ: 8.

2



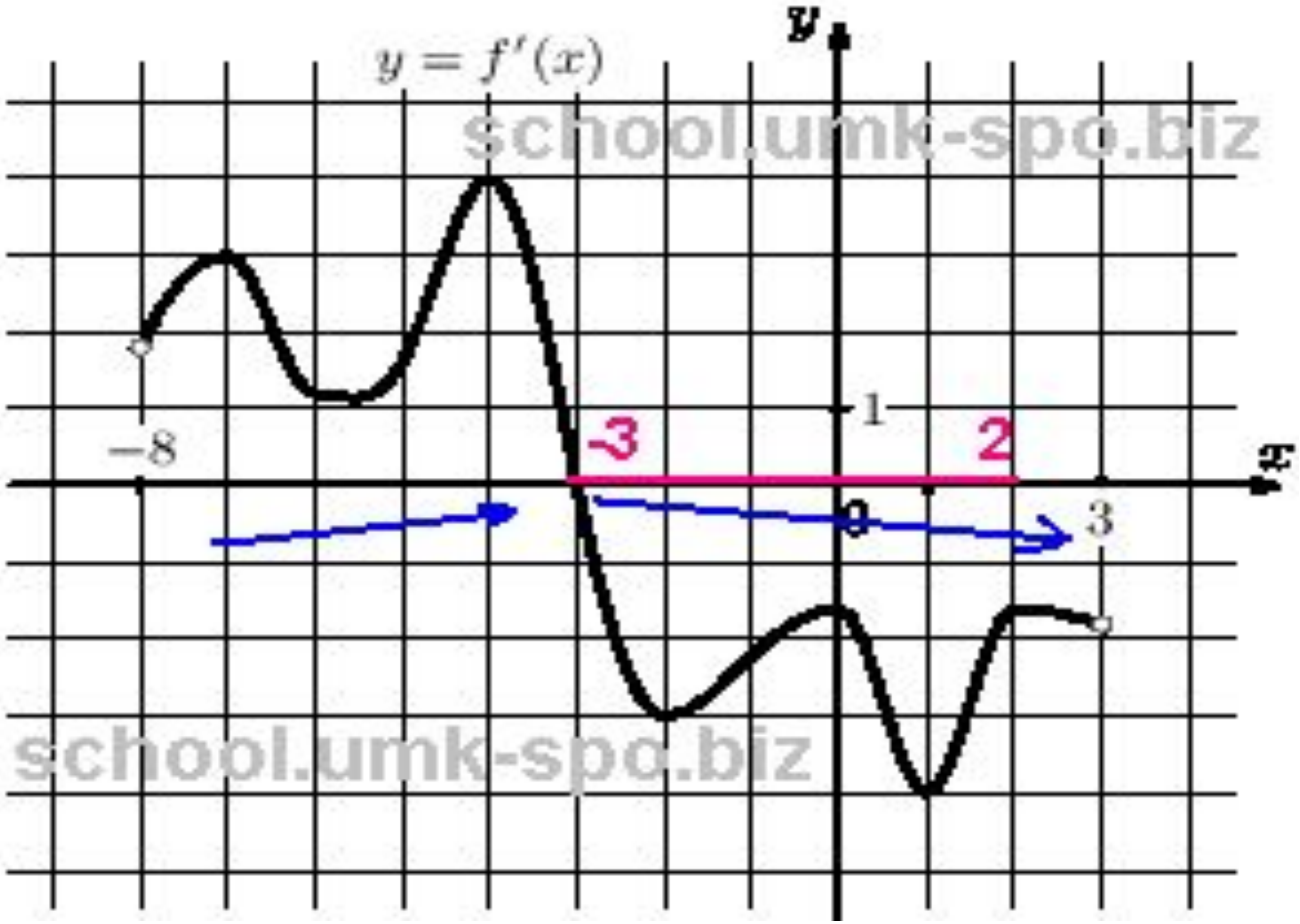
Ответ: 9.

4

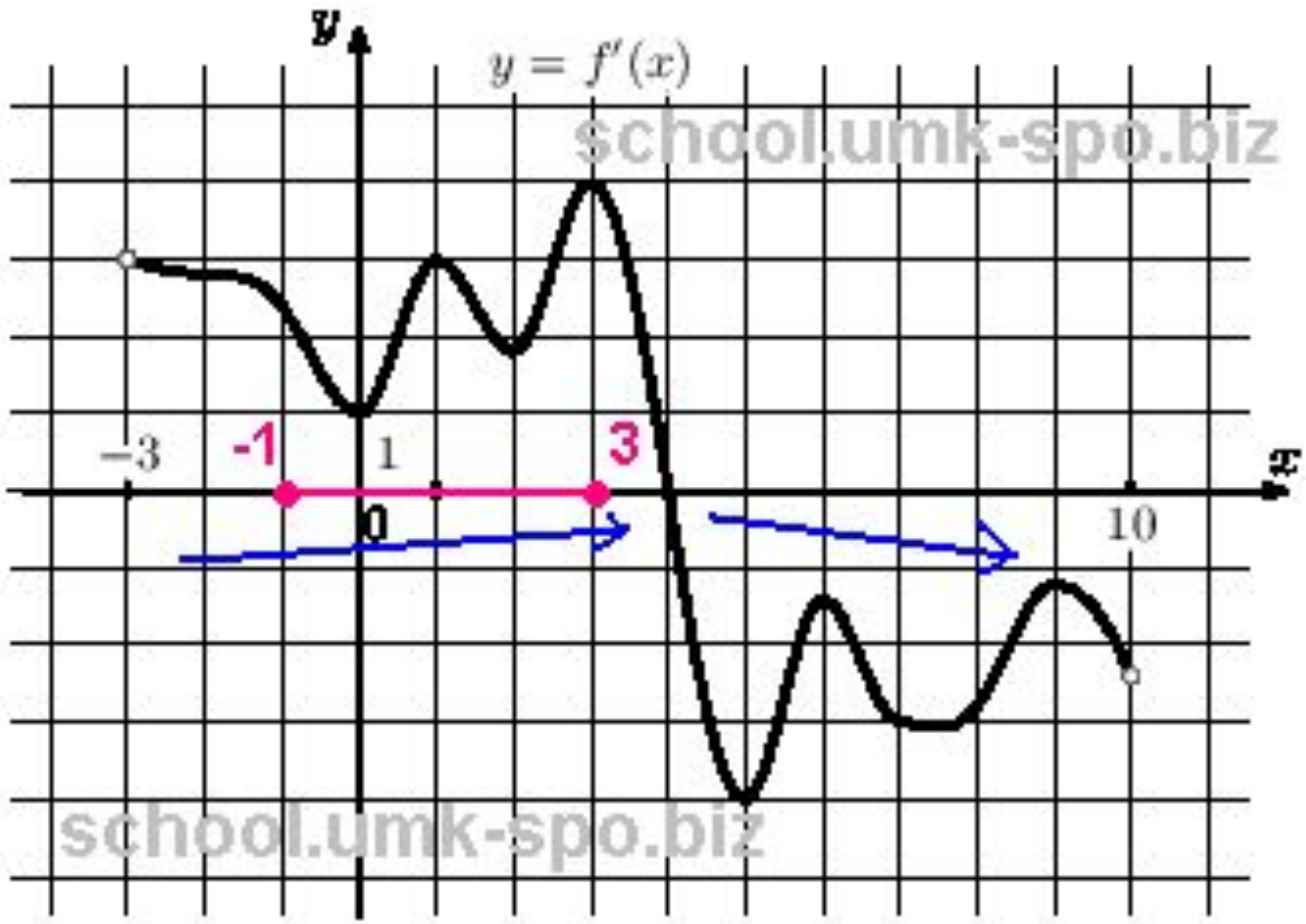


Ответ: 9.

6. На рисунке изображён график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8;3)$. В какой точке отрезка $[-3;2]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?

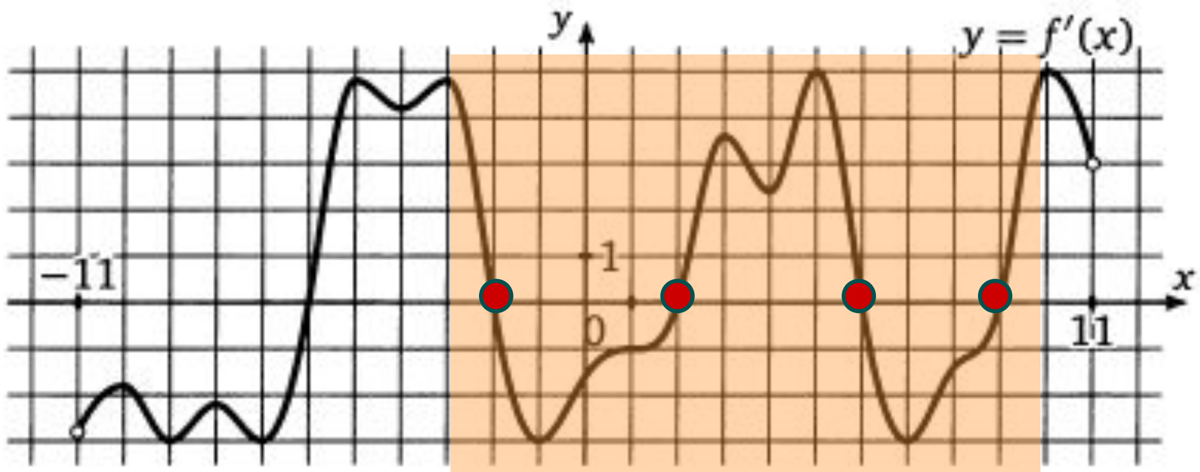


7. На рисунке изображён график y=f′(x) — производной функции f(x), определенной на интервале (−3;10). В какой точке отрезка [−1;3] функция f(x) принимает наибольшее значение?



8. На рисунке изображен график производной функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(x_1; x_2)$. Найдите количество точек экстремума функции $y = f(x)$ на отрезке [$-3; 10$].

1

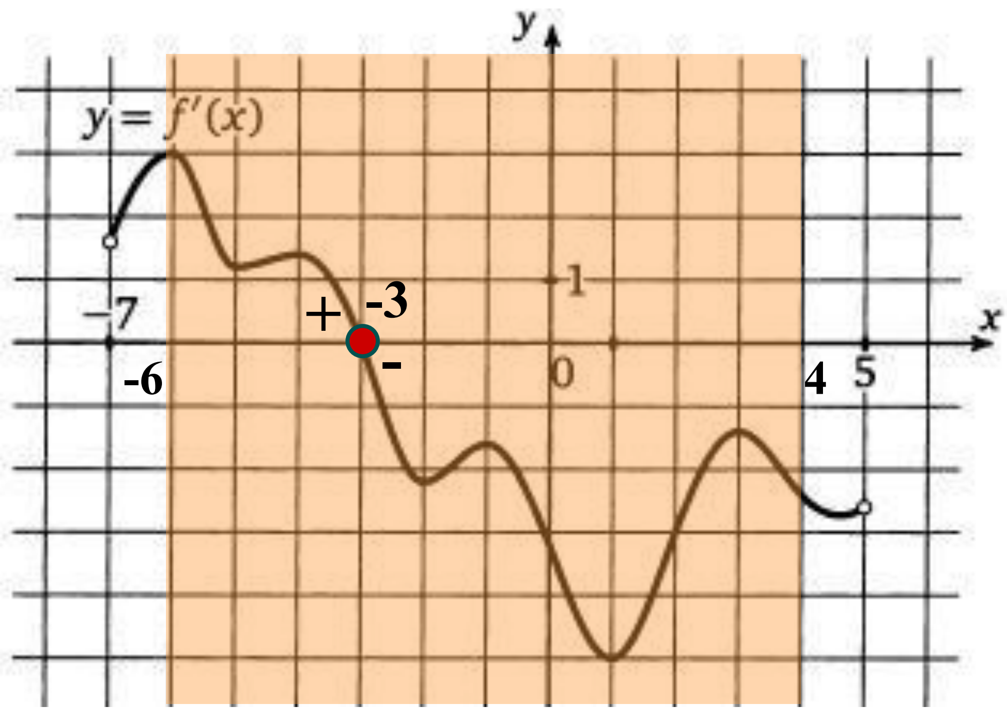


Ответ: 4 .

2

готовимся к ЕГЭ

9. **На рисунке изображен график производной функции *f (x)*, определенной на интервале (—7; 5). Найдите точку экстремума функции *f (x)* на отрезке [-6; 4].**



Решение.

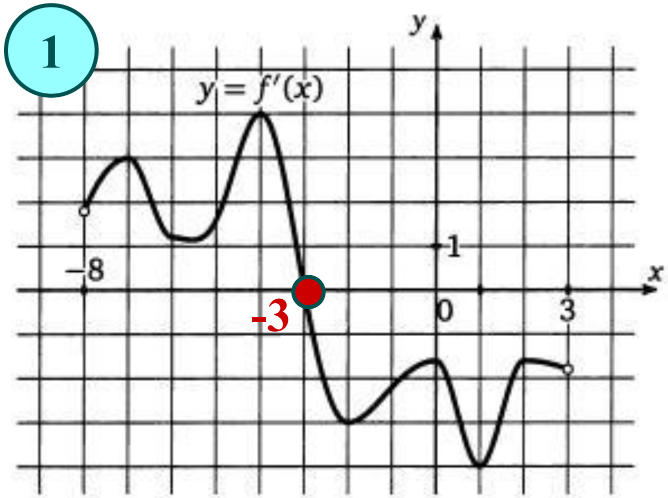
Отметим на рисунке границы отрезка, о котором идет речь в условии задачи.

На этом отрезке производная функции один раз обращается в 0 (в точке -3) и при переходе через эту точку меняет знак, откуда ясно, что точка -3 и есть искомая точка экстремума функции на отрезке.

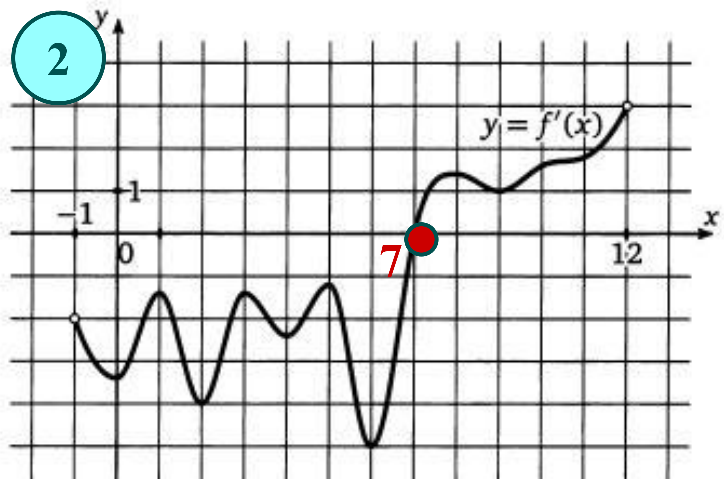
Ответ: -3.

На рисунке изображен график производной функции *f (x)*, определенной на интервале (*a; b*). Найдите точку экстремума функции *f (x)* .

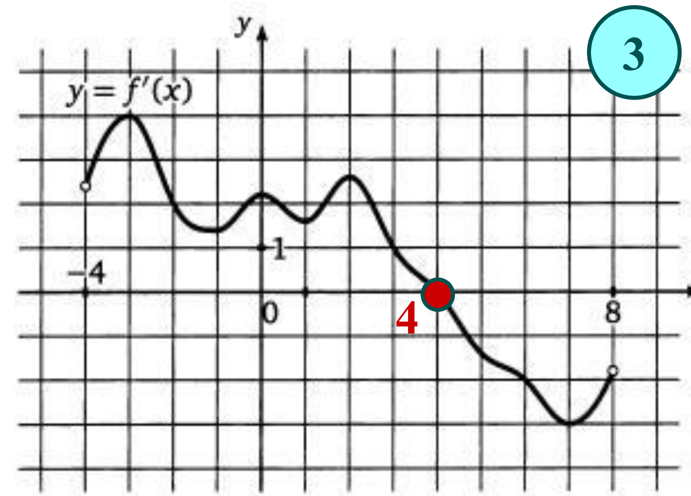
Решите устно!



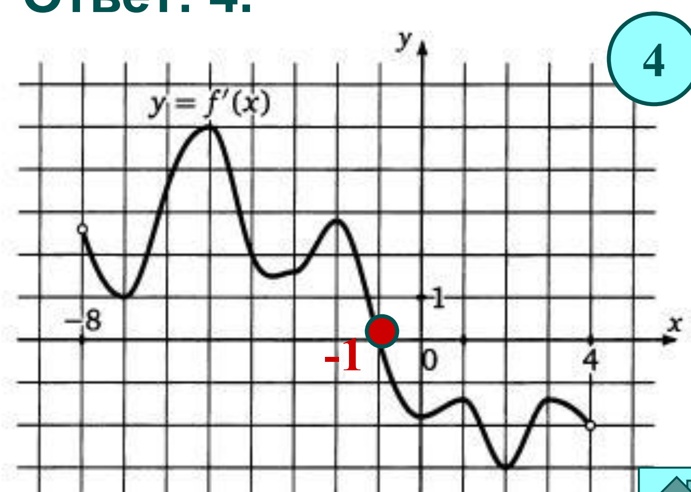
Ответ: -3.



Ответ: 7.

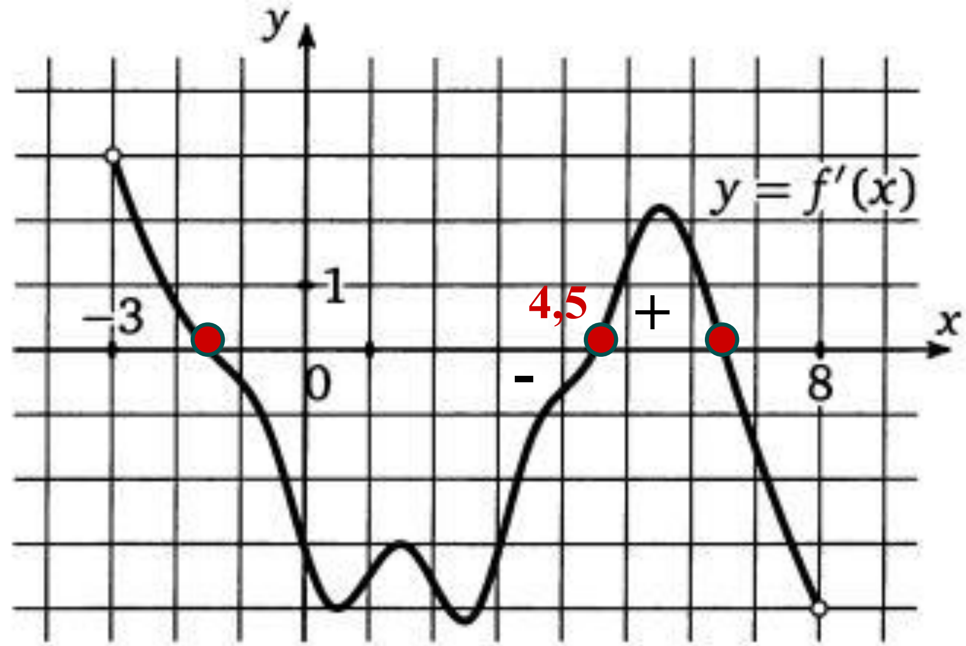


Ответ: 4.



Ответ: -1.

10. **На рисунке изображен график производной функции *y = f (x)*, определенной на интервале (-3; 8). Найдите количество точек минимума функции *y = f (x)* на отрезке [-2; 7].**



Решение.

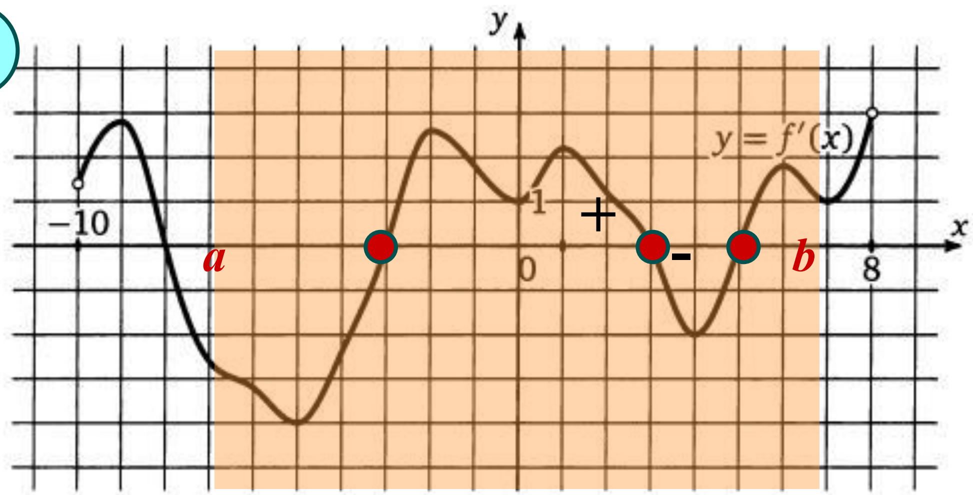
В точке минимума производная функции равна нулю либо не существует. Видно, что таких точек на отрезке [-2; 7] три: —1,5; 4,5; 6,5. При этом в точке 4,5 производная слева отрицательна, а справа положительна, значит, это точка минимума. В точках -1,5 и 6,5 производная меняет знак с «+» на «—» это точки максимума.

Ответ: 1 .

11. **На рисунке изображен график производной функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(x_1;\ x_2)$. Найдите количество точек максимума функции $y = f(x)$ на отрезке $[a;\ b]$.**

Решение.

1



Найдем точки в которых $f'(x) = 0.$ Это: -3; 3; 5.

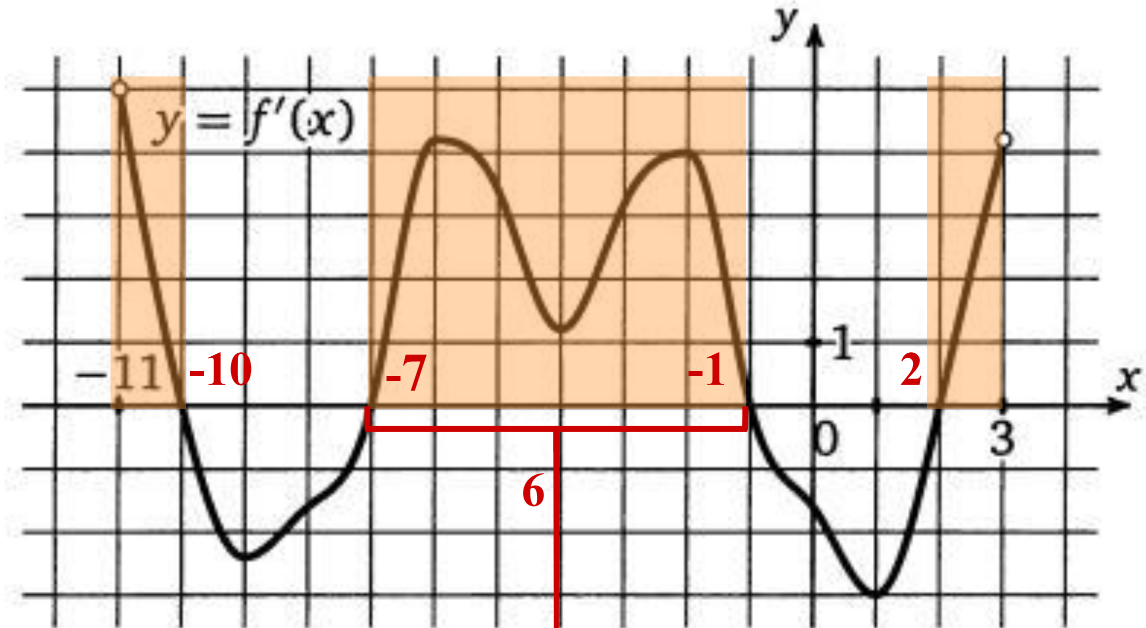
x_0 - точка максимума, если производная при переходе через x_0 меняет свой знак с плюса на минус.

Условие выполняется в точке $x = 3$.

Ответ: 1 .

2

12. **На рисунке изображен график производной функции *y = f (x)*, определенной на интервале (-11; 3). Найдите промежутки возрастания функции *f(x)*. В ответе укажите длину наибольшего из них.**



Решение.

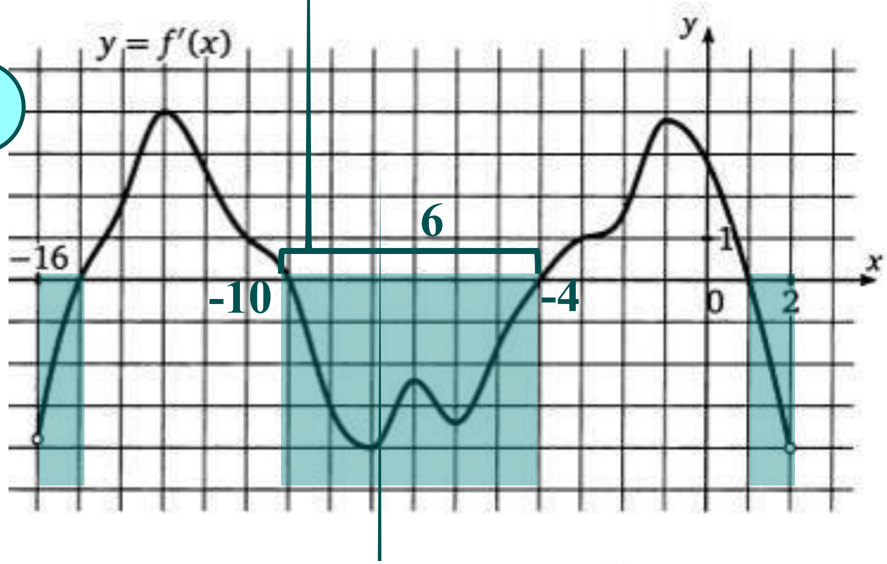
В этой задаче необходимо сначала найти промежутки возрастания функции, т. е. промежутки на которых $f'(x) > 0$.

В нашем случае их три: (-11; -10), (-7; -1) и (2; 3), наибольшую длину из них, очевидно, имеет промежуток (-7; -1), его длина равна:
-1-(-7) = 6.

Ответ: 6 .

13. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(x_1;\ x_2)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.

1



Решение.

Найдем промежутки убывания функции, т.е. промежутки на которых $f'(x) < 0$.

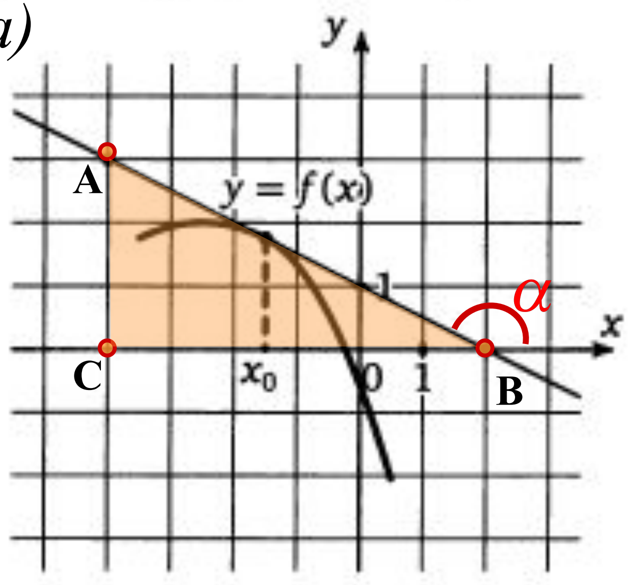
Наибольшую длину из них имеет промежуток (-10; -4)

Ответ: 6 .

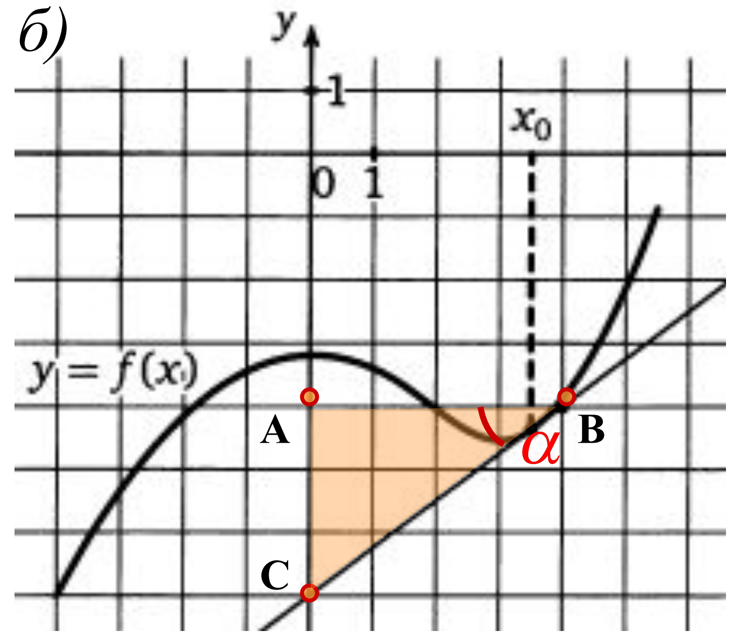
2

14. **На рисунке изображен график функции *y = f (x)*, и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции *y = f (x)* в точке x_0.**

а)



б)



Решение.

$$f'(x_0) = k = tg\alpha,$$

$$tg(180^\circ - \alpha) = -\frac{AC}{BC} = -\frac{3}{6} = -0,5.$$

Ответ: - 0,5 .

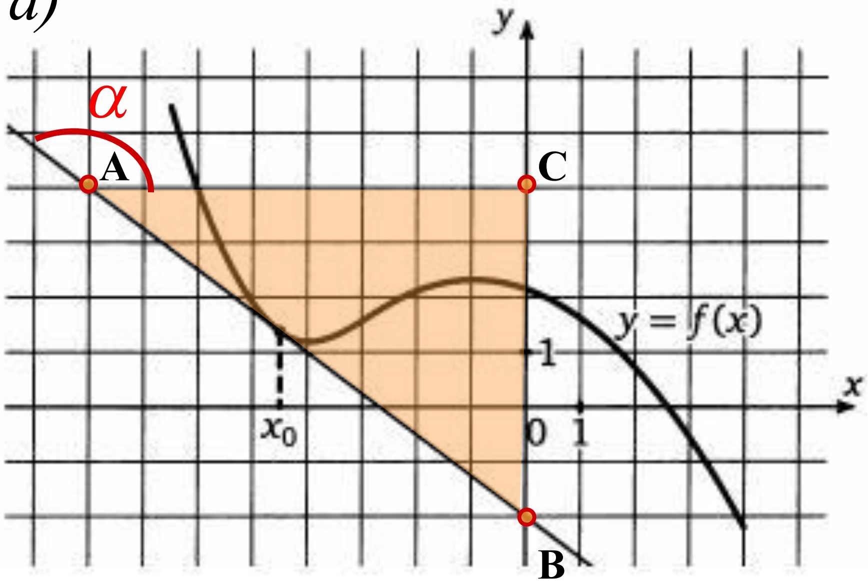
$$f'(x_0) = k = tg\alpha,$$

$$f'(x_0) = tg\alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{4} = 0,75.$$

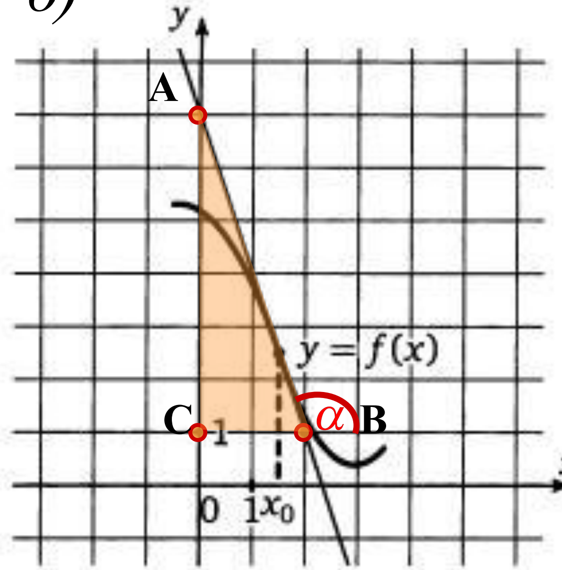
Ответ: 0,75.

На рисунке изображен график функции *y = f (x)*, и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции *y = f (x)* в точке x_0.

а)



б)



Решение.

$$f'(x_0) = k = tg\alpha,$$

$$tg(180^\circ - \alpha) = -\frac{BC}{AC} = -\frac{6}{8} = -0,75.$$

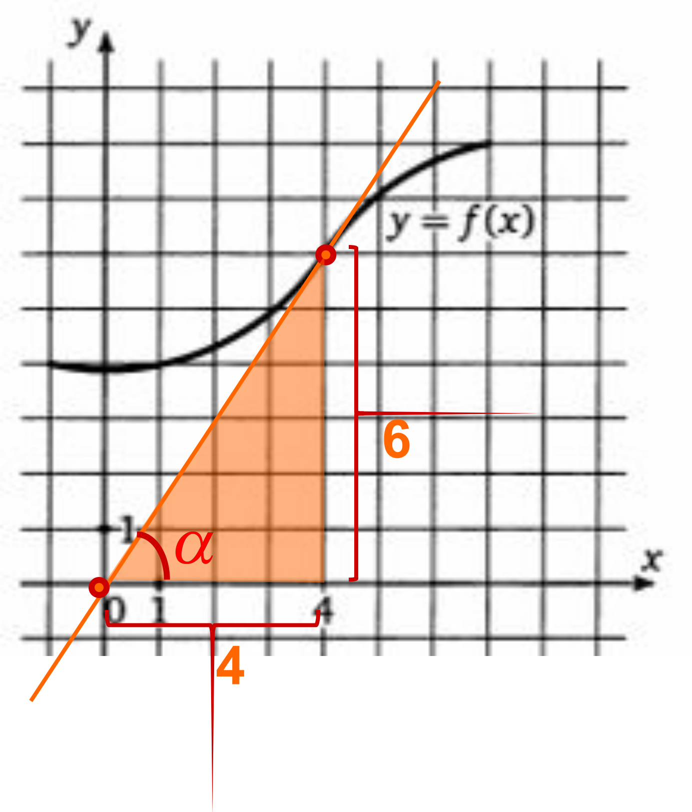
Ответ: - 0,75 .

$$f'(x_0) = k = tg\alpha,$$

$$tg(180^\circ - \alpha) = -\frac{AC}{BC} = -\frac{6}{2} = -3.$$

Ответ: - 3 .

15. **На рисунке изображен график функции *y = f (x)*, касательная к этому графику, проведенная в точке 4, проходит через начало координат. Найдите *f′*(4).**



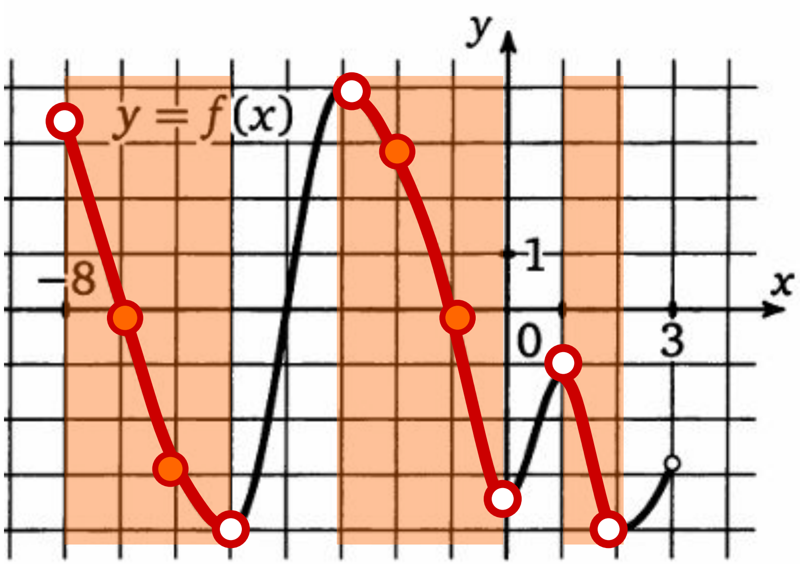
Решение.

Если касательная проходит через начало координат, то можно изобразить ее на рисунке, проведя прямую через начало координат и точку касания. В качестве точек с целочисленными координатами, лежащих на касательной, можно взять начало координат и точку касания. Дальнейшее решение очевидно:

$$f'(x_0) = tg\alpha = \frac{6}{4} = 1,5.$$

Ответ: 1,5.

16. **На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале (-8; 3). Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.**



Решение.

$f'(x) < 0$, если $f(x)$ убывает.

Целые решения:

x=-7; x=-6; x=-2; x=-1.

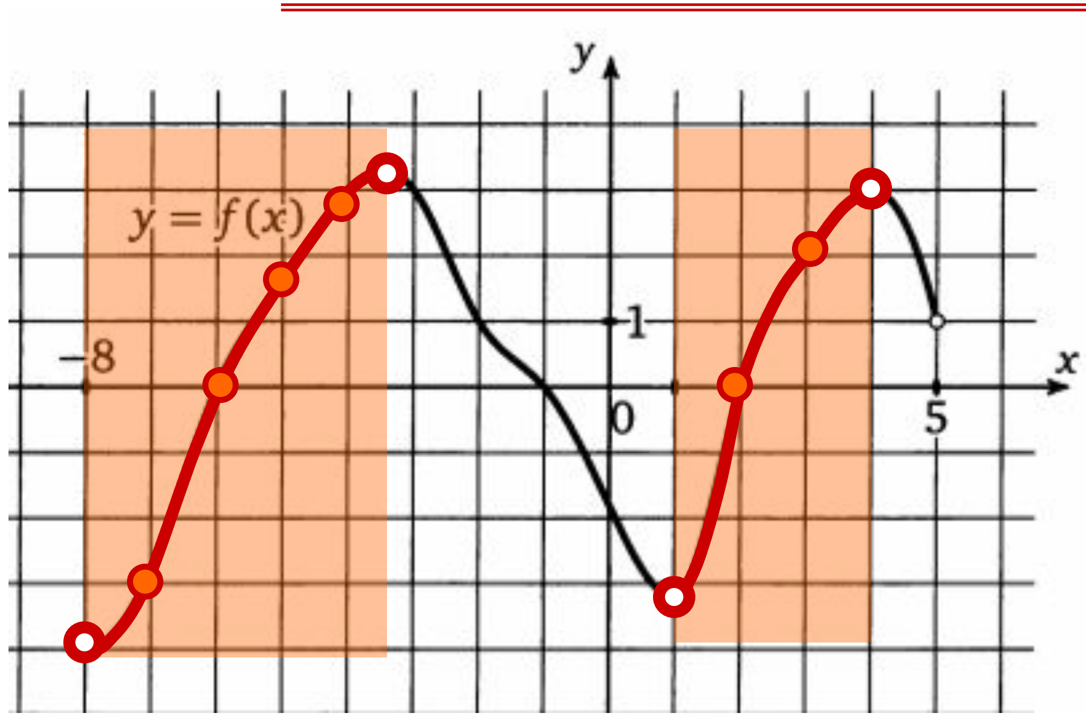
Их количество равно 4.

Ответ: 4.

Теоретические сведения.

Решим эту задачу, воспользовавшись следующим утверждением. Производная непрерывно дифференцируемой функции на промежутке убывания (возрастания) не положительна (не отрицательна). Значит необходимо выделить промежутки убывания функции и сосчитать количество целых чисел, принадлежащих этим промежуткам. Причем производная равна нулю на концах этих промежутков, значит, нужно брать только внутренние точки промежутков.

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале (—8; 5). Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.



Решение.

$f'(x) > 0$, если $f(x)$ возрастает.

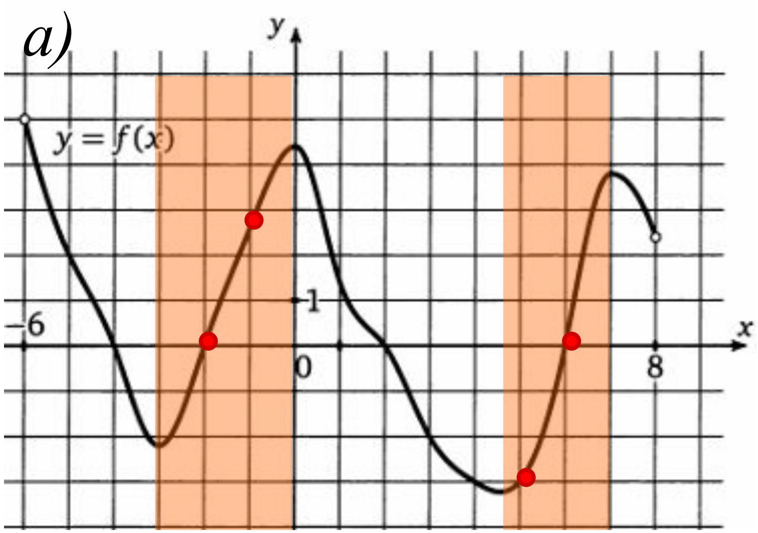
Целые решения при : *x=-7; x=-6; x=-5; x=-4; x=2; x=3.*

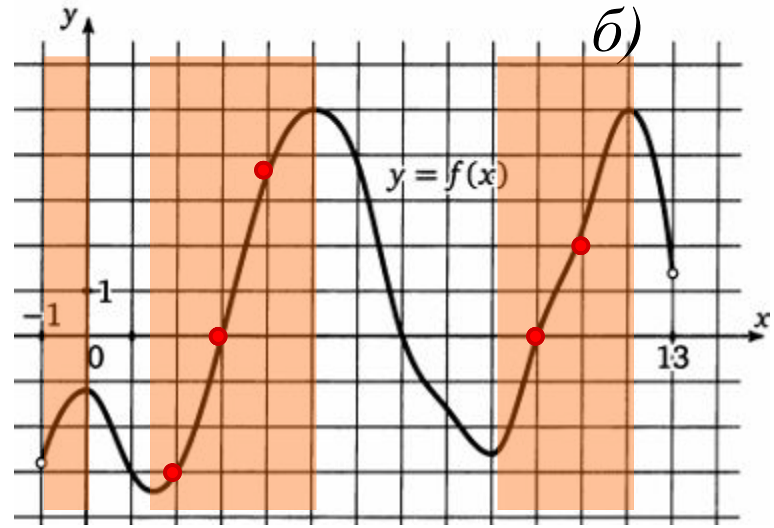
Их количество равно 6.

Ответ: 6.

17. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(a;b)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.

Решите самостоятельно!





Решение.

$f'(x) > 0$, если $f(x)$ возрастает.

Целые решения при :

x=-2; x=-1; x=5; x=6.

Их количество равно 4.

Ответ: 4.

Целые решения при :

x=2; x=3; x=4; x=10; x=11.

Их количество равно 5.

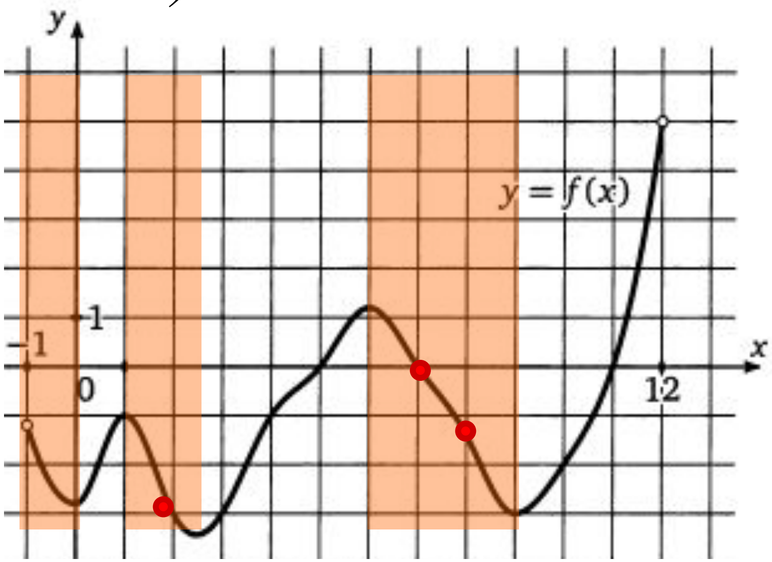
Ответ: 5.

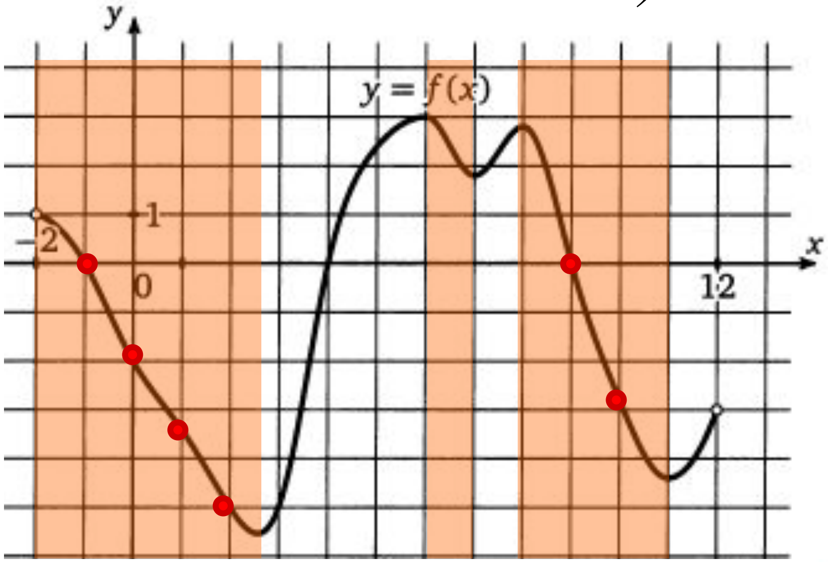
18. **На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(a;b)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.**

а)

Решите самостоятельно!

б)





Решение.

$f'(x) < 0$, если $f(x)$ убывает.

Целые решения при :

x=2; x=7; x=8.

Их количество равно 3.

Ответ: 3.

Целые решения при :

x=-1; x=0; x=1; x=2; x=9; x=10.

Их количество равно 6.

Ответ: 6.