



# Тема: Ряды динамики и ряды распределения

# План урока

- Понятие о рядах динамики и их значение
- Показатели, характеризующие тенденцию динамики
- Средние показатели в рядах динамики
- Абсолютное значение одного процента прироста

# Понятие о рядах динамики и их значение

**Рядом динамики** в статистике называется ряд чисел, характеризующих изменение величины того или иного явления во времени.

Ряды динамики отображают количественную оценку (меру) развития во времени изучаемого явления. Они могут выражаться *абсолютными*, *относительными* или *средними величинами*.

В зависимости от характера изучаемого явления уровни рядов динамики могут относиться подразделяются на *моментные* и *интервальные*.

# Моментные ряды динамики

**Моментные ряды динамики** отображают состояние изучаемых явлений на определенные даты (моменты) времени.

Примером моментного ряда динамики является следующая информация о списочной численности работников магазина:

Дата	1.01.10	1.04.10	1.07.10	1.10.10	1.01.10
Число работников, чел	192	190	195	198	200

Посредством моментных рядов динамики в торговле изучают товарные запасы, состояние кадров, количество оборудования и других показателей, отображающих состояние изучаемых явлений на отдельные даты (моменты) времени.

# Интервальные ряды динамики

**Интервальные ряды динамики** отображают итоги развития (функционирования) изучаемых явлений за отдельные периоды (интервалы) времени.

Примером интервального ряда динамики могут служить данные о товарообороте магазина в 2007-2011 гг.:

Год	2007	2008	2009	2010	2011
Объем розничного товарооборота, тыс. руб.	885,7	932,6	980,1	1028,7	1088,4

Посредством интервальных рядов динамики в торговле изучается изменение во времени поступления и реализации товаров, суммы издержек обращения и других показателей, отображающих итоги функционирования (развития) изучаемых явлений *за отдельные периоды*.

# Показатели, характеризующие тенденцию динамики

К показателям, характеризующим тенденцию динамики, относятся следующие:

- абсолютные приросты базисные (накопленные) и цепные (годовые);
- темпы роста (базисные и цепные);
- темпы прироста (базисные и цепные);
- абсолютное значение одного процента прироста;
- темп наращивания (изменения);
- средний абсолютный прирост;
- средний темп прироста.

# Статистические показатели

Важнейшим статистическим показателем динамики является абсолютный прирост, который определяется в разностном сопоставлении двух уровней ряда динамики в единицах измерения исходной информации.

**Базисный (накопленный) абсолютный прирост**  $\Delta y_{\text{баз.}}$  исчисляется как разность между сравниваемым уровнем  $y_i$  и уровнем, принятым за постоянную базу сравнения  $y_0$ :  $\Delta y_{\text{баз(накопл)}} = y_i - y_0$ .

**Цепной абсолютный прирост** - разность между сравниваемым уровнем и уровнем, который ему предшествует,

# Темпы роста

Распространенным статистическим показателем динамики является **темпы роста**. Он характеризует отношение двух уровней ряда и может выражаться в виде коэффициента или в процентах.

**Базисные темпы роста**  $Тр_б$  исчисляются делением сравниваемого уровня  $y_i$  на уровень, принятый за постоянную базу сравнения,  $Y_{01}$ :  $Тр_б = y_i \div Y_{01}$

**Цепные темпы роста**  $Тр_ц$  исчисляются делением сравниваемого уровня  $y_i$  на предыдущий уровень  $y_{i-1}$ :  $Тр_ц = y_i \div y_{i-1}$

Если темп роста больше единицы (или 100%), это показывает на увеличение изучаемого уровня по сравнению с базисным. Темп роста, равный единице (или 100%), показывает, что уровень изучаемого периода по сравнению с базисным не изменяется. Темп роста всегда имеет положительный знак.

# Темпы прироста

*Темп прироста* характеризует абсолютный прирост в относительных величинах. Исчисленный в процентах темп прироста показывает, на сколько процентов изменился сравниваемый уровень с уровнем, принятым за базу сравнения.

*Базисный темп прироста*  $Tn_{б}$  вычисляется делением сравниваемого базисного абсолютного прироста  $\Delta Y_{б_i}$  на уровень, принятый за постоянную базу сравнения  $Y_{o_i}$ :  $Tn_{б_i} = \Delta Y_{б_i} \div Y_{o_i}$

*Цепной темп прироста*  $Tn_{ц}$  - это отношение сравниваемого цепного абсолютного прироста  $\Delta Y_{ц_i}$ , к предыдущему уровню  $Y_{i-1}$ :  $Tn_{ц} = \Delta Y_{ц_i} \div Y_{i-1}$

# Средние показатели в рядах динамики

Для получения обобщающих показателей динамики социальных или экономических явлений определяются средние величины: средний уровень, средний абсолютный прирост, средний темп роста и прироста и пр.

*Средний уровень* показателя динамики характеризует типическую величину абсолютных уровней.

**ПРИМЕР:** Рассмотрим моментный динамический ряд. Товарные запасы в торговом предприятии на начало каждого месяца характеризуются следующими данными.

# Пример

Время	01 января	01 февраля	01 марта	01 апреля
Товарные запасы, млн. руб.	120	140	150	160

Вычислить: Средние товарные запасы за 1 квартал. Определяют сначала средние товарные запасы по месяцам. За январь они будут равны средней из данных на начало января и начало февраля, т.е. конец января.:  $(120 + 140) / 2 = 130$  млн.руб.

Соответственно за февраль  $(140 + 150) / 2 = 145$  млн. руб.;  $(150 + 160) / 2 = 155$  млн. руб.

Таким образом, от моментного ряда можно перейти к интервальному:

Время	январь	февраль	март
Товарные запасы, млн. руб.	130	145	155

# Решение

Теперь из среднемесячных показателей вычислить среднюю величину, т.е. средние товарные запасы за 1 квартал. Для расчета средней величины применяют формулу средней арифметической простой:

$$\bar{Y}_{\text{арифм. пр}} = \frac{\sum Y}{n}; \text{ то есть } \frac{130 + 145 + 155}{3} = \frac{430}{3} = 143,3 \text{ млн. руб.}$$

На основании расчетов можно сделать вывод: для исчисления среднего уровня (средней величины) в интервальных рядах динамики применяется формула средней арифметической простой.

Формула средней хронологической из моментного ряда динамики:

$$\bar{Y}_{\text{хрон.}} = \frac{\frac{1}{2}Y_1 + Y_2 + Y_3 + \dots + \frac{1}{2}Y_n}{n - 1}$$

Где  $Y$  – уровни ряда от первого до  $n$ -го момента времени;

$n$  – число уровней ряда.

# Решение

В 1 квартале:

$$\bar{Y}_{\text{хрон.}} = \frac{\frac{1}{2} \times 120 + 140 + 150 + \frac{1}{2} \times 160}{4 - 1} = \frac{430}{3} = 143,3 \text{ млн. руб.}$$

По формуле средней хронологической, имея данные о семи уровнях, можно исчислять, средние уровни за полугодие; при наличии данных о тринадцати уровнях (на первое число каждого месяца) – за год.

Средние уровни в моментных рядах динамики называются *средними хронологическими*, исчисленными за какие-то периоды.

В моментном ряду динамики с *равностоящими датами* времени средний уровень определяется по аналогичной формуле:

$$\bar{Y} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + \dots + \frac{1}{2}y_n}{n - 1}$$

# Пример

Дата	1.01.10	1.04.10	1.07.10	1.10.10	1.01.10
Число работников, чел	192	190	195	198	200

При определении среднего уровня данного ряда динамики промежутки времени отчетными датами практически принимаются за равновеликие. Тогда по формуле:

$$\bar{Y} = \frac{\frac{1}{2} \times 192 + 190 + 195 + 198 + \frac{1}{2} \times 200}{5 - 1} = 195 \text{ человек.}$$

В моментном ряду динамики с *неравноотстоящими датами* средний уровень определяется по формуле:

$$\bar{Y} = \frac{\sum t_i y_i}{\sum t_i} = \frac{t_1 y_1 + t_2 y_2 + \dots + t_n y_n}{t_1 + t_2 + \dots + t_n}$$

где  $y_i$  - уровни ряда динамики, сохранившиеся без изменения в течение промежутка времени  $t_i$

# Пример

**ПРИМЕР:** Применение данной формулы проиллюстрируем на данные о состоянии численности работников магазина в апреле 2009г. С 1 по 20 апреля в списочном составе работников магазина значилось 190 человек, с 21 апреля и до конца месяца числилось 196. Тогда соответствии с формулой для неравноотстоящих дат среднедневная (списочная) численность работников магазина в апреле составила:

$$\bar{Y} = \frac{120 \times 190 + 10 \times 196}{30} = 192 \text{ человека.}$$

# Решение

**Средний абсолютный прирост** представляет собой обобщенную характеристику индивидуальных абсолютных приростов ряда динамики. Для определения среднего абсолютного прироста  $\Delta\bar{Y}$  сумма цепных абсолютных приростов  $\sum \Delta y_{цi}$  делится на их число  $n$ :

$$\Delta\bar{Y} = \frac{\sum \Delta Y_{\text{цепн.}}}{n}$$

Применение формулы расчета среднего абсолютного прироста  $\Delta\bar{Y}$  проиллюстрируем на данных таблицы о цепных абсолютных приростах товарооборота магазина

$$\Delta\bar{Y} = \frac{46,9 + 47,5 + 48,6 + 59,7}{4} = 50,7 \text{ тыс.руб.}$$

**Средний темп роста** – обобщающая характеристика индивидуальных темпов роста ряда динамики.

# Решение

Для определения среднего темпа роста  $\bar{T}_p$  применяется формула

$$\bar{T}_p = \sqrt[n]{T_{p_1} \times T_{p_2} \dots T_{p_n}}$$

где  $T_{p_1}, T_{p_2}, \dots, T_{p_n}$  индивидуальные (цепные) темпы роста (в коэффициентах),  $n$  – число индивидуальных темпов роста.

Применение формулы расчета средних темпов роста проиллюстрируем на данных таблицы о цепных темпах роста розничного товарооборота магазина, заменив процентное их выражение коэффициентами: 2006 г.-1,053; 2007 г.-1,051 и т.д.

$$\bar{T}_p = \sqrt[4]{1,053 \times 1,051 \times 1,049 \times 1,058} = 1,053 \text{ или } 105,3\%$$

# Решение

Средний темп прироста  $\overline{T_{\Pi}}$  можно определить на основе взаимосвязи между темпами роста и прироста. При наличии данных о средних темпах роста  $\overline{T_p}$  для получения средних темпов прироста  $\overline{T_{\Pi}}$  используется зависимость:  $\overline{T_{\Pi}} = \overline{T_p} - 1$  (при выражении среднего темпа роста в коэффициентах)

Применяя эту формулу, можно вычислить средний темп прироста розничного товарооборота магазина за 2006- 2010гг. (по той же таблице) на основе среднего темпа роста:

$$\overline{T_{\Pi}} = 1,053 - 1 = 0,053 \text{ или } 5,3\%$$

# Абсолютное значение одного процента прироста

Абсолютное значение одного процента прироста (изменения) представляет собой отношение цепного годового (месячного, квартального) абсолютного прироста (изменения) к цепному годовому (месячному, квартальному) темпу прироста и показывает, какая абсолютная величина скрывается за одним процентом прироста; выражается в абсолютных единицах измерения:

$$A_{1\% \text{ прироста(изменения)}} = \frac{\Delta Y_{\text{цепн.год.}}}{T_{\text{п.цепн.год.}}}$$

или

$$A_{1\% \text{ прироста(изменения)}} = 0,01 \times Y_{i-1}$$