

Элементы финансовой математики: кредиты.

Власова Екатерина
Vlasova Ekaterina

vlasovaei2001@mail.ru, ул. Спортивная 5, кв.34, 89172953986

Корчиго Данил
Korchigo Danil

korchigo01@mail.ru, ул. Гагарина 16, кв.10, 89179321314

Морозова Татьяна Николаевна, учитель
математики, 89274608685, tatyana.morozova1973@gmail.com

Республика Татарстан, г. Нижнекамск, МБОУ «СОШ №11», ул. Гагарина 1в, school11nkamsk@mail.ru,
[8\(8555\)42-29-68](tel:8(8555)42-29-68)

Финансовая математика

Цель работы: найти наиболее выгодные условия кредитования в банках города Нижнекамска

Задачи:

- 0 Изучить появление, роли и функции кредитов;
- 0 Научиться решать задачи с кредитами на примере задач из ЕГЭ
- 0 Изучить условия кредитования банков города Нижнекамск
- 0 Проанализировать условия кредитования и выявить оптимальный вариант кредита для заёмщика и кредитора

Кредит

- Это общественные отношения, возникающие между субъектами экономических отношений, когда одна из сторон не возмещает немедленно полученные от другой стороны деньги или другие ресурсы, но обещает предоставить возмещение (оплату) или вернуть ресурсы в будущем.

Аннуитентный платёж

- 0 Вариант ежемесячного **платежа** по кредиту, когда размер ежемесячного **платежа** остаётся постоянным на всём периоде кредитования.

Пусть размер кредита S .

Процент банка равен $a\%$, а ежегодная выплата по кредиту равна X .

Тогда через год после начисления процентов и выплаты суммы X размер долга равен: $S(1+0,01a) - X$.

Обозначим $p = 1 + 0,01a$.

- Тогда через два года размер долга составит: $(Sp - X)p - X$
- Через три года: $((Sp - X)p - X)p - X$.
- Через четыре года $((((Sp - X)p - X))p - X)p - X$.
- ... через n лет $Sp^n - X(p^{n-1} + \dots + p^3 + p^2 + p + 1)$.

Для подсчета величины в скобках иногда применяется формула суммы n членов геометрической прогрессии. Здесь $b_1 = 1$, $q = a$.

- Формула для суммы n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$$

- Размер долга через n лет

$$Sp^n = \frac{X(1 - p^n)}{1 - p}$$

Дифференцированный платёж

- 0 Это способ погашения кредита, при котором заёмщиком выплачивается основная сумма займа равными долями, а начисление процентов осуществляется на остаток задолженности.
- 0 S – размер кредита
- 0 a – процентная ставка
- 0 n - срок всего кредитования
- 0 m – промежуток времени от начала до момента m

- Так как долг уменьшается на одну и ту же величину, то последовательность сумм долга после начисления процентов и очередной выплаты

$$(S_m): S, \frac{n-1}{n} * S, \frac{n-2}{n} * S, \frac{n-3}{n} * S, \dots, \frac{1}{n} * S.$$

- После первого начисления процентов долг $S + \frac{a}{100} * S$

- Первая выплата $\frac{S}{n} + \frac{a}{100} * S$

- После выплаты остаток долга

$$S + \frac{a}{100} * S - \left(\frac{S}{n} + \frac{a}{100} * S \right) = \frac{n-1}{n} * S$$

- Заметим, что указанная последовательность представляет собой арифметическую прогрессию, у которой $a_1 = S$, разность $d = -\frac{1}{n} * S$

- Сумма всех выплат $\frac{S_1 + S_n}{2} * n$

Задача №1

31 декабря 2013 года Сергей взял в банке 9 930 000 рублей в кредит под 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Сергей переводит в банк определённую сумму ежегодного платежа. Какой должна быть сумма ежегодного платежа, чтобы Сергей выплатил долг тремя равными ежегодными платежами?

Решение

$$\theta = 9\,930\,000 \text{ рублей}; p = 1 + 10 * 0,01 = 1,1;$$

$$n = 3; S_n = 0$$

$$0 = S * p^n - \frac{X * (1 - p^n)}{1 - p}; X = \frac{S * p^n * (1 - p)}{(1 - p^n)};$$

$$X = \frac{9\,930\,000 * (1,1)^3 * (1 - 1,1)}{(1 - (1,1)^3)} = 3\,993\,000$$

Задача №2

- 0 Фермер получил кредит в банке под определенный процент годовых. Через год фермер в счет погашения кредита вернул в банк $\frac{3}{4}$ от всей суммы, которую он должен был банку к этому времени, а еще через год в счет полного погашения кредита он внес в банк сумму на 21% превышающую величину полученного кредита. Каков процент годовых по кредиту в данном банке?

Решение

Пусть фермер взял кредит S руб. под $p\%$ годовых.

Через год он должен банку $S(1+0,01p)$ руб.

Через год фермер в счет погашения кредита вернул в банк $\frac{3}{4}$ от всей суммы, которую он должен был банку к этому времени, следовательно, ему осталось вернуть $0,25 S(1+0,01p)$ руб.

Еще через год он должен банку

$(0,25 S(1+0,01p)) (1+0,01p) = 0,25S(1+0,01p)^2$ руб.

В счет полного погашения кредита он внес в банк сумму на 21% превышающую величину полученного кредита, то есть внес $1,21 S$ руб.

Получили уравнение: $0,25S(1+0,01p)^2=1,21 S$.

$$(1+0,01p)^2=4,84$$

$$1+0,01p=2,2$$

$$p=120\%$$

Ответ: 120

Задача № 3

Сергей взял кредит в банке на срок 9 месяцев. В конце каждого месяца общая сумма оставшегося долга увеличивается на 12%, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Сергеем. Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину.

Сколько процентов от суммы кредита составила общая сумма, уплаченная Сергеем банку (сверх кредита)?

Решение

Общая сумма, уплаченная Сергеем банку сверх кредита, обусловлена только применением процентной ставки.

- В первом месяце эта часть заплаченной суммы составляла $0,12 * S$
- во втором - $0,12 * S * \frac{8}{9}$
- в третьем — $0,12 * S * \frac{7}{9}$
- в восьмом — $0,12 * S * \frac{2}{9}$
- в последнем — $0,12 * S * \frac{1}{9}$

$$0,12 S * (1 + \frac{8}{9} + \frac{7}{9} + \dots + \frac{1}{9}) = 0,12S * \frac{(1 + \frac{1}{9})}{2} * 9 = 0,6S$$

$$0,6 S / S * 100 \% = 60 \%$$

Ответ : 60 %.

Вычисление аннуитентного платежа

S	a(годовой)	n	p	a	X	Сумма выплат	Переплата
500000	16,5	60	1,01375	1,375	12292,26055	737535,6329	237535,63
500000	17,9	60	1,014917	1,4916667	12669,5295	760171,7698	260171,77
500000	12,9	60	1,01075	1,075	11350,95741	681057,4449	181057,44
500000	18,5	60	1,015417	1,5416667	12833,10459	769986,2753	269986,28

Вычисление аннуитентного

1	2	3	4	5	6	7	8	
1	S	a(годовой)	n	p	a	X	Сумма выплат	Переплата
2	500000	16,5	60	1,01375	1,375	12292,26055	737535,6329	237535,63
3	500000	17,9	60	1,014917	1,491667	12669,5295	760171,7698	
4	500000	12,9	60	1,01075	1,075	11350,95741		
5	500000	18,5	60	1,015417	1,541667			

500000 12,9 60 1,01075 1,075

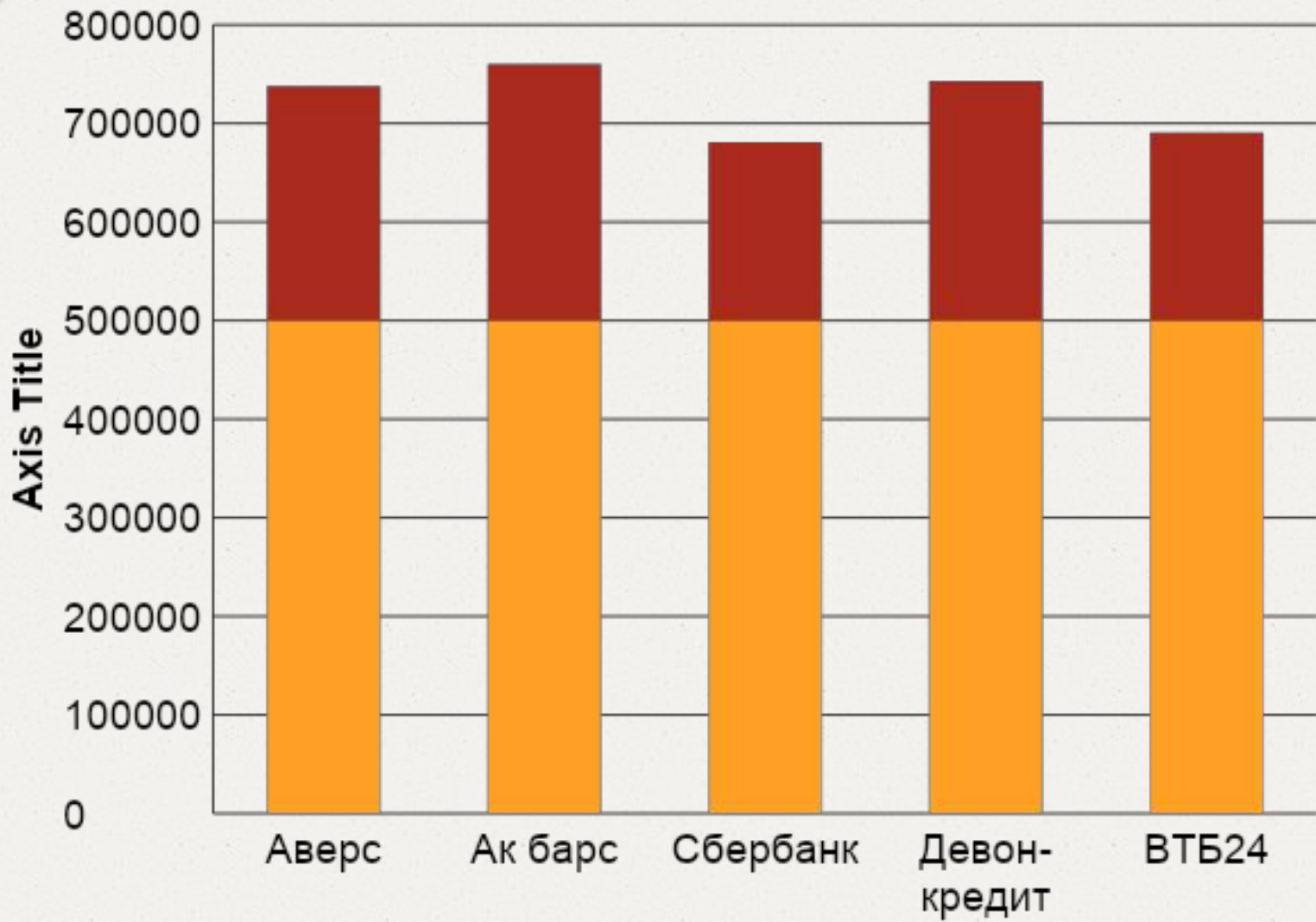
Вычисление дифференцированного платежа

S	a(годовых)	a	n	m	X	S_m	Сумма выплат	Переплата
500000	18,5	1,541667	60	1	15913,19	491666,7	727395,8333	227395,8333
500000	18,5	1,541667	60	2	15784,72	483333,3	727395,8333	227395,8333
500000	18,5	1,541667	60	3	15656,25	475000	727395,8333	227395,8333
500000	18,5	1,541667	60	60	8333,333	0	727395,8333	227395,8333

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	S	a(годовых)	a	n	m	X	S_m	Сумма выплат	Переплата
2	500000	18,5	1,541667	60	1	15913,19	491666,7	727395,8333	
3	500000	18,5	1,541667	60	2	15784,72	483333,3		
4	500000	18,5	1,541667	60	3	8333,333			
5	500000	18,5	1,541667	60	60				

Банки Нижнекамска

Банк	Сумма кредита	Срок погашения	Процент	Ежемесячный платёж	Сумма выплат	Переплата
Аверс («Высшая лига»)	500 000	5 лет	16,5	12 292	737 520	237 520
Ак барс	500 000	5 лет	17,9	12 669	760 140	260 140
Сбербанк	500 000	5 лет	12,9	11 350,96	681 057,38	181 057,38
Девон-кредит	500 000	5 лет	18.5	8 333,00 (без учёта процентов)	727395,83	227395,83
ВТБ24(«Ипотечный кредит»)	500 000	5 лет	13,5	11 505	690 295	190 295



Вывод

- 0 Кредит - не является средством первой необходимости, а жизнь в долг - вполне нормальное явление в современном мире. Если грамотно и со всей ответственностью подходить к взятию кредита, то не возникает проблем в отношениях с кредитором и поиском средств для погашения кредита.
- 0 Проанализировав кредиты банка города Нижнекамска, видим, что самый выгодный кредит на сегодняшний день - это кредит Сбербанка. С помощью формул и таблиц, приведенных в нашей работе, всегда можно рассчитать остаток долга в любой момент времени и переплату по кредиту.

Список использованной литературы

- 0 <https://ru.wikipedia.org/wiki/Кредит>
- 0 <https://math-ege.sdamgia.ru/?redir=1>
- 0 <http://1000bankov.ru/kredit/potreb/>
- 0 <https://www.sberbank.ru/ru/person>
- 0 <https://www.akbars.ru/product/individuals/credits/>
- 0 https://devoncredit.ru/private-client/kreditovanie_all/credits_all/
- 0 [https://www.vtb24.ru/credit/cash/#{\"IsVtb24SalaryClient\":false,\"mortgage\":false,\"Credit\":\"600000\",\"Term\":\"36\"}](https://www.vtb24.ru/credit/cash/#{\)