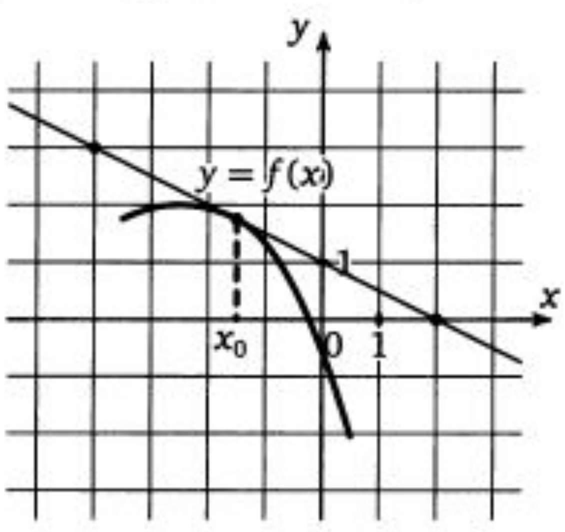
Мастер – класс

«Из опыта работы по подготовке к ЕГЭ по математике»



ЕГЭ – 2016

Математика

Задание 7

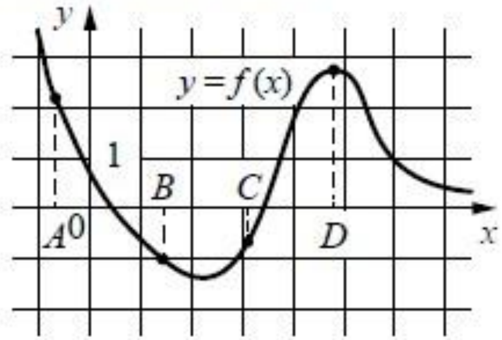
Москаленко Ирина Ивановна

учитель математики МКОУ СОШ № 2 с.Бешпагир

Грачевский район, Ставропольский край

ЕГЭ – 2016

14.1 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и отмечены точки A, B, C и D на оси x. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке характеристику функции и её производной.

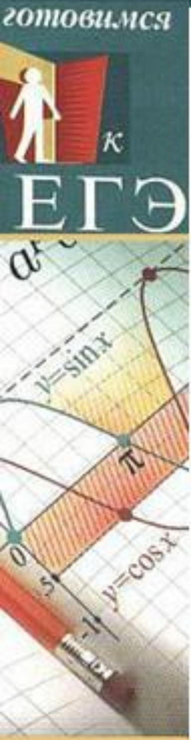


ТОЧКИ	ХАРАКТЕРИСТИКИ ФУНКЦИИ И ПРОИЗВОДНОЙ
А) A	1) Производная отрицательна, функция положительна.
Б) B	2) Производная положительна, функция отрицательна.
В) C	3) Функция отрицательна, производная отрицательна.
Г) D	4) Функция положительна, производная равна 0.

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

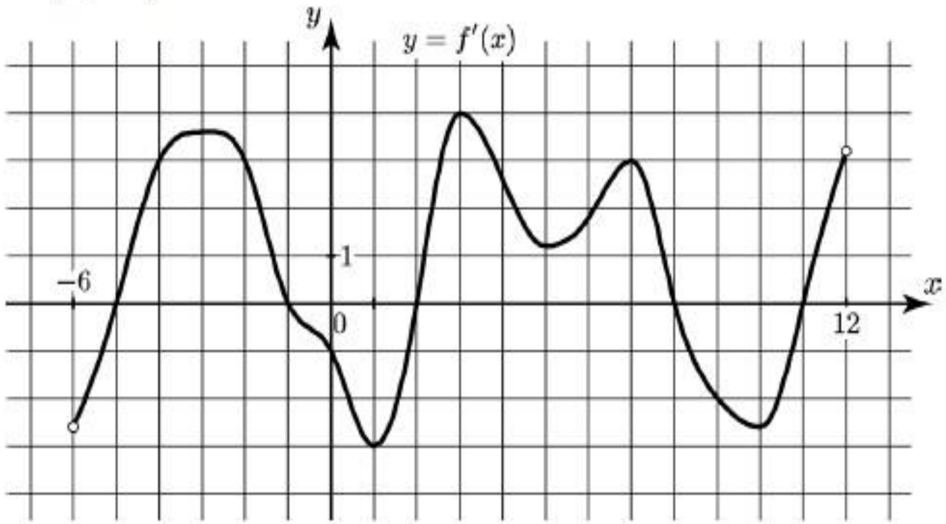
Ответ:

А	Б	В	Г



ЕГЭ – 2016

На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-6; 12)$. Найдите точку максимума функции $f(x)$ на отрезке $[0; 10]$.



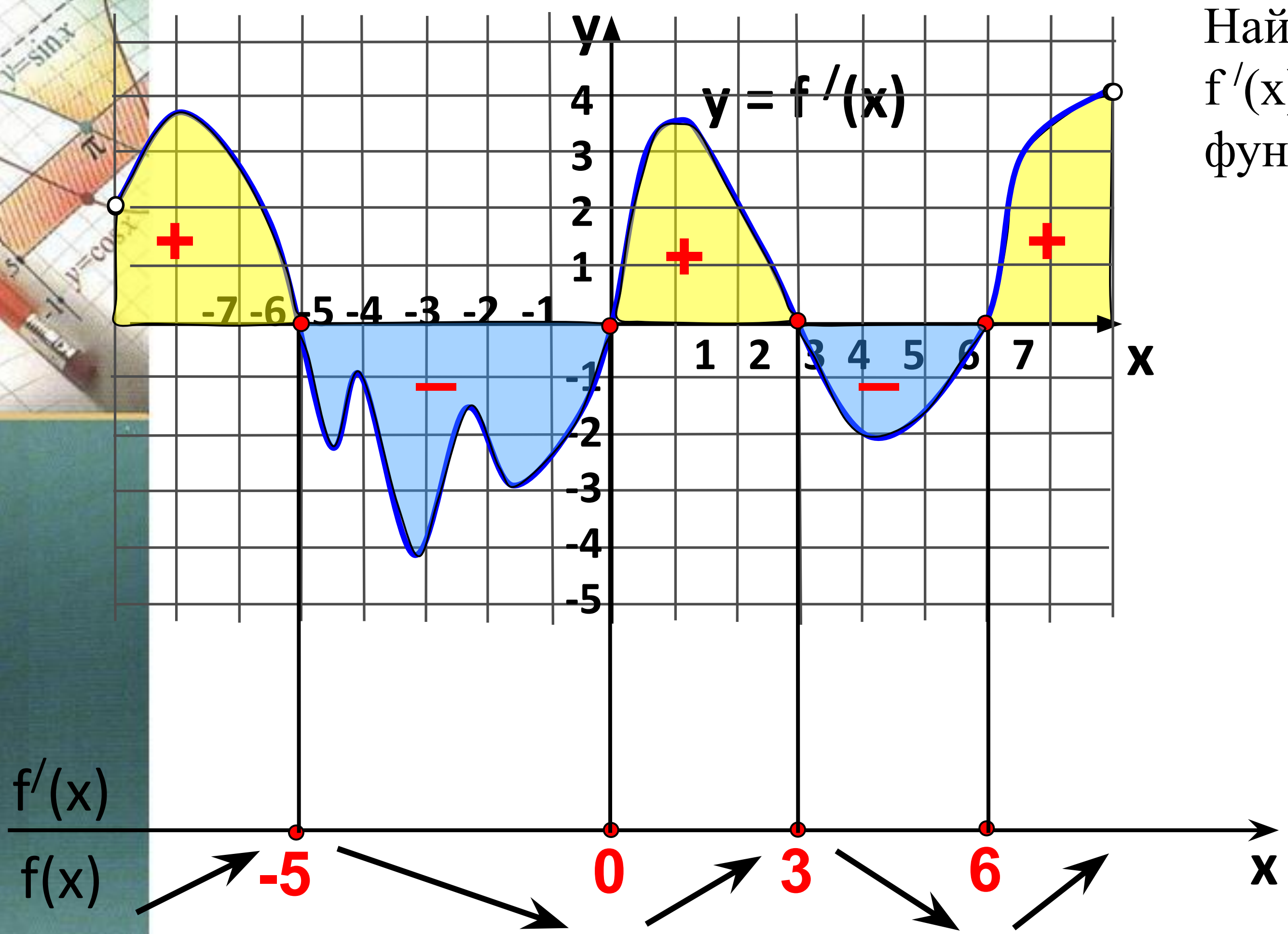
Ответ: ______________________________.

В данной подборке заданий рассматриваются типы задач:

- Нахождение точек максимума и минимума по графику производной функции.
- Нахождение длины промежутков возрастания или убывания функции, точек максимума и минимума по графику функции.
- Нахождение значения производной в заданной точке, если задан график функции и касательная к нему.
- Определение количества целых точек, в которых производная функции отрицательна, положительна.
- Нахождение количества точек, в которых производная функции $y = f(x)$ равна 0.

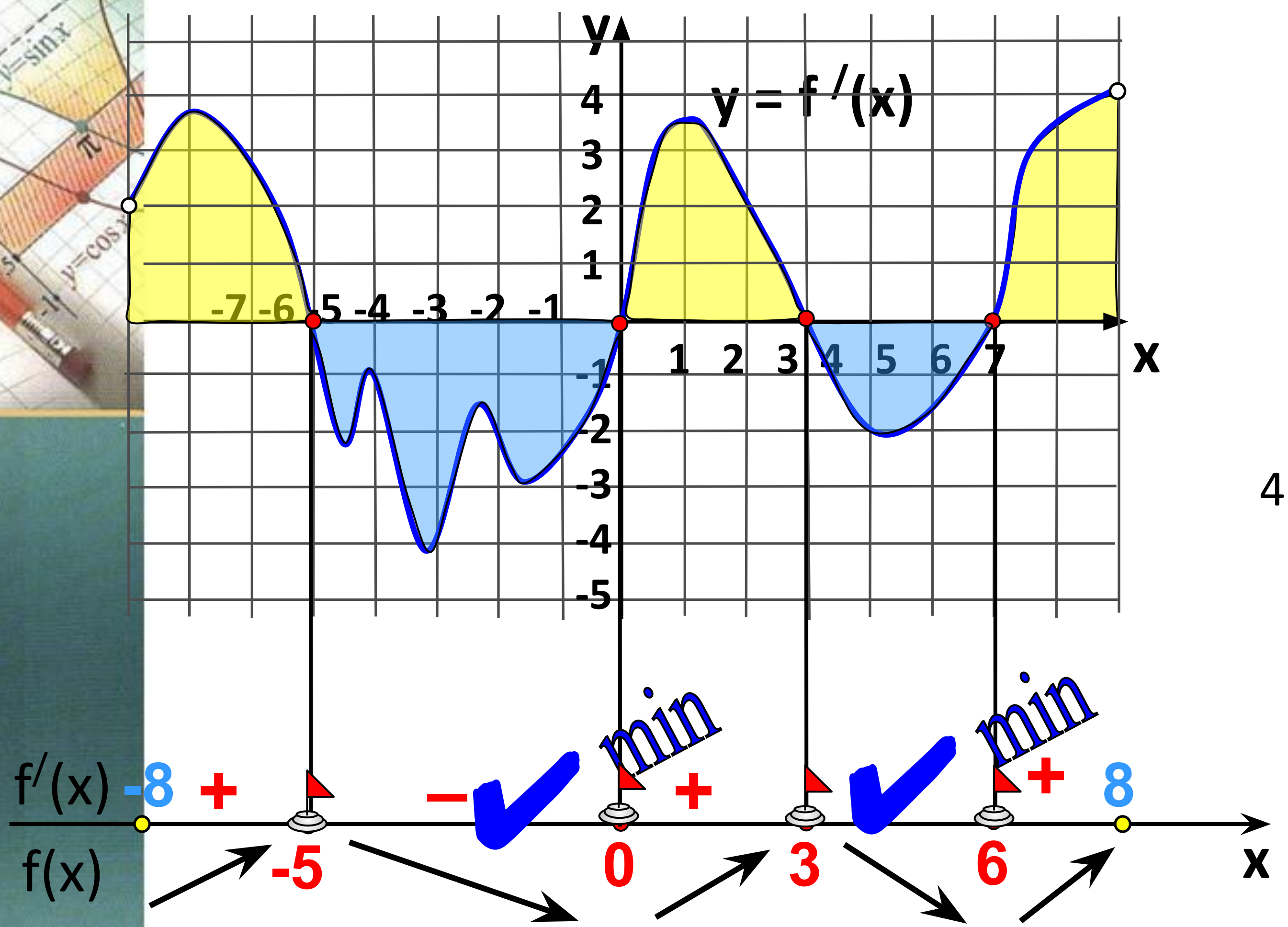
На рисунке изображен график производной функции y =f (x), заданной на промежутке (- 8; 8). Исследуем свойства графика и мы можем ответить на множество вопросов о свойствах функции, хотя графика самой функции не представлено!

Найдем точки, в которых $f'(x)=0$ (это нули функции).



По этой схеме мы можем дать ответы на многие вопросы тестов.

Исследуйте функцию y =f (x) на экстремум и укажите количество ее точек минимума.

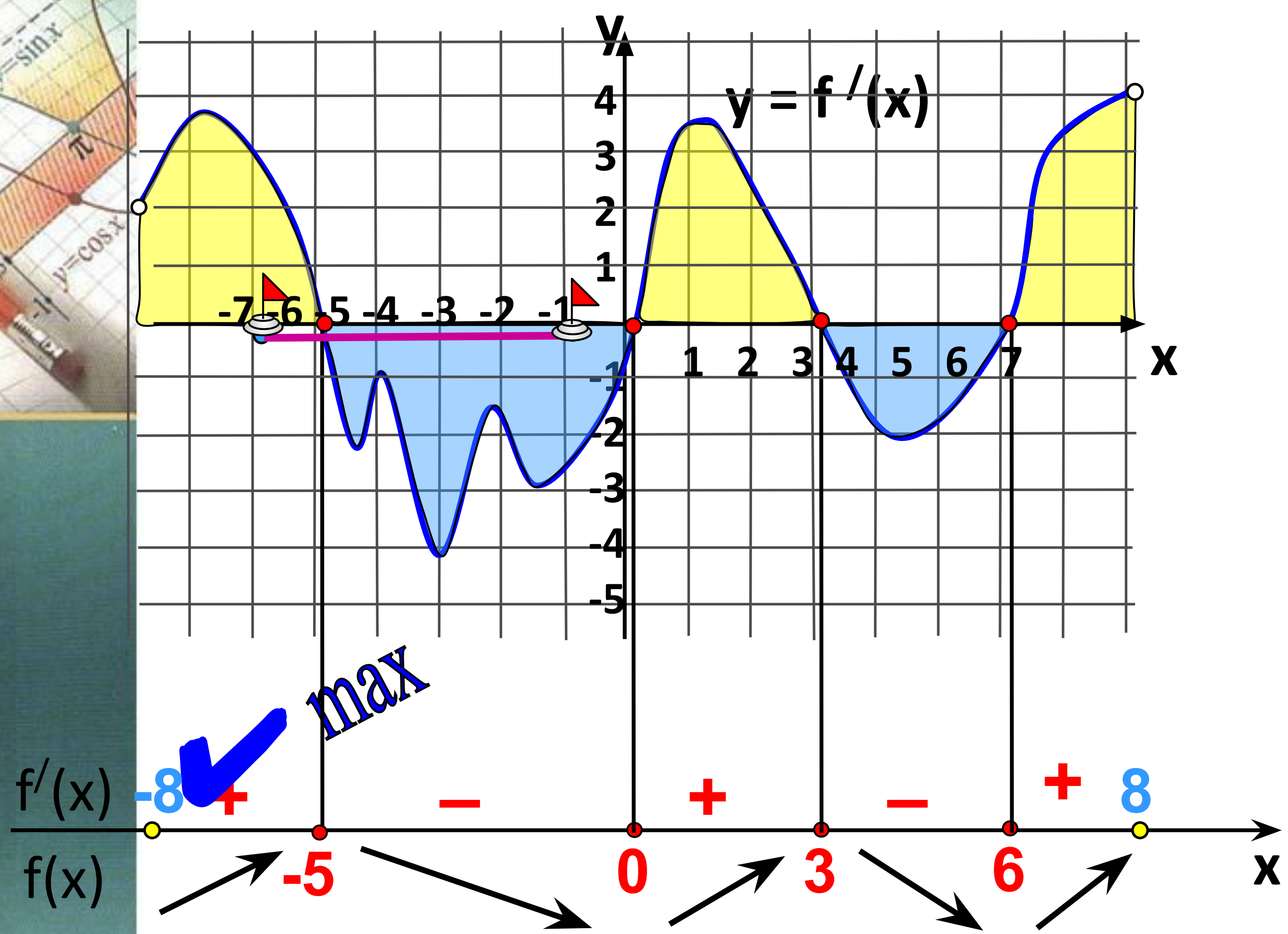


4 точки экстремума,

Ответ:
2 точки минимума

Пример

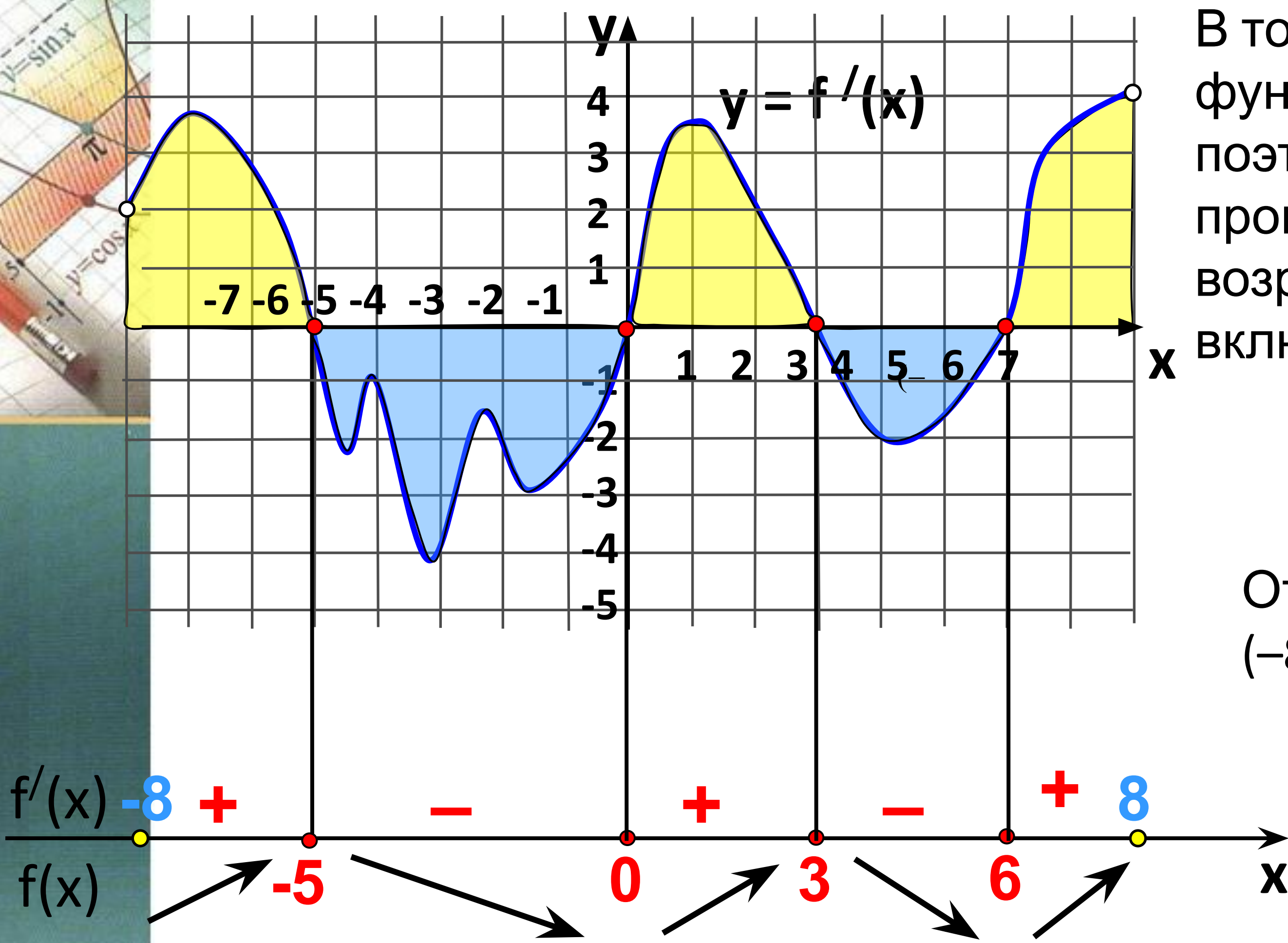
Найдите точку экстремума функции y =f (x) на отрезке [– 6; –1]



Ответ: $x_{max} = -5$

Пример

Найдите промежутки возрастания функции y =f (x).

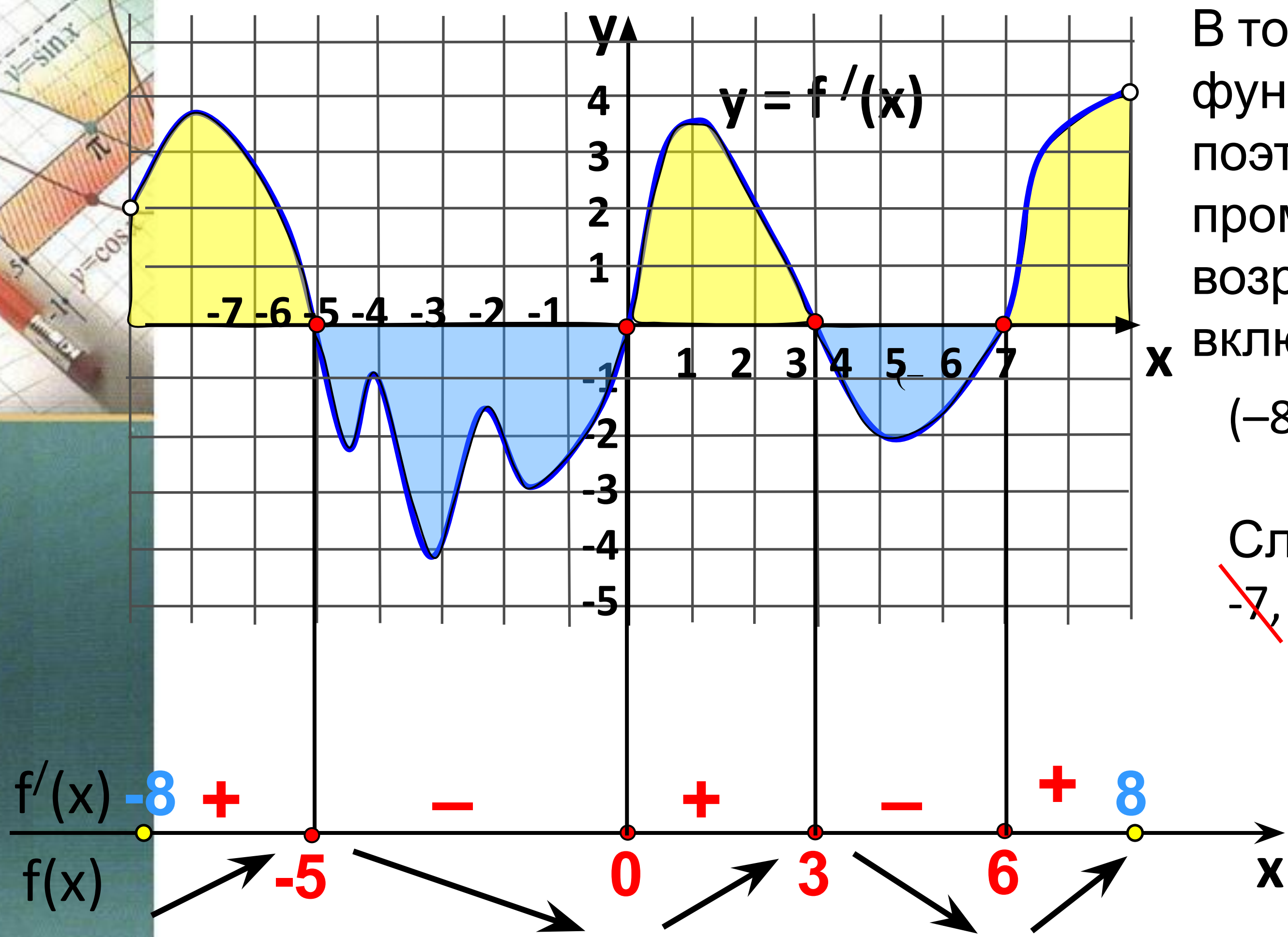


В точках –5, 0, 3 и 6 функция непрерывна, поэтому при записи промежутков возрастания эти точки включаем.

Ответ:
(–8; –5], [0; 3], [6; 8)

Пример

Найдите промежутки возрастания функции y =f (x). В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



В точках –5, 0, 3 и 6 функция непрерывна, поэтому при записи промежутков возрастания эти точки включаем.

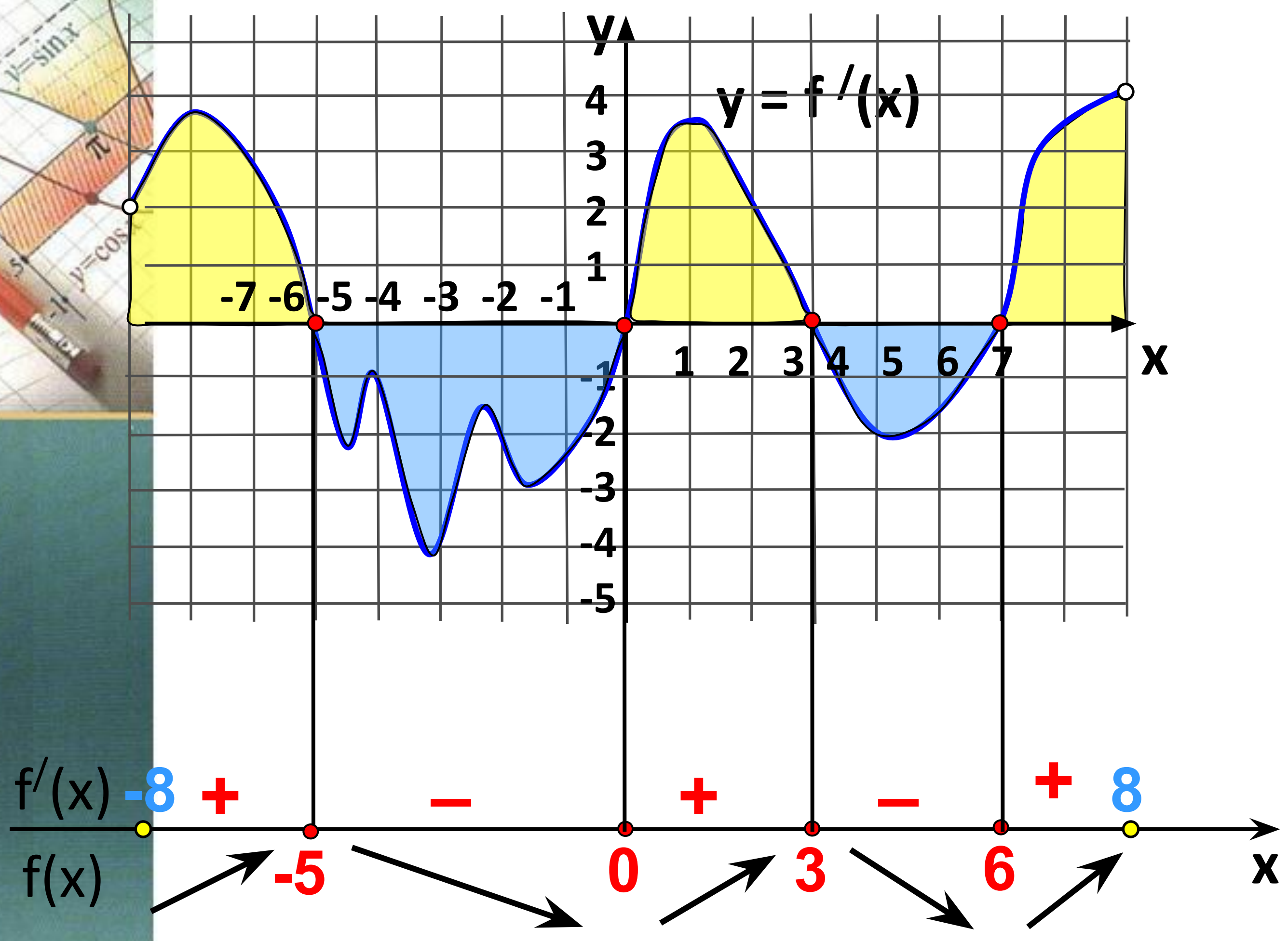
(–8; –5], [0; 3], [6; 8)

Сложим целые числа:
~~-7~~, ~~-6~~, ~~-5~~, 0, 1, ~~2~~, ~~3~~, ~~6~~, ~~7~~

Ответ: 1

Пример

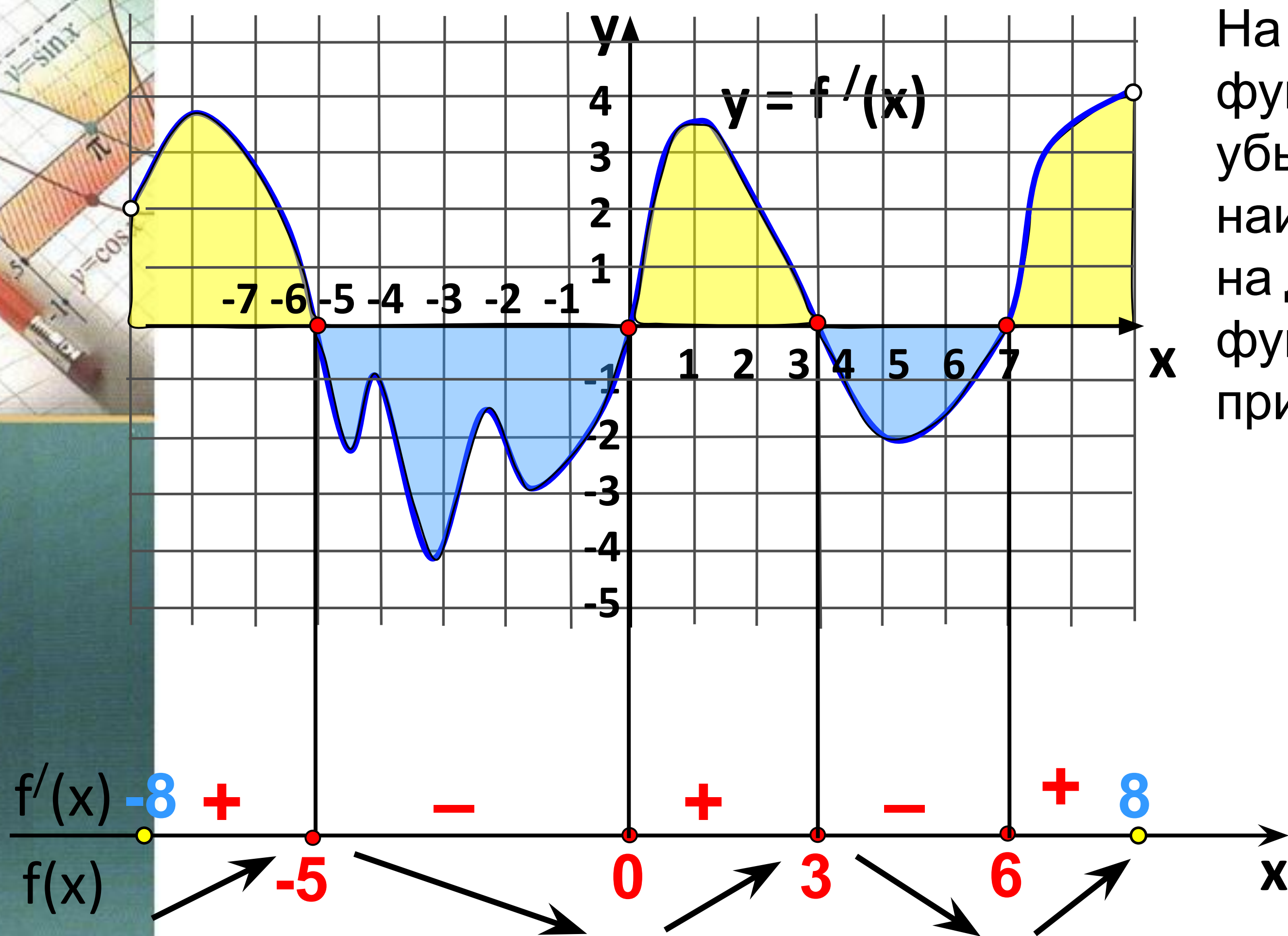
Найдите промежутки убывания функции y =f (x). В ответе укажите длину наибольшего из них.



Ответ: 5.

Пример

В какой точке отрезка [– 4; –1] функции y =f (x) принимает наибольшее значение?

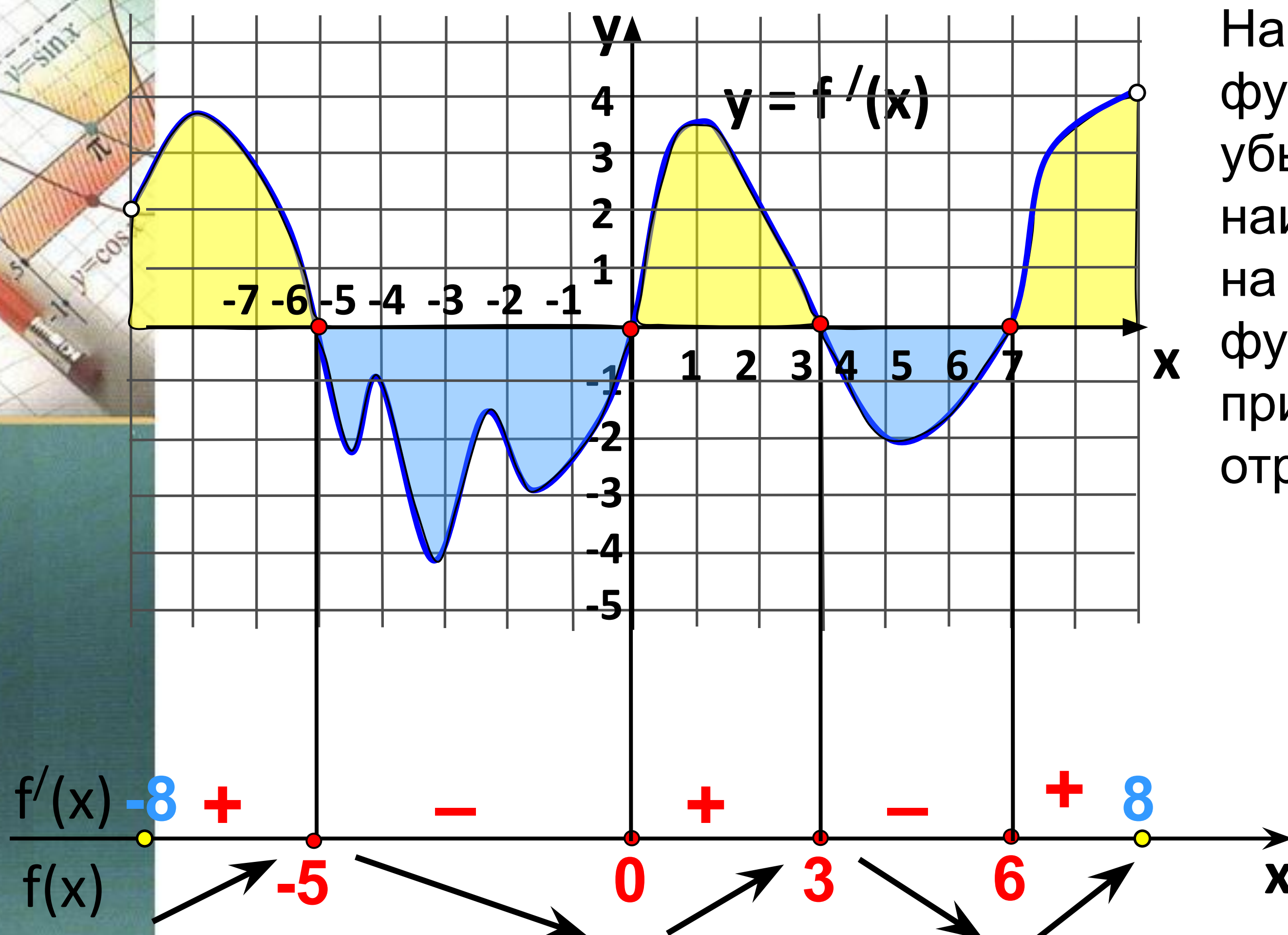


На отрезке [– 4; –1] функция y =f (x) убывает, значит, наибольшее значение на данном отрезке функция будет принимать в точке – 4.

Ответ: – 4.

Пример

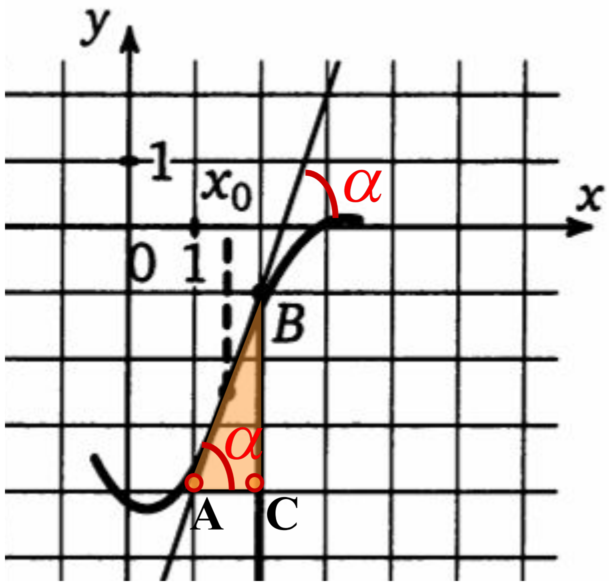
В какой точке отрезка [– 4; –1] функции y =f (x) принимает наименьшее значение?



На отрезке [– 4; –1] функция y =f (x) убывает, значит, наименьшее значение на данном отрезке функция будет принимать в конце отрезка точке x= – 1.

Ответ: – 1.

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $y = f(x)$ в точке x_0.



Решение.

$$f'(x_0) = k = tg\alpha,$$

$$f'(x_0) = tg\alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{1} = 3.$$

Ответ: 3.

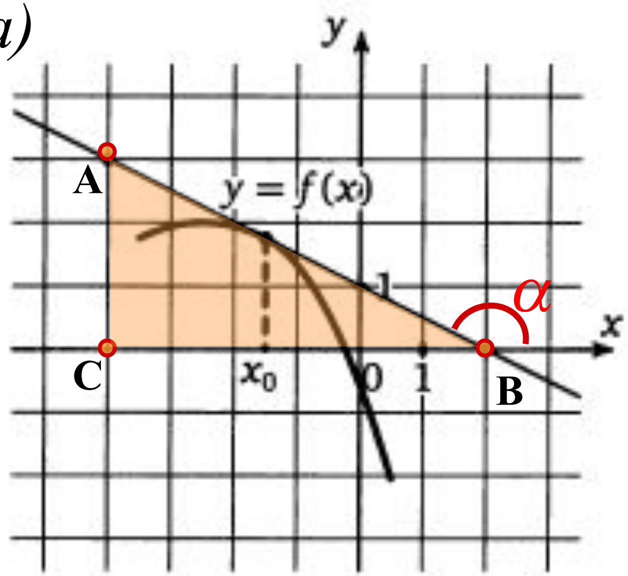
Теоретические сведения.

Значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 равно tga — угловому коэффициенту касательной, проведенной к графику этой функции в данной точке. Чтобы найти угловой коэффициент, выберем две точки A и B, лежащие на касательной, абсциссы и ординаты которых — целые числа. Теперь определим модуль углового коэффициента. Для этого построим ΔABC. Важно помнить, что тангенс острого угла прямоугольного треугольника — это отношение противолежащего катета к прилежащему.

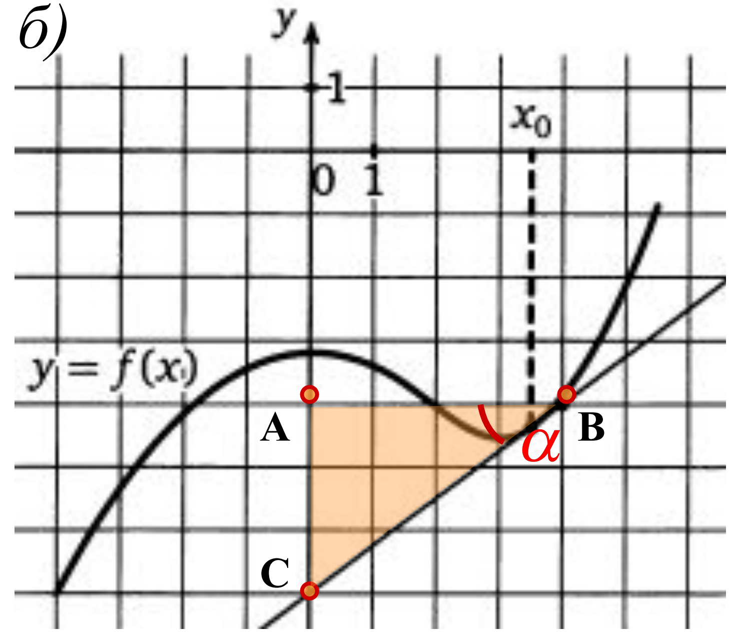
Знак производной (углового коэффициента) можно определить по рисунку, например, так: если касательная «смотрит вверх» то производная положительна, если касательная «смотрит вниз» - отрицательна (если касательная горизонтальна, то производная равна нулю).

На рисунке изображен график функции *y = f (x)*, и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции *y = f (x)* в точке x_0.

а)



б)



Решение.

$$f'(x_0) = k = tg\alpha,$$

$$tg(180^\circ - \alpha) = -\frac{AC}{BC} = -\frac{3}{6} = -0,5.$$

Ответ: - 0,5 .

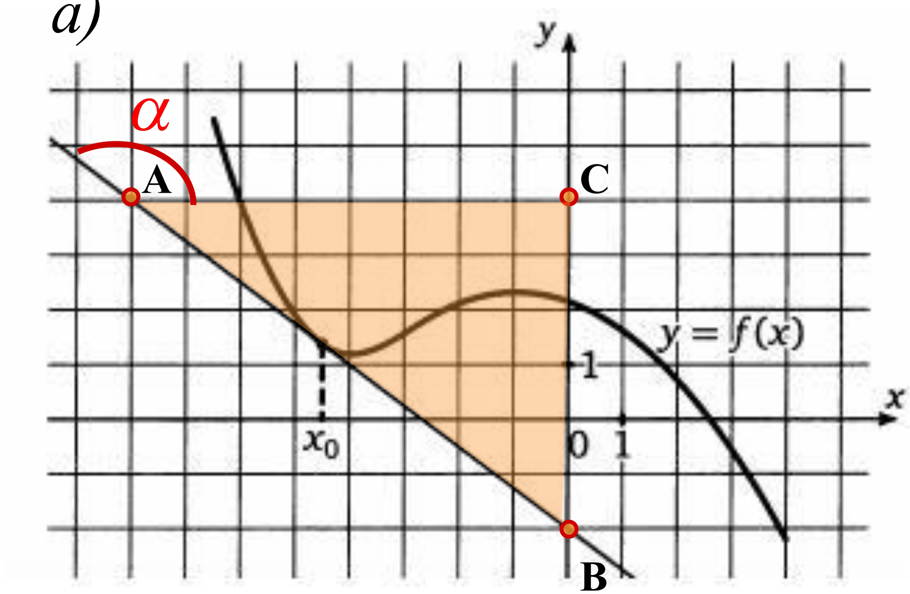
$$f'(x_0) = k = tg\alpha,$$

$$f'(x_0) = tg\alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{4} = 0,75.$$

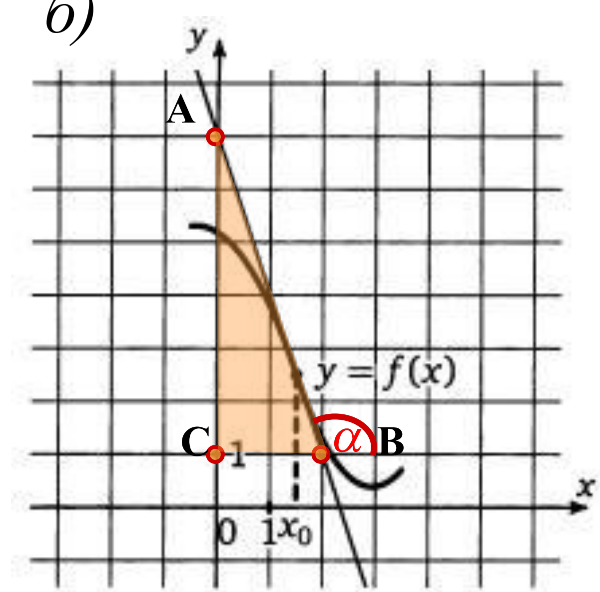
Ответ: 0,75.

На рисунке изображен график функции *y = f (x)*, и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции *y = f (x)* в точке x_0.

а)



б)



Решение.

$$f'(x_0) = k = tg\alpha,$$

$$tg(180^\circ - \alpha) = -\frac{BC}{AC} = -\frac{6}{8} = -0,75.$$

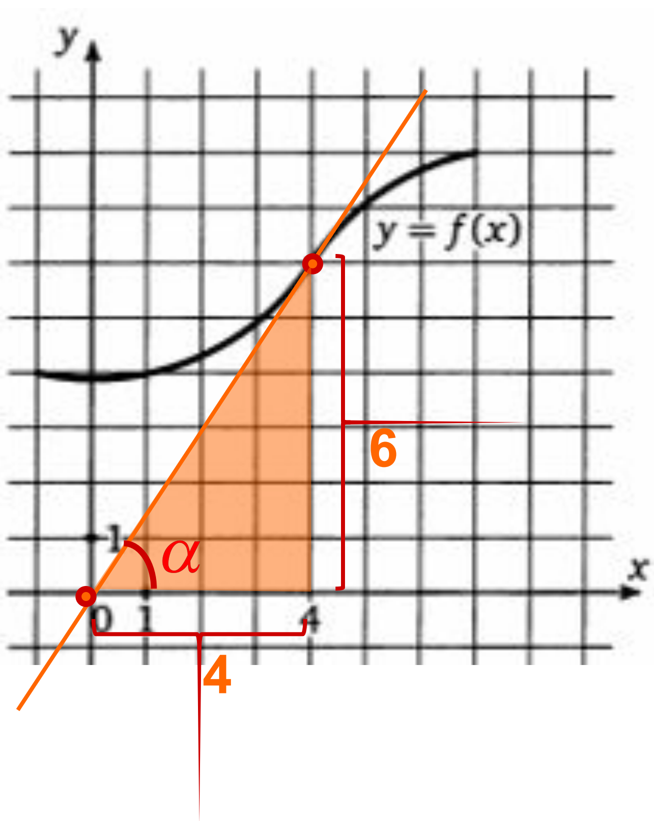
Ответ: - 0,75 .

$$f'(x_0) = k = tg\alpha,$$

$$tg(180^\circ - \alpha) = -\frac{AC}{BC} = -\frac{6}{2} = -3.$$

Ответ: - 3 .

На рисунке изображен график функции *y = f (x)*, касательная к этому графику, проведенная в точке 4, проходит через начало координат. Найдите *f′*(4).



Решение.

Если касательная проходит через начало координат, то можно изобразить ее на рисунке, проведя прямую через начало координат и точку касания. В качестве точек с целочисленными координатами, лежащих на касательной, можно взять начало координат и точку касания. Дальнейшее решение очевидно:

$$f'(x_0) = tg\alpha = \frac{6}{4} = 1,5.$$

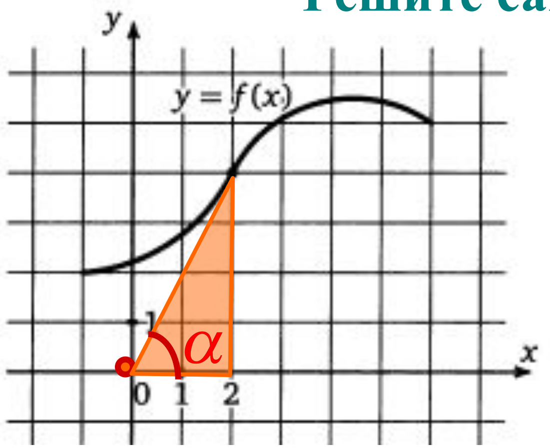
Ответ: 1,5.

На рисунке изображен график функции *y = f (x)*, касательная к этому графику, проведенная в точке x_0, проходит через начало координат. Найдите $f'(x_0)$.

Решите самостоятельно!

1

$x_0 = 2$

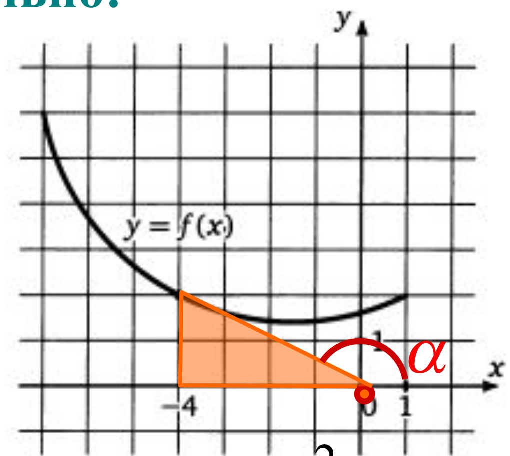


$$f'(x_0) = tg\alpha = \frac{4}{2} = 2$$

Ответ: 2.

3

$x_0 = -4$

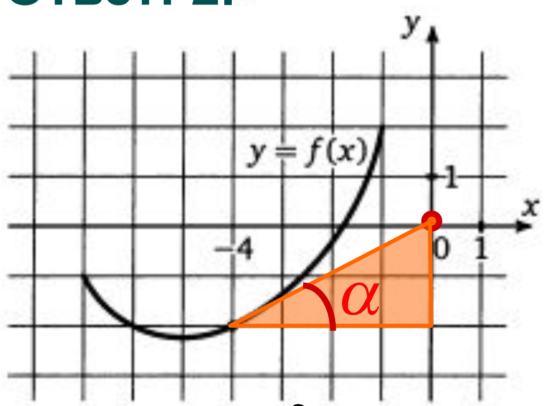


$$f'(x_0) = tg\alpha = -\frac{2}{4} = -0,5$$

Ответ: - 0,5.

2

$x_0 = -4$

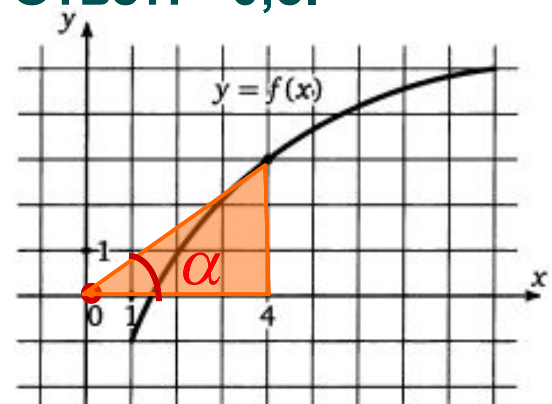


$$f'(x_0) = tg\alpha = \frac{2}{4} = 0,5$$

Ответ: 0,5.

4

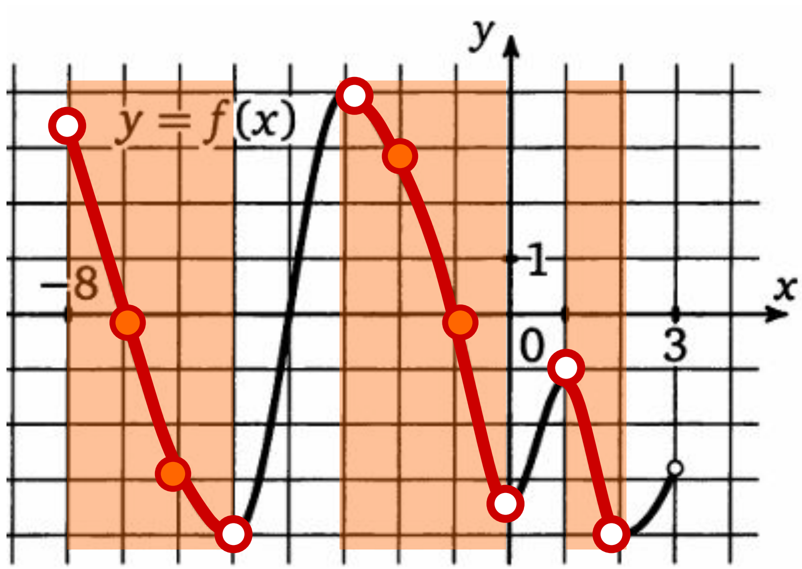
$x_0 = 4$



$$f'(x_0) = tg\alpha = \frac{3}{4} = 0,75$$

Ответ: 0,75.

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале (-8; 3). Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.



Решение.

$f'(x) < 0$, если $f(x)$ убывает.

Целые решения:

x=-7; x=-6; x=-2; x=-1.

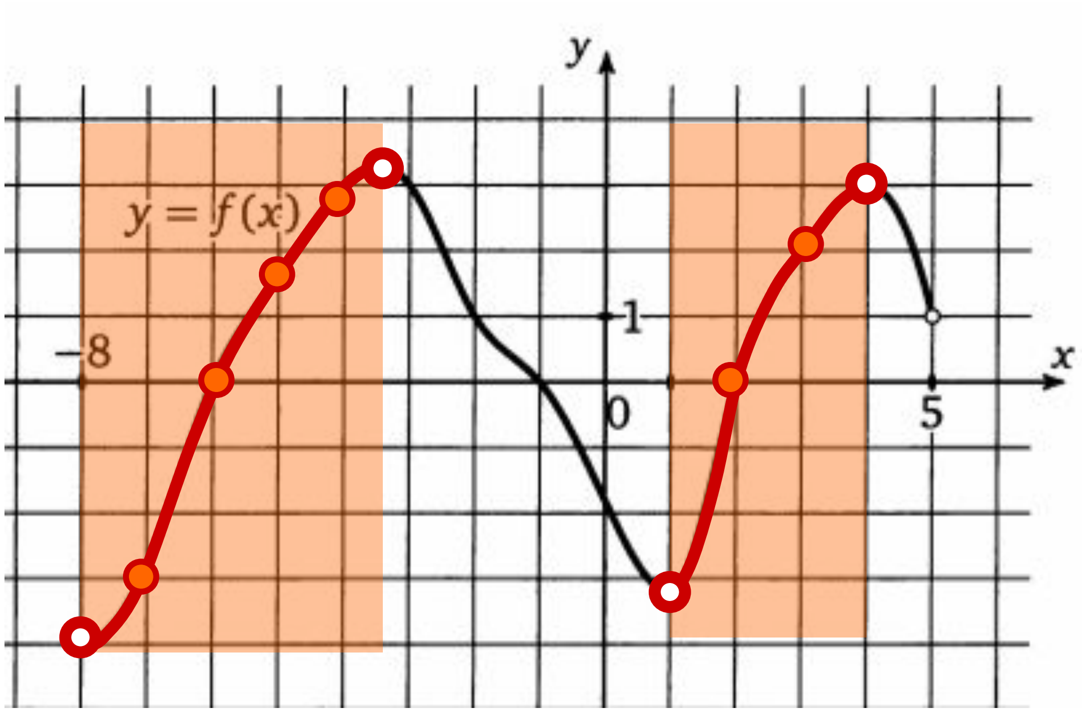
Их количество равно 4.

Ответ: 4.

Теоретические сведения.

Решим эту задачу, воспользовавшись следующим утверждением. Производная непрерывно дифференцируемой функции на промежутке убывания (возрастания) не положительна (не отрицательна). Значит необходимо выделить промежутки убывания функции и сосчитать количество целых чисел, принадлежащих этим промежуткам. Причем производная равна нулю на концах этих промежутков, значит, нужно брать только внутренние точки промежутков.

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале (—8; 5). Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.



Решение.

$f'(x) > 0$, если $f(x)$ возрастает.

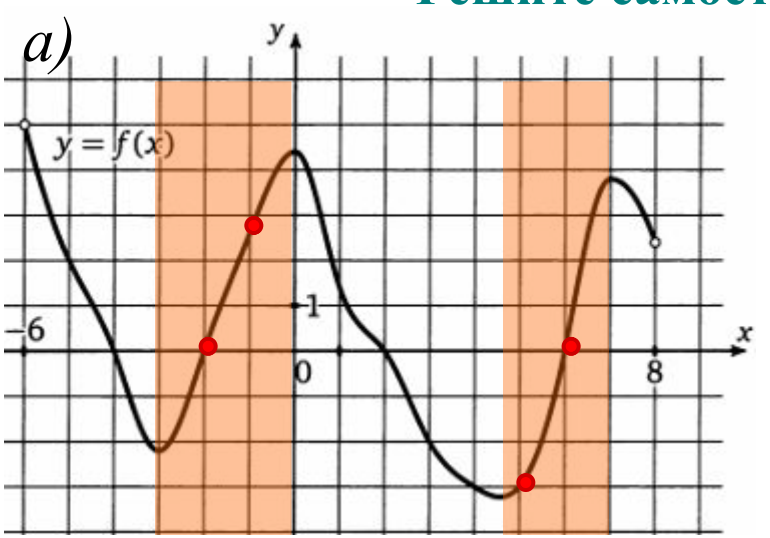
Целые решения при : *x=-7; x=-6; x=-5; x=-4; x=2; x=3.*

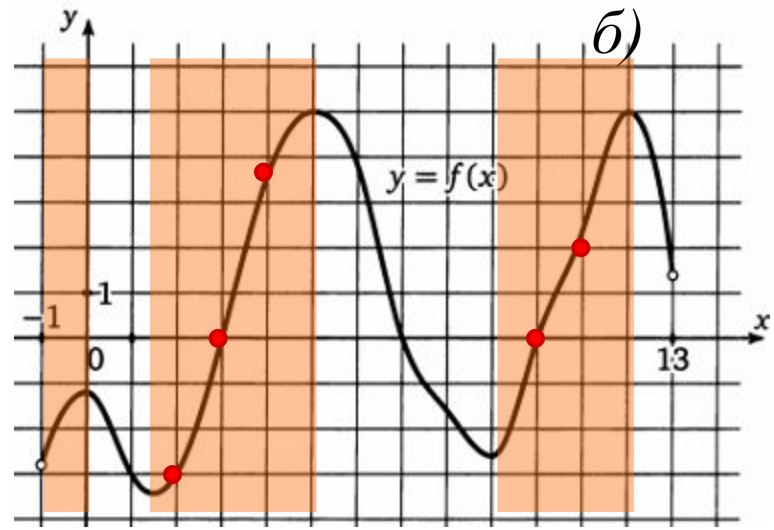
Их количество равно 6.

Ответ: 6.

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(a;b)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.

Решите самостоятельно!





Решение.

$f'(x) > 0$, если $f(x)$ возрастает.

Целые решения при :

x=-2; x=-1; x=5; x=6.

Их количество равно 4.

Ответ: 4.

Целые решения при :

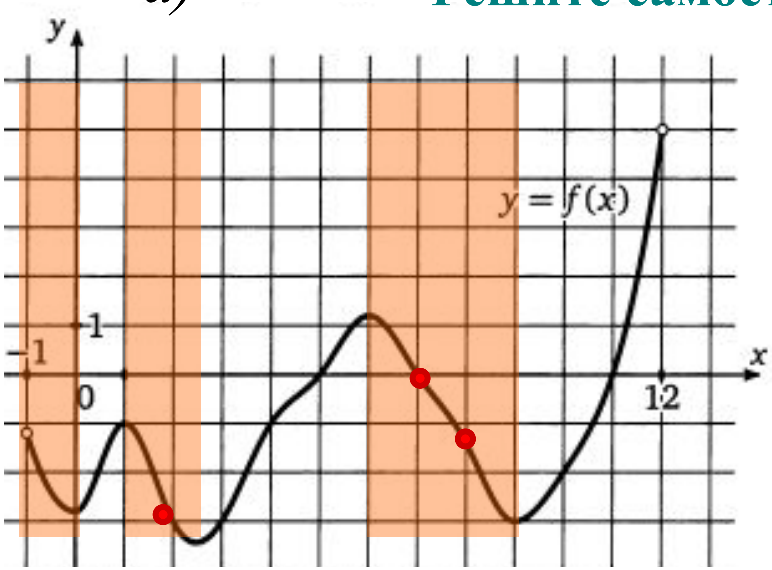
x=2; x=3; x=4; x=10; x=11.

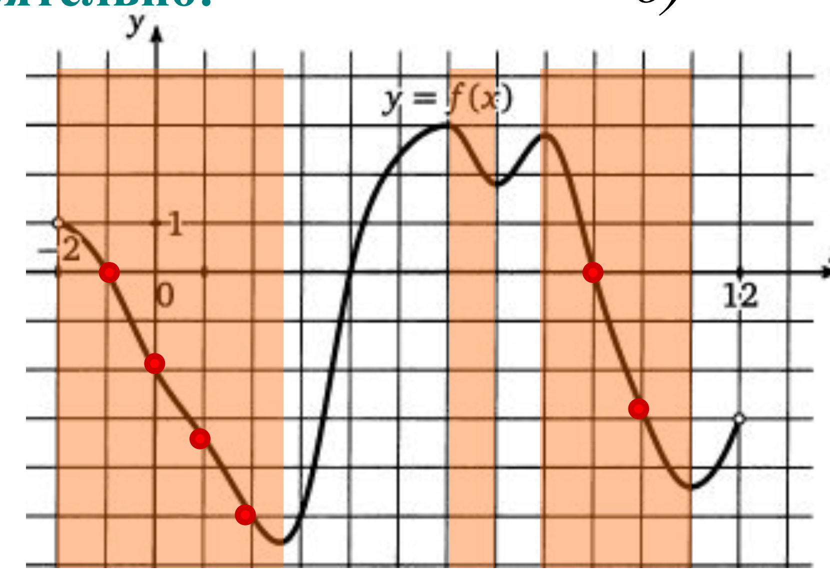
Их количество равно 5.

Ответ: 5.

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(a;b)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.

а) **Решите самостоятельно!** *б)*





Решение.

$f'(x) < 0$, если $f(x)$ убывает.

Целые решения при :

x=2; x=7; x=8.

Их количество равно 3.

Ответ: 3.

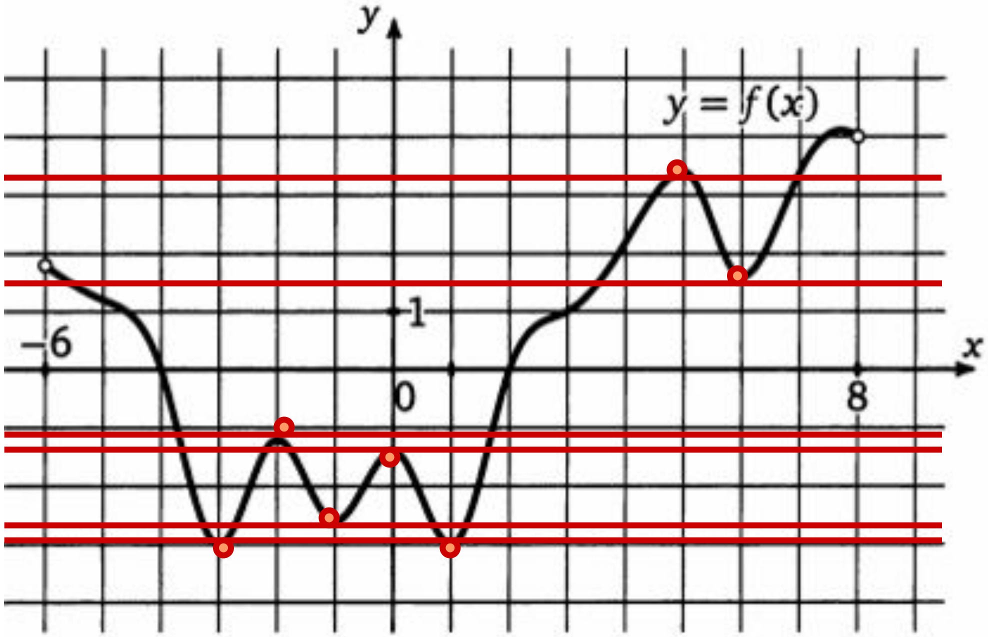
Целые решения при :

x=-1; x=0; x=1; x=2; x=9; x=10.

Их количество равно 6.

Ответ: 6.

На рисунке изображен график функции *y = f (x)*, определенной на интервале (-6; 8). Найдите количество точек, в которых производная функции *y = f (x)* равна 0.



Решение.

$$f'(x_0) = 0,$$

если касательная, проведенная в эту точку имеет вид y = const.

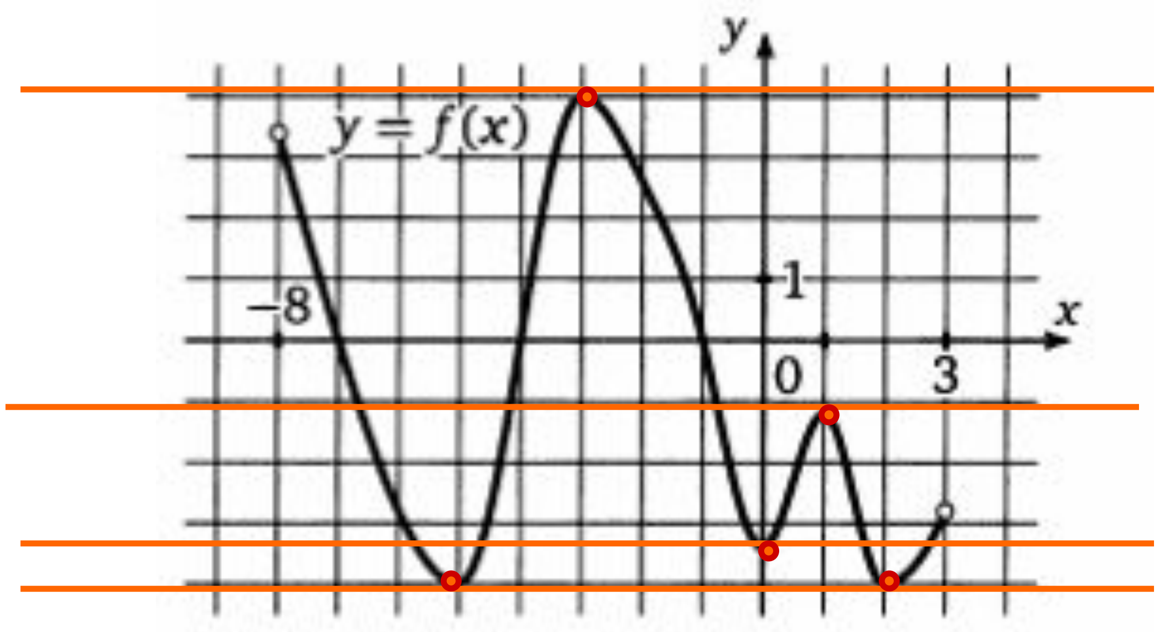
Считаем количество точек пересечения графика функции с касательной.

Ответ: 7.

Теоретические сведения.

Производная функции в точке x_0 равна 0 тогда и только тогда, когда касательная к графику функции, проведенная в точке с абсциссой x_0, горизонтальна. Отсюда следует простой способ решения задачи — приложить линейку или край листа бумаги к рисунку сверху горизонтально и, двигая «вниз», сосчитать количество точек с горизонтальной касательной.

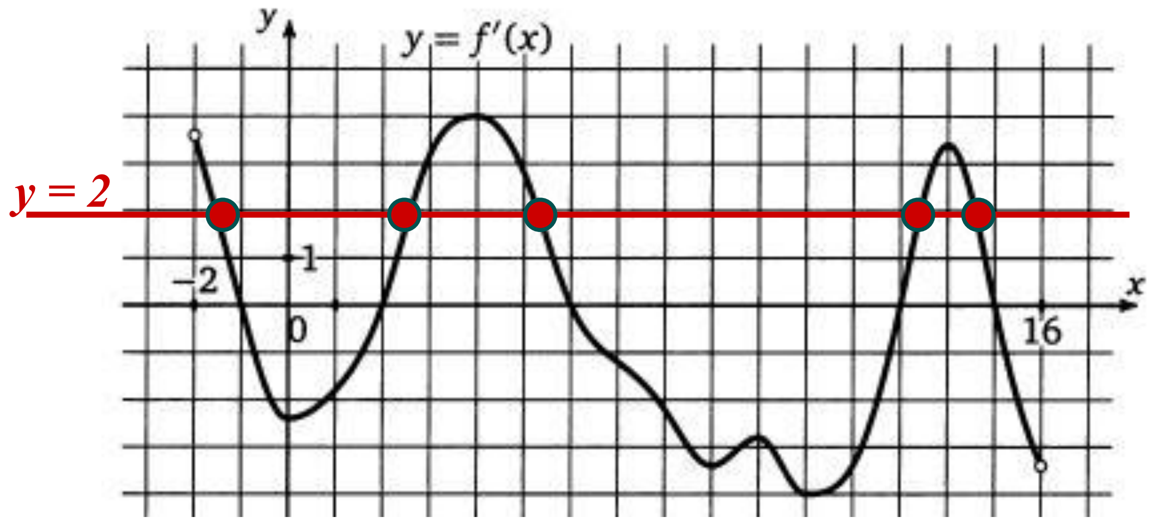
На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале (-8; 3). Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 8$.



Решение. Прямая y = 8 — горизонтальная, значит, если касательная к графику функции ей параллельна, то она тоже горизонтальна. Следовательно, при решении этой задачи можно воспользоваться решением задачи 2, то есть приложить линейку или край листа бумаги горизонтально и, двигая его «вниз», сосчитать количество точек с горизонтальной касательной.

Ответ: 5.

На рисунке изображен график производной функции *f(x)*, определенной на интервале (-11; 3). Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции *f(x)* параллельна прямой *y* = 2*x* -5 или совпадает с ней.



Решение.

Если касательная к графику функции *f(x)* параллельна прямой *y* = 2*x*-5 или совпадает с ней, то ее угловой коэффициент равен 2, а значит нам нужно найти количество точек, в которых производная функции *f(x)* равна 2.

Для этого на графике производной проведем горизонтальную черту, соответствующую значению *y* = 2, и посчитаем количество точек графика производной, лежащих на этой линии. В нашем случае таких точек 5.

Ответ: 5 .

Адреса сайтов в сети Интернет

- www.fipi.ru – Федеральный институт педагогических измерений (ФИПИ). Особенно обратите внимание на раздел «Открытый сегмент ФБТЗ» – это система для подготовки к ЕГЭ - в режиме on-line. Вы можете отвечать на вопросы банка заданий ЕГЭ по различным предметам, а так же по выбранной теме.
- http://mathege.ruhttp://mathege.ru -Открытый банк задач **ЕГЭ по математике**. Главная задача открытого банка заданий **ЕГЭ по математике** — дать представление о том, какие задания будут в вариантах Единого государственного экзамена **по математике** в 2010 году, и помочь выпускникам сориентироваться при **подготовке к** экзамену. Здесь же можно найти все пробные ЕГЭ по математике, которые уже прошли.
- http://egetrener.ru/ - математика: видеоуроки, решение задач ЕГЭ.
- http://ege-trener.ru/ - очень увлекательная и эффективная подготовка к ЕГЭ по математике. Зарегистрируйтесь и попытайтесь попасть в 30-ку лучших!
- uztest.ru — бесплатные материалы для подготовки к ЕГЭ (и не только к ЕГЭ) по математике: интерактивные тематические тренажеры, возможность записи на бесплатные on-line курсы по подготовке к ЕГЭ.
- www.ege.edu.ru – официальный информационный портал единого государственного экзамена.
- On-line видеолекции "Консультации по ЕГЭ" по всем предметам.
- Ролики категории ЕГЭ. Лекции по математике
- http://www.alexlarin.narod.ru/ege.html - материалы для подготовки к ЕГЭ по математике (сайт Ларина Александра Александровича).
- http://www.diary.ru/~eek/ - сообщество, оказывающее помощь в решении задач по математике, здесь же можно скачать много полезных книг по математике, в том числе для подготовки к ЕГЭ.
- http://4ege.ru/http://4ege.ru/ - ЕГЭ портал, всё последнее к ЕГЭ. Вся информация о егэ. ЕГЭ 2013.

Желаю УДАЧИ
при
сдаче ЕГЭ!!!