Тема 20. Устойчивость стержней. Продольно – поперечный изгиб

- Учебные цели занятия

В результате проведенного лекционного занятия курсант должен:

знать:

- основные понятия, современные теории, законы,

уметь:

- использовать основные понятия, законы для решения задач сопротивления материалов.

Воспитательные цели

На занятии необходимо формировать и развивать у курсантов:

- любовь к Отечеству, гордость и ответственность за принадлежность к Вооруженным Силам Российской Федерации и их офицерскому корпусу;

- офицерскую честь и достоинство, дисциплинированность;

-общую культуру, стремление к самосовершенствованию.

Тема 20 Устойчивость стержней. Продольно – поперечный изгиб

20.1 Общие понятия о продольном изгибе

Наряду с выполнением условий прочности и жесткости, необходимо обеспечить и ***устойчивость конструкций.***

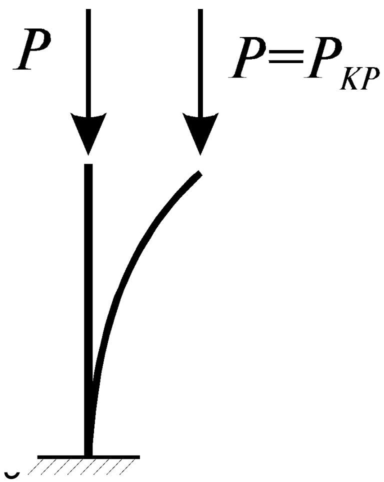
Под устойчивостью понимается свойство способности системы сохранять свое первоначальное равновесное состояние.

Явление перехода системы от одного равновесного состояния к другому равновесному состоянию, называется ***потерей устойчивости системы.***

Значения внешних сил, при которых происходит потеря устойчивости, называются ***критическими.***

Основная задача теории устойчивости заключается в определении критического значения внешних сил и ограничение их величин таким образом, чтобы исключить возможность потери устойчивости заданной системы в эксплуатационных режимах.

На начальном этапе нагружения $P < P_{кр}$, равновесное состояние вертикального стержня определялось как простое сжатие, то при $P > P_{кр}$ сжатие сопровождается изгибом. Это означает, что при $P = P_{кр}$ происходит потеря устойчивости системы.



Для гибких стержней потеря устойчивости может наступить при напряжениях, значительно меньших предела прочности материалов.

20.2 Общая и местная потеря устойчивости

Л.Эйлер показал, что *нагрузка, при которой стержень данной длины и площади поперечного сечения теряет устойчивость, не зависит от предела прочности материала, а зависит только от формы поперечного сечения, модуля упругости (жесткости) материала и условий закрепления концов стержня при нагружении.*

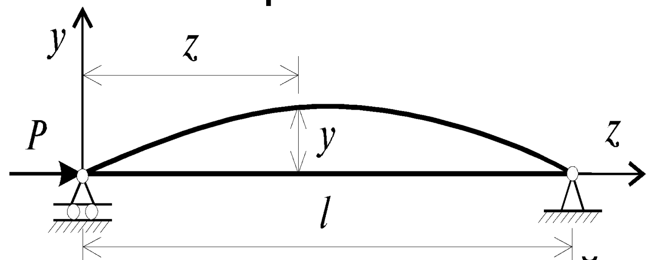
При дальнейшем увеличении нагрузки изогнутый стержень разрушается. Такой вид потери несущей способности называется ***общей потерей устойчивости***.

При отсутствии **общей потери устойчивости** нагруженная сжатием конструкция может выйти из строя из-за *местных деформаций* отдельных участков. Такой вид потери несущей способности называется ***местной потерей устойчивости***.

При местной потере устойчивости происходит выпучивание, излом или появление гофра на каком-либо элементе сложного профиля

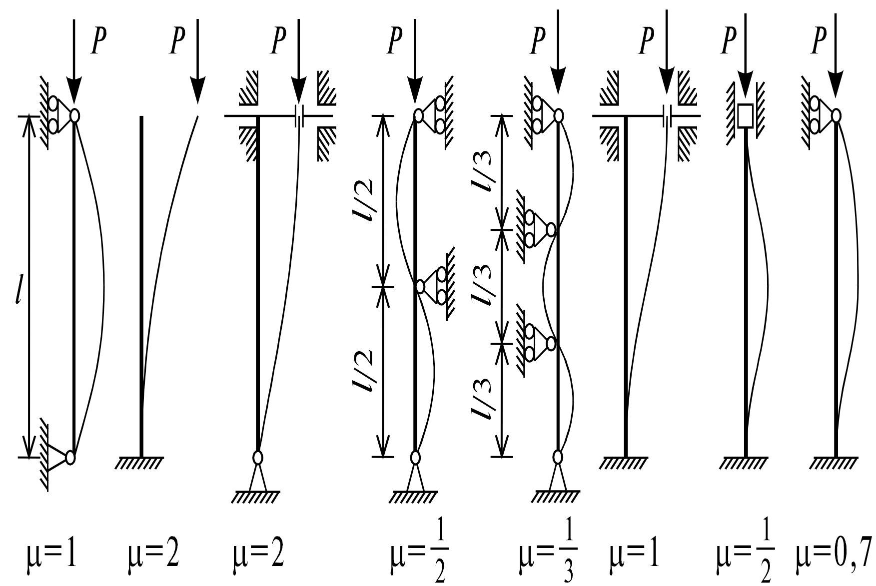
20.3 Критическая сила. Формула Эйлера

Рассмотрение устойчивости стержней начнем с простейшей задачи



Эйлер получил зависимость для критической силы которая носит название «Формула Эйлера» (без вывода) :

$$P_{KP} = \frac{\pi^2 E I_x}{(\mu l)^2}$$



где μ - коэффициент приведения длины (зависит от способов закрепления концов стержня). Он показывает, во сколько раз следует изменить длину шарнирно опертого стержня, чтобы критическая сила для него равнялась бы критической силе стержня длиной *l* в рассматриваемых условиях закрепления.

Границы применимости решения Эйлера. Формула Ясинского

Как показали опыты, решение Эйлера подтверждалось не во всех случаях. Причина состоит в том, что формула Эйлера была получена в предположении, что при любой нагрузке стержень работает в пределах упругих деформаций по закону Гука. Следовательно, его нельзя применять в тех ситуациях, когда напряжения превосходят предел пропорциональности.

$$\sigma_{KP} = \frac{P_{KP}}{F} = \frac{\pi^2 E\, I}{(\mu l)^2 F} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{\mu l}{i}\right)^2}$$

Найдем границы применимости решения Эйлера:

$$i = \sqrt{I/F}$$

где - радиус инерции сечения.

Введем понятие ***гибкости стержня*:**

$$\lambda = \frac{\mu l}{i}$$

Тогда уравнение Эйлера принимает вид:

$$\sigma_{KP} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

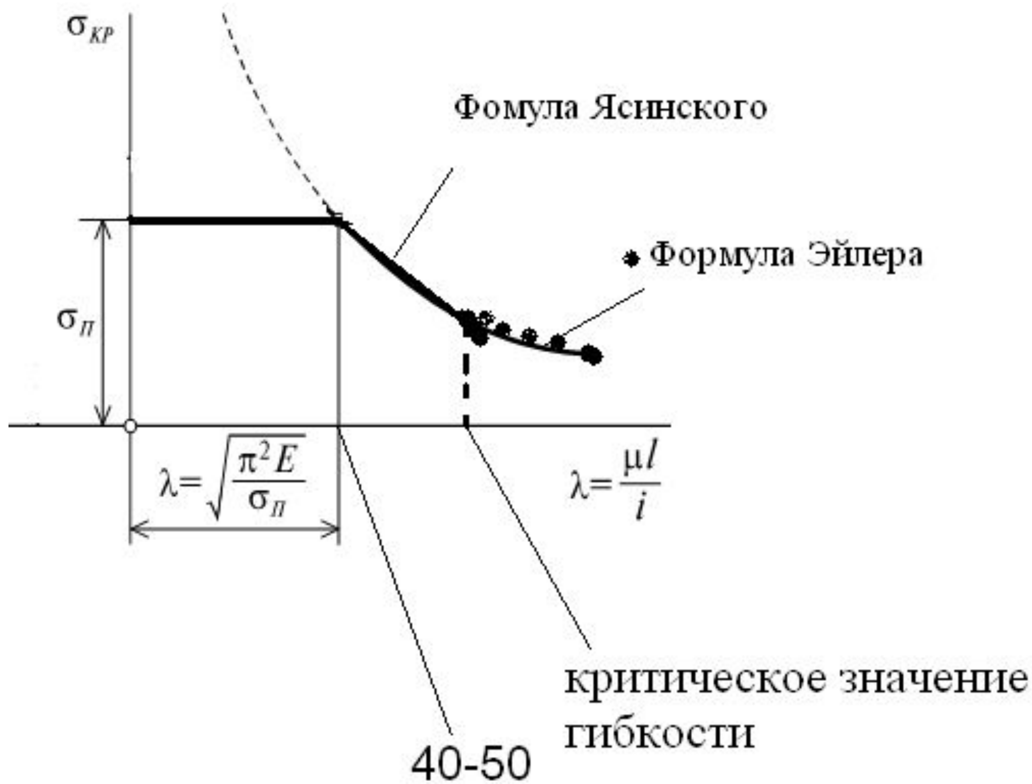
Приравнивая критическое напряжение к пределу пропорциональности, получим предельное значение г

$$\lambda_{ПРЕД} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{Пц}}}$$

Когда напряжения превышают предел пропорциональности Ф.С. Ясинский предложил следующую формулу для критических по устойчивости напряжений: $\sigma_{кр} = a - b\lambda$

где a, b - постоянные, зависящие от материала, так для стали Ст.3 $a = 3{,}1 \times 10^5$ кН/м^2 , $b = 11{,}4 \times 10^2$ кН/м^2.

При гибкостях стержня, находящихся в диапазоне $0 < \lambda < 40¸50$, стержень настолько "короток", что его разрушение происходит по схеме сжатия, следовательно, критические напряжения можно приравнять в этом случае к пределу пропорциональности.



20.4 Критические напряжения при продольном изгибе

Расчет сжатых стержней на устойчивость

Как правило, основная проблема при расчете сжатых стержней состоит в том, чтобы сжимающие напряжения σ не превышали бы критических значений по устойчив

$$\sigma = \frac{P}{F} < \frac{P_{KP}}{F} = \sigma_{KP}$$

При продольном изгибе центрально сжатый стержень теряет несущую способность, когда напряжения в его поперечных сечениях достигают критических значений. Поэтому необходимо ввести в расчет ***коэффициент запаса устойчивости n*** по отношению к критическим напряжениям, с помощью которого и определяется допускаемое напряжение при расчете на устойчивость:

$$\sigma < \frac{\sigma_{KP}}{n}$$

Расчеты на продольный изгиб разделяют на два типа: определение допускаемых нагрузок и подбор сечения.

Задание на самостоятельную работу

Основная литература

1. Кичин И.Н. Сопротивление материалов. Учебное пособие.- Ейск, 1970. - (с. 271-293).
2. Григорьев Ю.П. Сопротивление материалов и строительная механика авиационных конструкций. Учебник для ВУЗ ВВС. – М. :Воениздат, 1977. - (с. 270-285).
3. Аркуша А.И. Техническая механика. Теоретическая механика и сопротивление материалов. Учебное пособие. – М. :Высшая школа, 2003. - (с. 337-346).

Дополнительная литература

1. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. Учебник для втузов.- М.: Наука, 1986. - (с. 413-424).