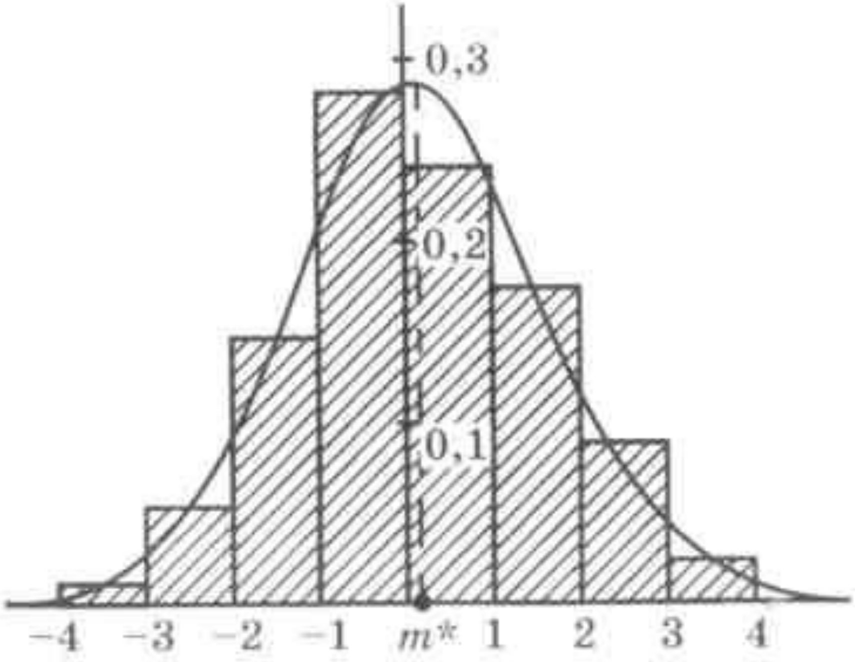


Гауссова кривая

Закон больших чисел

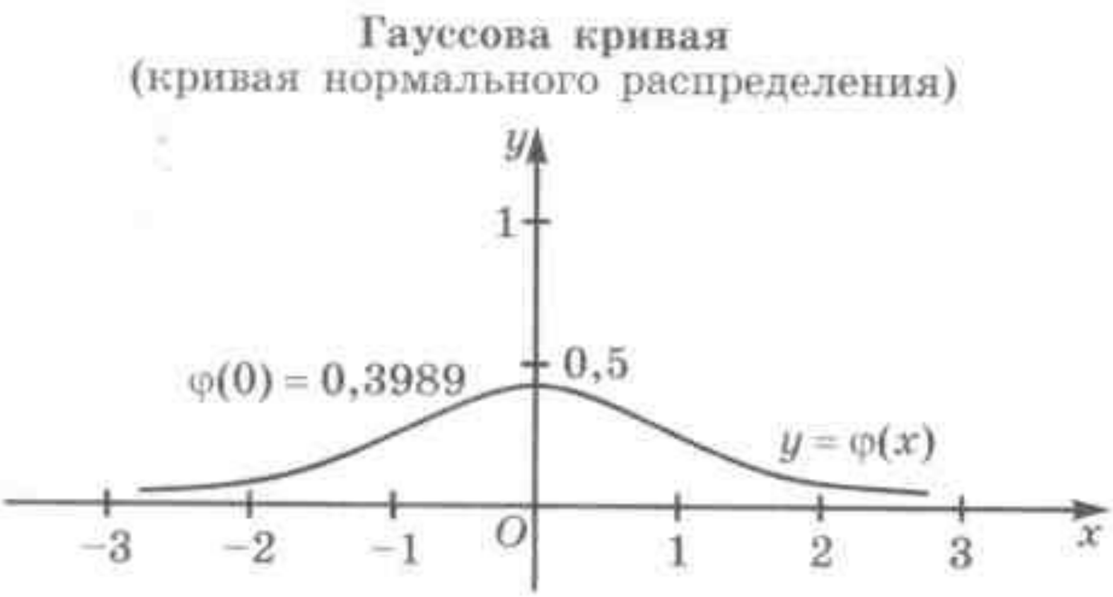
Карл Фридрих Гаусс

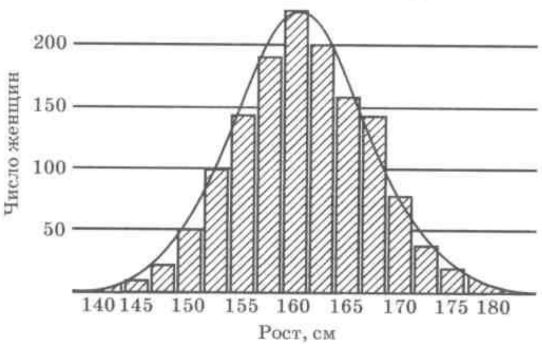
- Родился: 30 апреля 1777 года в городе **Брауншвейг**
- Умер: 23 февраля 1855 в возрасте 77 лет.

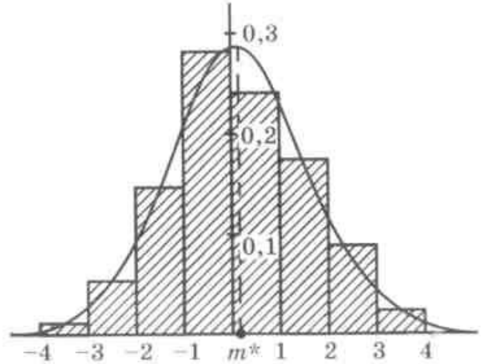
- В алгебре открыл **кольцо целых комплексных гауссовых чисел**, создал для них **теорию делимости** и с их помощью решил немало алгебраических проблем. Указал знакомую теперь всем геометрическую **модель комплексных чисел** и действий с ними.

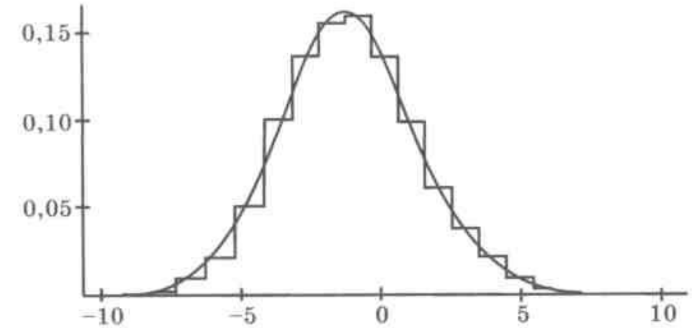
$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

График функции $y = \varphi(x)$ называют *гауссовой кривой*



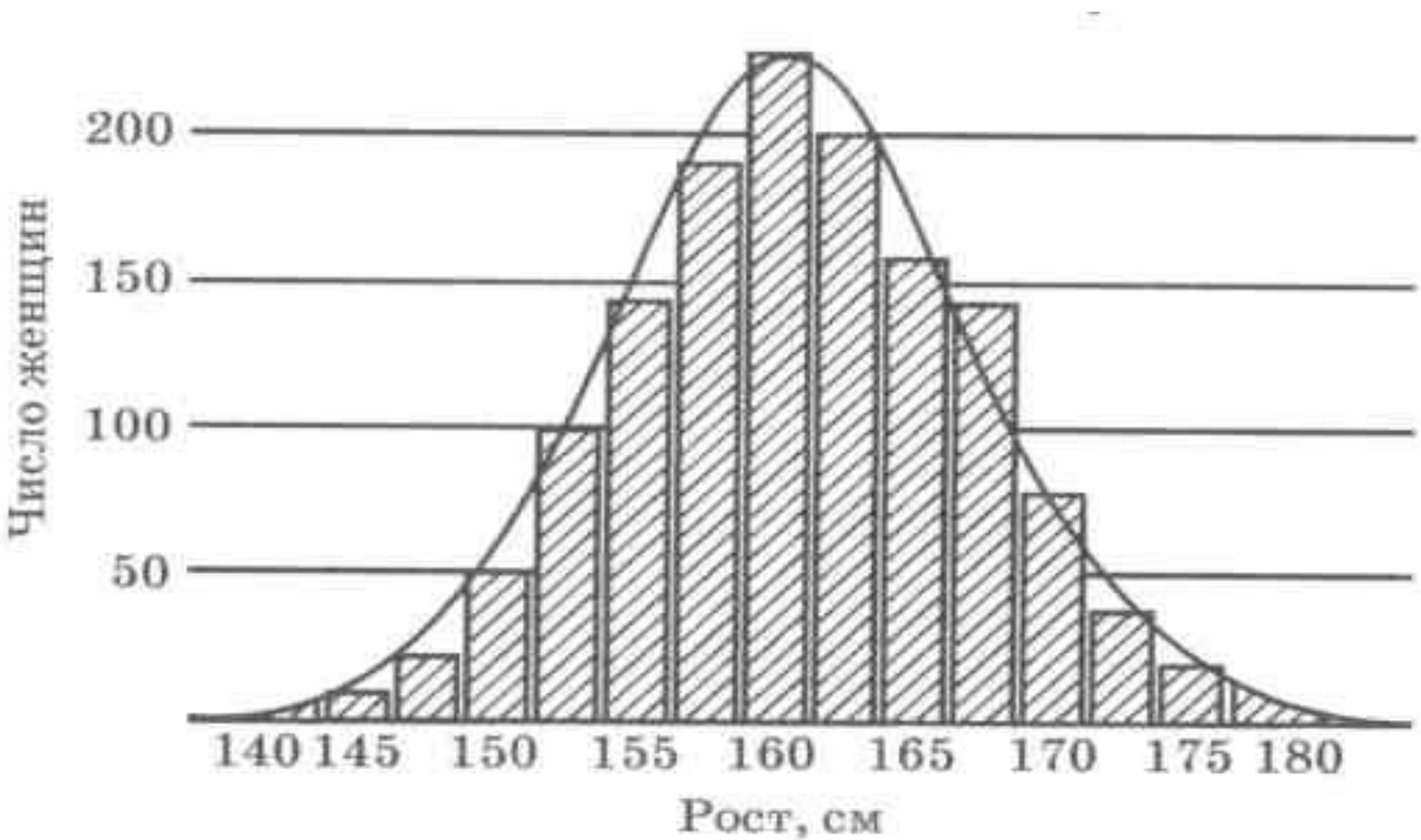






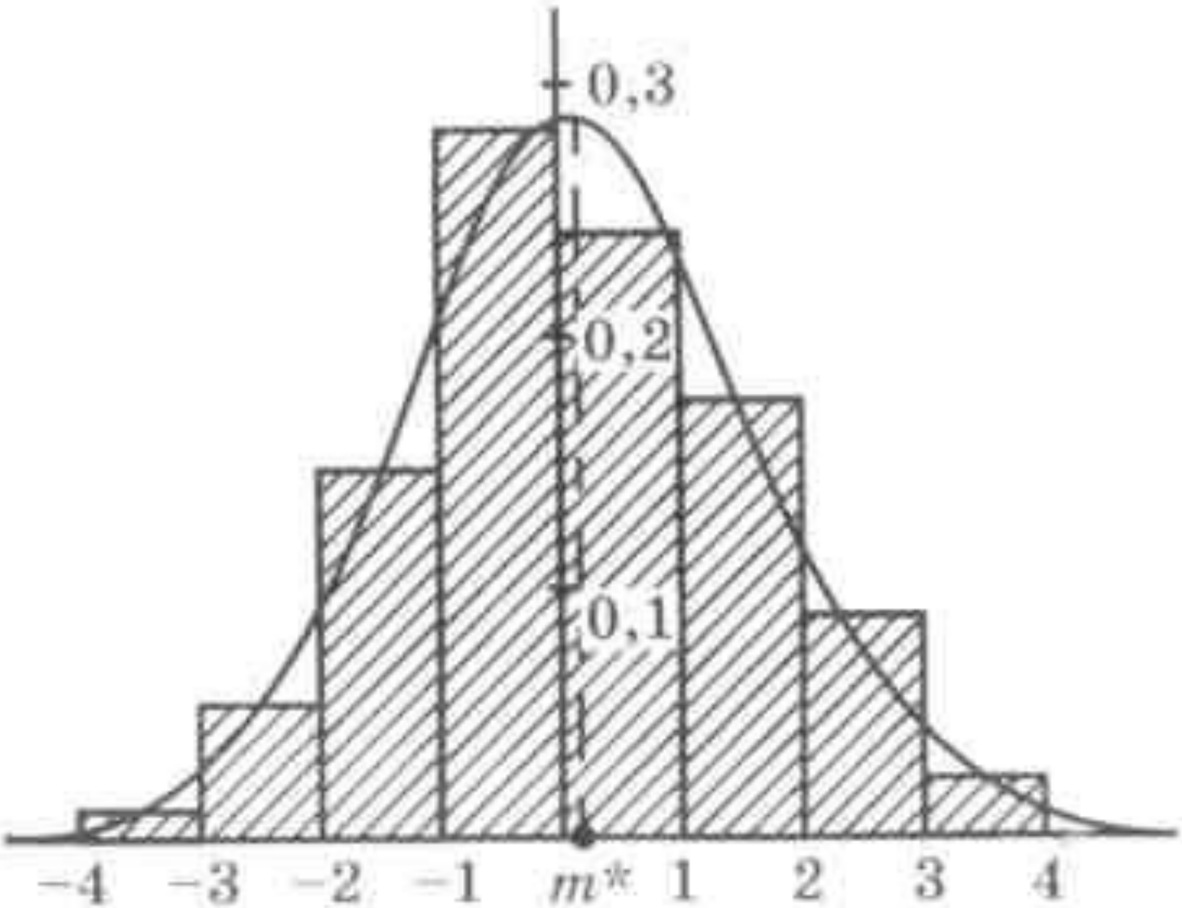
- Гистограммы распределения большого объема информации незаменимы в случаях, когда ряд данных состоит из очень большого количества чисел. Если ширина вертикальных столбцов гистограммы достаточно мала, а основания столбцов в объединении дают некоторый промежуток, то сама гистограмма похожа на график некоторой непрерывной функции, заданной на этом промежутке. Иногда такую функцию называют *выравнивающей* функцией

Рост женщин по выборке из 1375 женщин



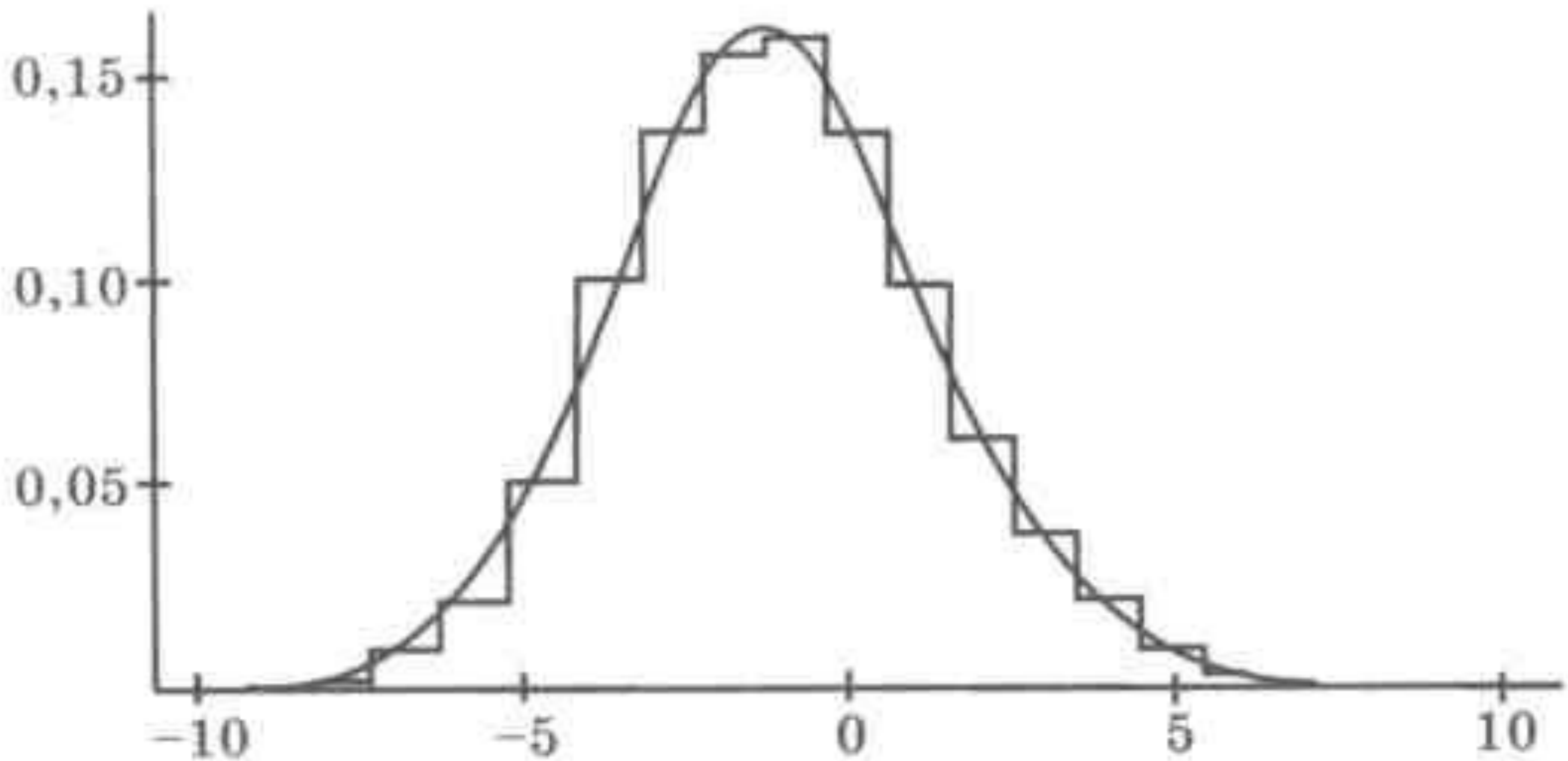
Военное дело:

производилось 500 измерений боковой ошибки при стрельбе с самолета



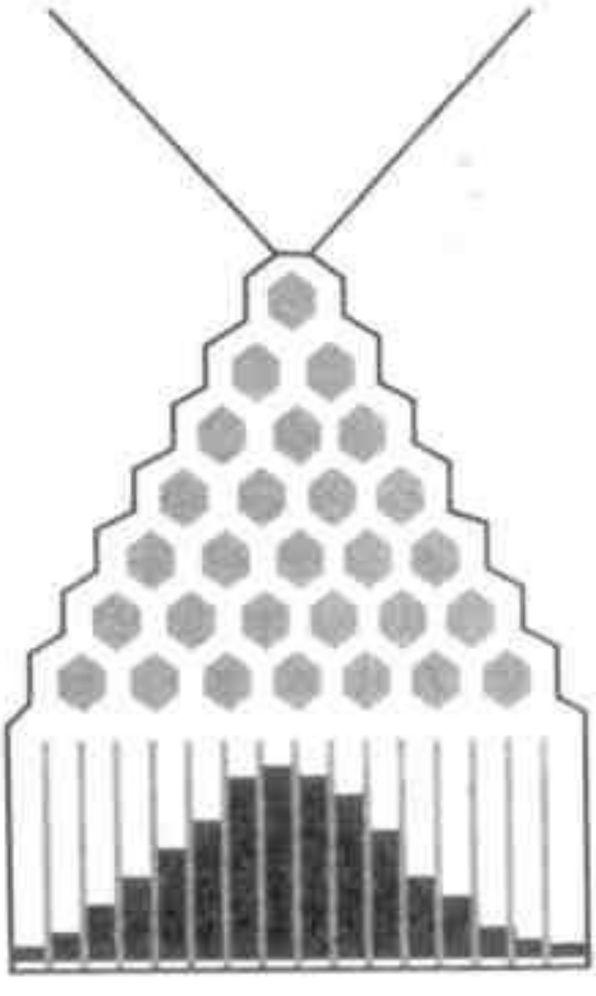
Биология.

Измерение размера 12000 бобов (изучались величины отклонений от среднего размера



Графики функций выравнивающих гистограммы похожи друг на друга. Все эти кривые распределения получаются из *гауссовой кривой*. Ее часто называют *кривой нормального распределения*.

Доска Гальтона



Для наглядной демонстрации действии гауссова закона распределения иногда используют специальное устройство — ***доску Гальтона***

- Существует способ приближенных вычислений вероятности $P_n(k)$ наступления k «успехов» в n независимых повторениях эксперимента с помощью *гауссовой функции*.
- Для *гауссовой функции* имеются подробные таблицы ее значений. Эти таблицы составлены для значений аргумента x с шагом 0,01.

Алгоритм использования функции $y = \varphi(x)$ в приближенных вычислениях

1. проверить справедливость неравенства $npq > 10$;
2. вычислить x_k по формуле $x_k = \dfrac{k - np}{\sqrt{npq}}$;
3. по таблице значений гауссовой функции вычислить $\phi(x_k)$;
4. предыдущий результат разделить на $\sqrt{npq}$

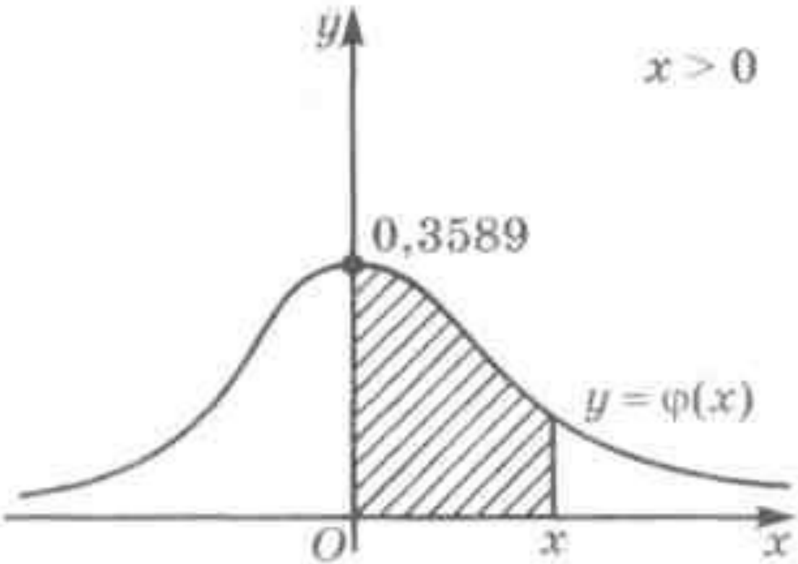
$$P_n(k) = \frac{\varphi(x_k)}{\sqrt{npq}}$$

Вероятности $P_n(k)$, как правило, весьма малы.

Поэтому при большом числе n в схеме Бернулли для числа k «успехов» устанавливают не одно точное значение, а некоторые рамки, в пределах которых разрешено меняться числу k.

Вероятность того, что число «успехов» k в n испытаниях Бернулли находится в пределах от k_1 до k_2, обозначают так: $P_n(k_1 \le k \le k_2)$.

$\Phi(x)$ — площадь заштрихованной фигуры



$\Phi(x) = -\Phi(-x)$

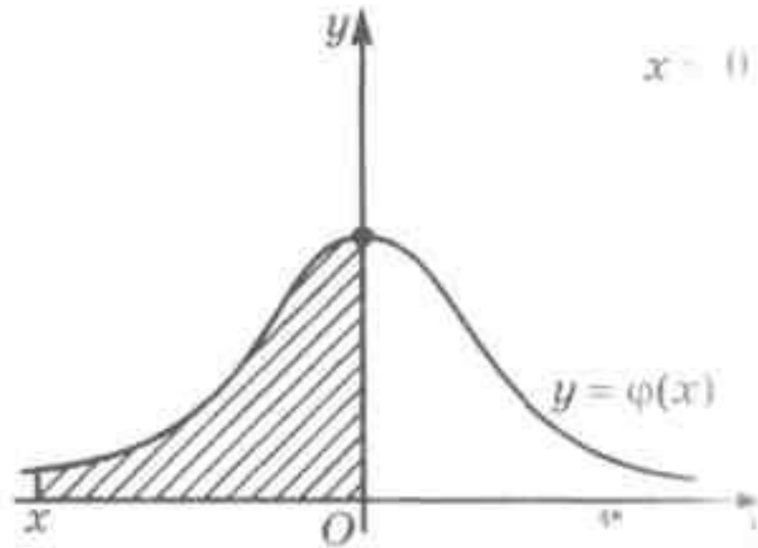
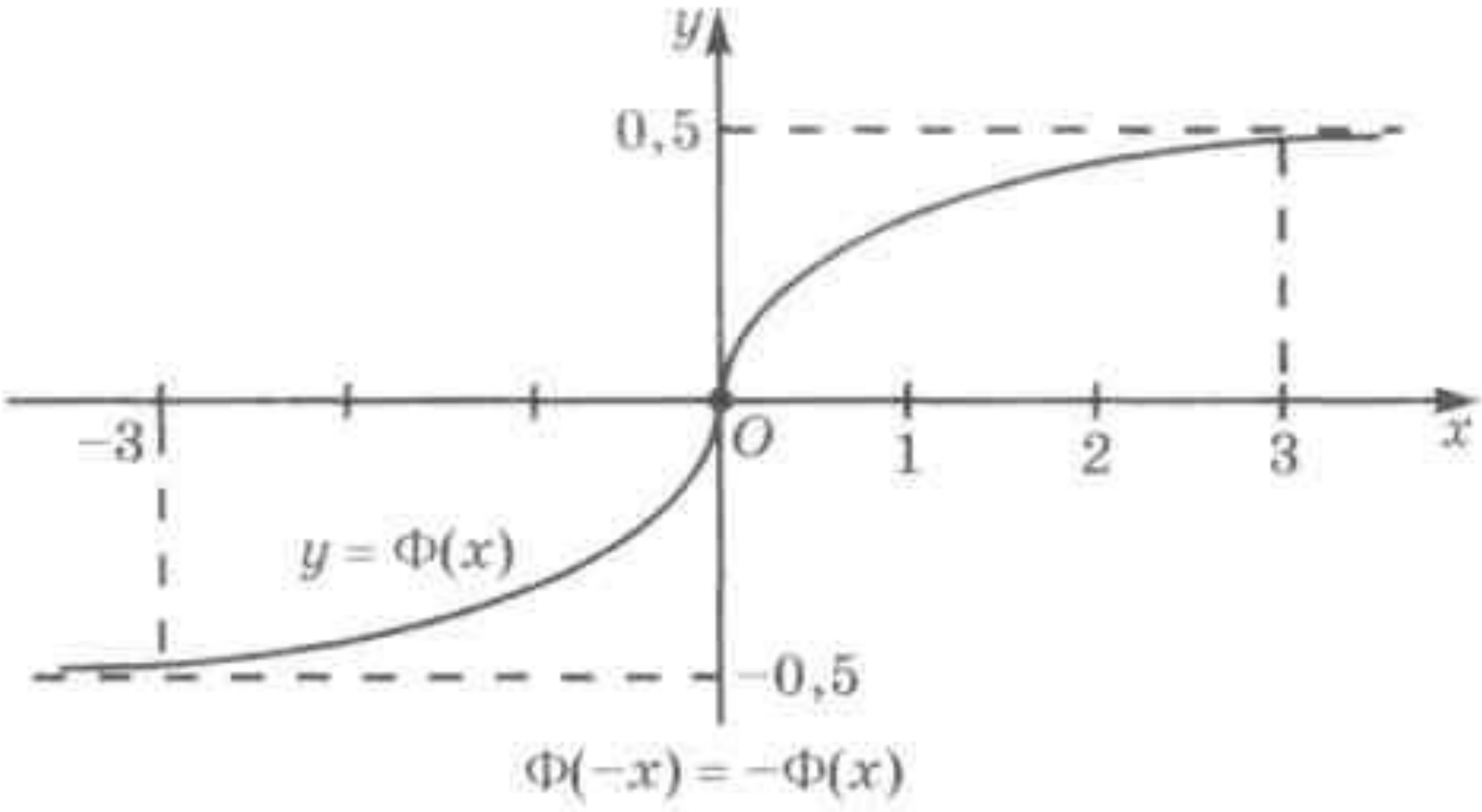


График функции y=Ф(x)



Алгоритм использования функции $y = Ф(x)$ в приближенных вычислениях

- проверить справедливость неравенства $npq \geq 10$;
- вычислить x_1 и x_2 по формулам:

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}, x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}$$

- по таблице вычислить значения $Ф(x_1)$ и $Ф(x_2)$;
- найти разность $Ф(x_2) - Ф(x_1)$

$$P_n(k_1 \leq k \leq k_2) \approx Ф(x_2) - Ф(x_1)$$

Закон больших чисел

Для каждого положительного числа *r* при неограниченном увеличении числа *n* независимых повторений испытания с двумя исходами вероятность того, что частота *k/n* появления «успеха» отличается менее чем на *r* от вероятности *p* «успеха» в одном отдельном испытании, стремится к единице