

Перестановки

9класс

Пример 1. Пусть имеются три книги. Обозначим их буквами **a**, **b** и **c**.

Какими способами можно расположить книги на полке ?

Если первой поставить книгу **a**, то возможны такие расположения: **abc, acb**.

Если первой поставить книгу **b**, то возможны такие расположения: **bac, bca**.

Если первой поставить книгу **c**, то возможны такие расположения: **cab, cba**.

Каждое из этих расположений называют **перестановкой из трёх элементов**.

Перестановкой из n элементов называется

каждое расположение этих элементов в определённом порядке. Обозначают: P_n

$$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-2)(n-1)n$$

Для произведения первых n натуральных чисел используют специальное обозначение: $n!$ (читают « n факториал»)

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot (n-1)n$$

$$P_n = n!$$

Например: $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$

Пример 2. Сколькими способами могут быть расставлены 8 участниц финального забега на 8 дорожках?

Решение:

Число способов равно числу перестановок из 8 элементов

$$P_8 = 8! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 40320$$

Пример 3. Сколько различных четырёхзначных чисел, в которых цифры не повторяются, можно составить из цифр 0, 2, 4, 6?

Решение:

Из цифр 0, 2, 4, 6 можно получить P_4 перестановок.

Из этого числа надо исключить те перестановки, которые начинаются с 0, т.к. натуральное число не может начинаться с цифры 0. Число таких

перестановок равно P_3 , значит

$$P_4 - P_3 = 4! - 3! = 24 - 6 = 18$$

Пример 4. Имеется 9 различных книг, 4 из которых –учебники. Сколькими способами можно расставить эти книги на полке так, чтобы все учебники стояли рядом?

Решение:

Сначала будем рассматривать учебники как одну книгу. Тогда на полке надо расставить не 9, а 6 книг. Это можно сделать P_6 способами.

В каждой из полученных комбинаций можно выполнить P_4 перестановок учебников.

Значит, искомое число способов расположения книг на полке равно произведению $P_6 \cdot P_4 = 6! \cdot 4! = 720 \cdot 24 = 17\,280$