РАНХиГС
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

АБСОЛЮТНЫЕ И ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

АБСОЛЮТНАЯ ВЕЛИЧИНА (АВ)

АВ – показатель, выражающий размеры социально-экономических явлений числом единиц или величиной характеризующих их признаков в данных условиях места и времени

АВ – количественный показатель, выражающий общую численность, размеры (объемы, уровни) и другие характеристики изучаемого процесса или явления

ВИДЫ АБСОЛЮТНЫХ ВЕЛИЧИН (АВ)

1

индивидуальные

2

суммарные

Размер заработной платы менеджера Загорских В.В.

Фонд оплаты труда сотрудников отдела продаж

ТИПЫ АБСОЛЮТНЫХ ВЕЛИЧИН (АВ)

РАНХиГС
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

- ✔**Натуральные** – такие единицы, которые отражают величину предметов, вещей в физических мерах веса, объема, площади и др.
- ✔Натуральный учет ведется в человеках, тыс. штук, т, м – в физических единицах измерения
- ✔**Денежные** (стоимостные) – используются для характеристики многих экономических показателей в стоимостном выражении
- ✔**Трудовые** – используются для определения затрат труда (человеко-час, человеко-день)
- ✔**Условно-натуральные единицы** - используются для сведения воедино нескольких разновидностей одинаковой потребительной стоимости.

УСЛОВНО-НАТУРАЛЬНЫЕ ЕДИНИЦЫ

Перевод в условно - натуральное измерение производится с помощью коэффициента пересчета. Для пересчета всех видов продукции в сопоставимый вид используется некий эталон (баррель нефти, молоко 2,5% жирности)

Другие эталоны пересчета:

- моющие средства – в мыло 40%-ной жирности
- консервные банки – в банки объемом 353,4 куб. см
- Топливо – в условное топливо с теплотой сгорания 29,3 МДж/кг

$$\text{Коэффициент пересчета} = \frac{\text{Фактическое потебительское качество}}{\text{Эталон или заданное качество}}$$

Если эталона нет, то его придумывают.

АБСОЛЮТНАЯ ВЕЛИЧИНА (АВ)

Пример

Выпуск тетрадок, тыс. штук:

-по 12 листов – 1000
-по 24 листа – 200
-по 48 листов – 50
-по 96 листов - 100.

Определить выпуск продукции в пересчете на тетради по 12 листов

Решение

Тысяч штук	**К пер.**	**Усл.-нат.п-ли**
По 12 листов	12:12=1	1000*1=1000
По 24 листа	24:12=2	200*2= 400
По 48 листов	48:12=4	50*4= 200
По 96 листов	96:12=8	100*8=800
Итого:	**не подсч.!**	**2400**
***Ответ:* выпущено 2,4 млн тетрадей по 12 л**		

ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ВЕЛИЧИНА (ОВ)

Абсолютные величины являются основой для расчета разных относительных статистических показателей

Относительные величины в статистике представляют собой частное от деления двух статистических величин и характеризуют количественное соотношение между ними

ОВ=А/Б

База сравнения

Если сравниваются одноименные величины, то результат выражается в коэффициентах (например 0,3), в процентах (30%) или промилле (300 $^0/_{00}$)

Относительная величина показывает, во сколько раз сравниваемая величина (А) больше или меньше базисной (Б) или какую долю первая (А) составляет по отношению ко второй (Б). В ряде случаев относительная величина показывает, сколько единиц одной величины (А) приходится на единицу другой (Б)

Важное свойство – относительная величина абстрагирует различия абсолютных величин и позволяет сравнивать такие явления, абсолютные размеры которых непосредственно несопоставимы

ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ВЕЛИЧИНА (ОВ)

РАНХиГС
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ОВ=А*100/Б

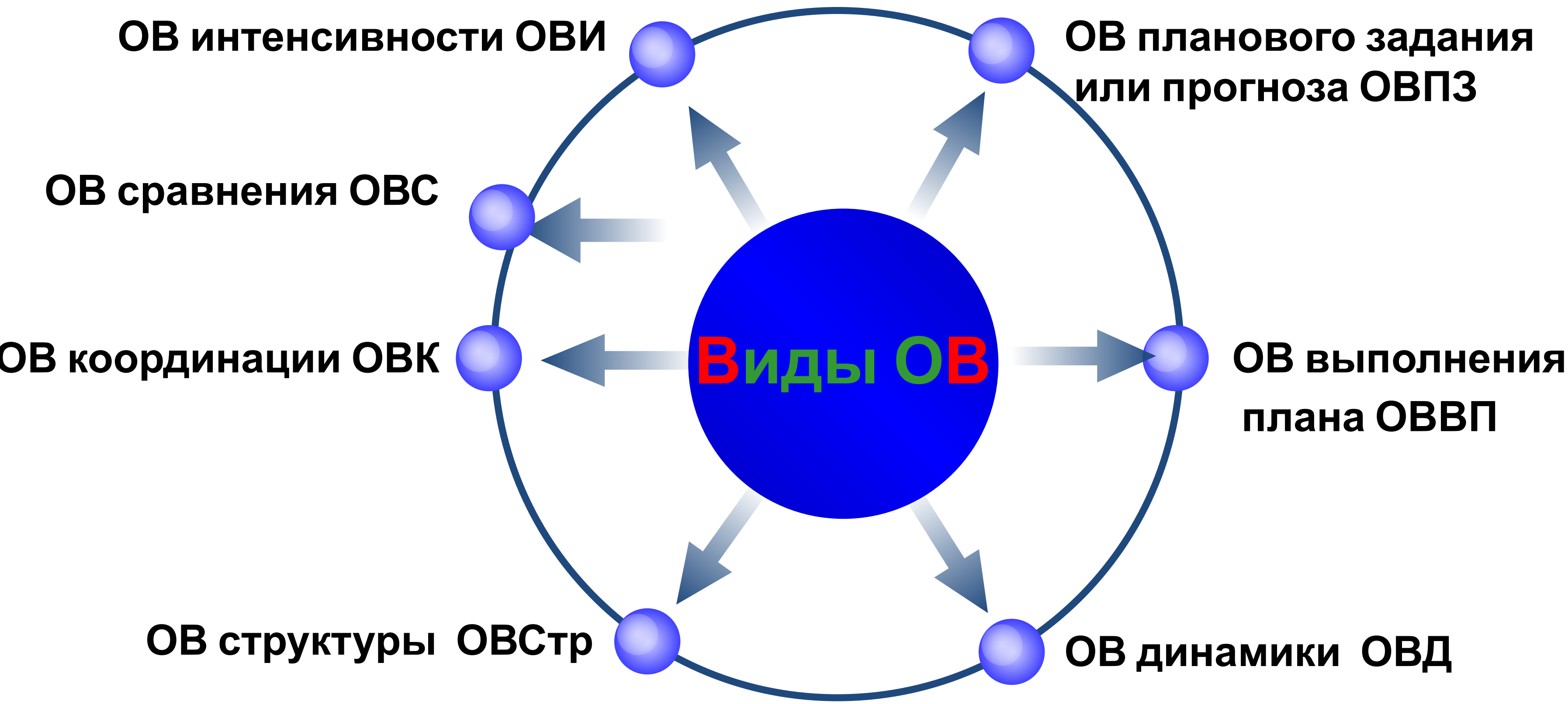
Чтобы перейти от % к коэффициентам, ОВ делят на 100
Чтобы из коэффициентов получить проценты, ОВ умножают на 100

ОВ=А*1000/Б

Промилле: лат. pro mille, т.е. на тысячу. Эта форма выражения ОВ обычно используется в демографической статистике

Чтобы перейти от промилле к коэффициентам, ОВ делят на 1000
Чтобы из коэффициентов получить промилле, ОВ умножают на 1000
Чтобы перейти от промилле к процентам, ОВ делят на 10
Чтобы перейти от процентов к промилле, ОВ умножают на 10

ВИДЫ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ВЕЛИЧИН (ОВ)



ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ВЕЛИЧИНА ДИНАМИКИ

РАНХиГС
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Относительная величина динамики ОВД представляет собой отношение значений одного и того же показателя за разные моменты или периоды времени.

$$\text{ОВД} = \frac{У_1}{У_0}$$

где $У_1$ – фактический показатель,
$У_0$ – базисный

Относительная величина динамики базисная – соотношение значения показателя текущего периода к величине показателя, принятого за базу сравнения:

$$\text{ОВД} = \frac{У_1}{У_0}$$

где Ут – текущий уровень
Уо – базисный уровень

Относительные величины динамики цепные – отношение текущей величины к величине показателя предыдущего периода. Показывает, как изменяется показатель от периода к периоду или от одного момента времени к другому:

ОВДц = Ут/ Ут-1,

где Ут – текущий уровень
Ут-1 – смежный предыдущий

ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ВЕЛИЧИНА ДИНАМИКИ

Годы	У	$ОВД^б$	$ОВД^ц$
2003	$У_0$	1	-
2004	$У_1$	$У_1/ У_0$	$У_1/ У_0$
2005	$У_2$	$У_2/ У_0$	$У_2/ У_1$
2006	$У_3$	$У_3/ У_0$	$У_3/ У_2$
2007	$У_4$	$У_4/ У_0$	$У_4/ У_3$

ВЗАИМОСВЯЗЬ ОВДц И ОВДб

если последовательно перемножить все цепные величины, то мы получим базисную величину последнего периода:

$$\frac{y_1}{y_0} \times \frac{y_2}{y_1} \times \frac{y_3}{y_2} \times \frac{y_4}{y_3} = \frac{y_4}{y_0}$$

если последующую базисную величину разделить на предыдущую, то мы получим цепную величину последующего периода:

$$\frac{y_4}{y_0} \div \frac{y_3}{y_0} = \frac{y_4}{y_3}$$

если последующую базисную величину разделить на цепную того же периода, получится предыдущая базисная величина:

$$\frac{y_4}{y_0} \div \frac{y_4}{y_3} = \frac{y_3}{y_0}$$

ВЗАИМОСВЯЗЬ ОВДц И ОВДб

РАНХиГС
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ПРИМЕР. Реализация хлопчатобумажных тканей секцией универмага составила в январе 3956 тыс. руб., в феврале – 4200 тыс. руб., в марте – 4700 тыс. руб.

Темпы роста:
Базисные (база - уровень реализации в январе)

$$ОВД_{ф/я} = \frac{4200}{3950} * 100\% = 106,3\%$$

$$ОВД_{м/я} = \frac{4700}{3950} * 100\% = 118,9\%$$

Цепные

$$ОВД_{ф/я} = \frac{4200}{3950} * 100\% = 106,3\%$$

$$ОВД_{м/ф} = \frac{4700}{4200} * 100\% = 111,9\%$$

ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ВЕЛИЧИНА ПЛАНОВОГО ЗАДАНИЯ (ОВПЗ)

РАНХиГС
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Относительные величины планового задания ОВПЗ – отношение плана будущего периода к фактически достигнутому уровню базисного периода:

$$ОВПЗ = \frac{y_1^{П}}{y_0},$$

Показывает, во сколько раз планируют больше или меньше того, что достигнуто к плановому периоду

где

$y_1^{П}$ - плановый уровень

y_0 - фактический уровень базисного периода

ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ВЕЛИЧИНА ВЫПОЛНЕНИЯ ПЛАНА (ОВВП)

Относительные величины выполнения плана ОВВП характеризуют степень выполнения планового задания:

$$ОВВП = \frac{y_1}{y_1^{П}}$$

РАНХиГС
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ВЕЛИЧИНА ВЫПОЛНЕНИЯ ПЛАНА (ОВВП)

ПРИМЕР В третьем квартале товарооборот фирмы составил 150 млн руб. План на четвертый квартал – 180 млн руб. Фактически товарооборот в четвертом квартале составил 202,5 млн руб. Рассчитать ОВД, ОВПЗ, ОВВП и показать их взаимосвязь:

y_0=150 млн руб;
$y_1^{П}$=180 млн руб;
y_1=202,5 млн руб

$$ОВПЗ = \frac{180}{150} = 1,2;$$

$$ОВВП = \frac{202,5}{180} = 1,125;$$

$$ОВД = \frac{202,5}{150} = 1,35$$

Взаимосвязь ОВД, ОВПЗ и ОВВП:
ОВД=ОВПЗ*ОВВП
1,35 =1,2 х 1,125

ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ВЕЛИЧИНА ВЫПОЛНЕНИЯ ПЛАНА (ОВВП)

ПРИМЕР. Прирост выпуска продукции отрасли по плану на 2008 г. должен был составить 7,5 %. Фактический рост за 2008 год составил 109,5 %. Определить относительную величину выполнения плана по выпуску продукции.

$$\text{ОВВП} = \frac{109{,}5}{107{,}5} * 100\% = 101{,}9\ \%$$

ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ВЕЛИЧИНА СРАВНЕНЯ (ОВС)

Относительная величина сравнения (ОВС) представляет собой соотношение одноименных величин, характеризующих разные объекты

Относительные величины сравнения ОВС сравнивают значения одного и того же показателя, относящиеся к разным объектам

Пример. Запасы воды в озере Байкал-23000 куб. км, а в Ладожском озере 911куб.км

В нашем примере ОВС можно найти двояко:

$$ОВС_1 = \frac{911}{23\,000} = 0{,}0396$$

$$ОВС_2 = \frac{23\,000}{911} = 25{,}25$$

ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ВЕЛИЧИНА ИНТЕНСИВНОСТИ (ОВИ)

РАНХиГС
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Относительная величина интенсивности (ОВИ) – отношение значений различных показателей, но взаимосвязанных и относящихся к одному и тому же объекту

ОВИ характеризуют степень развития явления в данной среде

Число предприятий розничной торговли региона на конец года составило 6324. Численность населения данного региона на ту же дату составила 234,2 тыс. человек.

$$ОВИ = \frac{6324 * 10\,000}{234\,200} = 27{,}003$$

Единица измерения – предприятий на 10 тыс. чел. населения

ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ВЕЛИЧИНА СТРУКТУРЫ (ОВС)

РАНХиГС
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Относительная величина структуры представляет собой соотношение частей и целого, характеризует структуру совокупности:

$$ОВС = \frac{\text{часть целого}}{\text{целое}}$$

Выражается в долях единиц или процентах, рассчитанных по одной совокупности. В сумме относительная величина структуры составляет 1 или 100%

ПРИМЕР Из общей численности населения России, равной на начало 2013г. 142 млн чел., 103,7 млн составляли городские жители, 38,3 млн – сельские. Рассчитав ОВС, можно определить структуру населения по месту жительства:

$$OBC_{городское} = \frac{103,7}{142} * 100\% = 73\%$$

$$OBC_{сельское} = \frac{38,3}{142} * 100\% = 27\%$$

ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ВЕЛИЧИНА КООРДИНАЦИИ (ОВС)

РАНХиГС
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Относительные величины координации (ОВК) представляют собой соотношение частей целого между собой

ОВК= ЧАСТЬ ЦЕЛОГО/ ДРУГАЯ ЧАСТЬ ЦЕЛОГО

Выражаются в долях единиц (допускается домножение на 10, 100 (если этого требует логика – не может быть соотношение людей 1 к 1,5 , может 10 к 15...)

ОВК применяется для дополнительной характеристики структуры (например, количество женщин, приходящееся на 1000 мужчин и наоборот)

На начало года численность специалистов с высшим образованием, занятых в ассоциации «Торговый дом», составила 53 человека, а численность специалистов со средним образованием - 106 человек

Принимаем за базу сравнения численность специалистов с высшим образованием:

ОВК $_{= \ 106/53 \ = 2{,}0:1{,}0,}$

т.е на двух специалистов со средним специальным образованием приходится один с высшим

ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ВЕЛИЧИНА УРОВНЯ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ (ОВУЭР)

Относительная величина уровня экономического развития характеризует размеры производства различных видов продукции на душу населения. В знаменателе фигурирует «душа» - среднегодовая численность населения

СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ

ЧТО ТАКОЕ СРЕДНЯЯ ВЕЛИЧИНА И КАК ОНА ОТРАЖАЕТ СОВОКУПНОСТЬ?

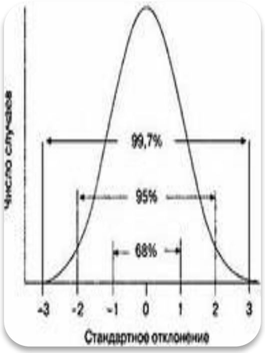
<u>Средней величиной</u> называют показатель, который характеризует **обобщенное значение признака** или группы признаков в исследуемой совокупности.

<u>Средняя величина</u> **заменяет большое число индивидуальных значений** признака, обнаруживая **общие свойства**, присущие всем единицам совокупности.

<u>Среднее -</u> такое значение признака, которое имело бы каждая единица совокупности, если бы общий итог всех значений признака был распределен равномерно между всеми единицами совокупности.

<u>Средняя величина</u> — это **обобщающая характеристика** размера изучаемого признака. Она **позволяет одним числом количественно охарактеризовать** качественно **однородную совокупность**.

Средняя величина должна быть типична, а измеряемая ею совокупность - однородна



Совокупность должна быть однородной, не распадающейся на несколько самостоятельных совокупностей

Средняя вычисляется для признаков, присущих всем членам совокупности, для признаков, качественно однородных и различающихся только количественно

Объективность средней определяется достаточно большим числом единичных измерений, составляющих совокупность

Рассчитываются на основе массовых данных – достаточного числа анализируемых единиц.

Достаточность анализируемых единиц обеспечивается корректным определением границ исследуемой совокупности.

СВОЙСТВА СРЕДНЕЙ

Важнейшее свойство средней величины заключается в том, что она выражает то общее, что присуще всем единицам исследуемой совокупности:

$$\bar{x} = f\left(x_1, x_2, \ldots, x_k, \ldots, x_N\right)$$
$$= f\left(\bar{x}, \bar{x}, \ldots, \bar{x}, \ldots, \bar{x}\right)$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} x_k$$
$$= \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(\bar{x} + \Delta_k)$$

Типичность средней зависит от степени однородности совокупности. Сумма отклонений от среднего равно 0:

$$\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(x_k - \bar{x}) = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}x_k - \bar{x}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}1$$
$$= \bar{x} - \bar{x} = 0$$

ЛОГИЧЕСКАЯ ФОРМУЛА СРЕДНЕГО

Определить среднее во многих случаях можно через исходное соотношение средней:

$$\text{ИСС} = \frac{\text{Суммарное значение признака}}{\text{Число единиц совокупности}}$$

Средняя заработная плата:

$$\text{ИСС} = \frac{\text{Фонд заработной платы}}{\text{Число работников}}$$

Средний размер банковского вклада:

$$\text{ИСС} = \frac{\text{Сумма всех вкладов}}{\text{Число вкладов}}$$

СРЕДНЯЯ АРИФМЕТИЧЕСКАЯ

СРЕДНЯЯ АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОСТАЯ – это такое значение признака, при вычислении которого общий объем признака в совокупности сохраняется неизменным

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n}$$

xi – Значение варьирующего признака, n – число значений этого признака

Пример. Рассчитайте среднюю почасовую ставку заработной платы рабочих, если по имеющимся данным они получают 135, 141, 153, 159, 162 руб.

Решение:

Средняя почасовая ставка составит:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{135 + 141 + 153 + 159 + 162}{5} = 150 \text{ руб.}$$

СРЕДНЯЯ АРИФМЕТИЧЕСКАЯ

СРЕДНЯЯ АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ВЗВЕШАННАЯ– рассчитывается по-разному для дискретного (прерывающегося) и интервального (непрерывного) ряда.

Для ***ДИСКРЕТНОГО*** ряда:

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$$

частота повторения соответствующего значения признака

Пример. Необходимо определить средний тарифный разряд рабочих по данным

Тарифный разряд	2	3	4	5	6
Число рабочих, чел.	2	5	8	10	4

Решение: Изучаемый признак - тарифный разряд, частота - число рабочих, тогда

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{2*2+3*5+4*8+5*10+6*4}{2+5+8+10+4} = 4{,}31 \text{ разряда}$$

СРЕДНЯЯ АРИФМЕТИЧЕСКАЯ

Средняя арифметическая взвешанная– рассчитывается по-разному для дискретного (прерывающегося) и интервального (непрерывного) ряда.

Для ***ИНТЕРВАЛЬНОГО*** ряда:

$$\bar{X} = \frac{\sum x'_i f_i}{\sum f_i}$$

реднее значение интервала, т.е. полусумма его верхней и раниц

Пример. Необходимо рассчитать среднесуточный пробег автомобилей

Среднесуточный пробег, км	До 160	160-180	180-200	Свыше 200
Число автомобилей	12	36	28	25

Решение: Рассчитаем полусуммы для каждого интервала (т.е. середины):

$$x'_1 = \frac{(140 + 160)}{2} = 150 \qquad x'_2 = \frac{(160 + 180)}{2} = 170$$

и т.д.

тогда

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i' f_i}{\sum f_i} = \frac{150 * 12 + 170 * 36 + 190 * 28 + 210 * 25}{12 + 36 + 28 + 25} = 183{,}1 \text{ км}$$

СРЕДНЯЯ АРИФМЕТИЧЕСКАЯ

Арифметическая средневзвешанная– применяется для вычисления общей средней из частных групповых средних.

$$\bar{X} = \frac{\sum \bar{x}_i f_i}{\sum f_i}$$

$\bar{x}_i$ частные групповые средние

Пример. Определим среднюю часовую заработную плату работников в среднем по предприятию

Номер цеха	Средняя часовая заработная плата	Отработано человеко-часов
1	140,0	5000
2	100,5	2000

Решение:

$$\bar{X} = \frac{\sum \bar{x}_i{}' f_i}{\sum f_i} = \frac{140 * 5000 + 100{,}5 * 2000}{5000 + 2000} = 128{,}71 \text{ руб}$$

СРЕДНЯЯ ГАРМОНИЧЕСКАЯ

Средняя гармоническая– это величина, обратная средней арифметической. Она применяется, когда в данных в явном виде отсутствует частота.

$$\bar{X} = \frac{\sum w_i}{\sum \frac{w_i}{x_i}}$$

w_i – суммарное значение признака по группе *i*

Пример. Определим среднесуточную зарплату одного рабочего

Группы рабочих	Среднедневная заработная плата, руб	Дневной фонд оплаты труда, тыс. руб
водители	295	236,0
ремонтники	230	71,3

Решение:

$$\bar{X} = \frac{\sum w_i}{\sum \frac{w_i}{x_i}} = \frac{236000 + 71300}{\frac{236000}{295} + \frac{71300}{230}} = 276{,}85 \text{ руб}$$

СРЕДНЯЯ КВАДРАТИЧЕСКАЯ

Средняя квадратическая применяется, когда осреднению подлежат функции, выраженные в виде квадратных величин.

Средняя квадратическая простая	Средняя квадратическая взвешанная
$\bar{x} = \sqrt{\frac{x_i^2}{n}}$	$\bar{x} = \sqrt{\frac{x_i^2 f_i}{f_i}}$

СРЕДНЯЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ

Средняя геометрическая применяется, когда осреднению подлежат функции, выраженные в виде квадратных величин.

$$\bar{k} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}$$

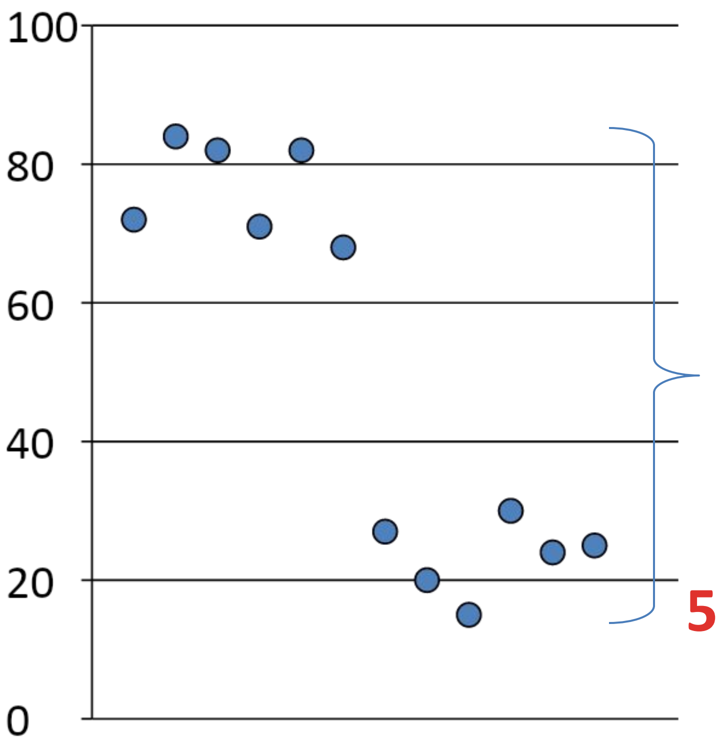
Всегда следует помнить, что

- Применение конкретной формулы зависит от вида имеющихся данных

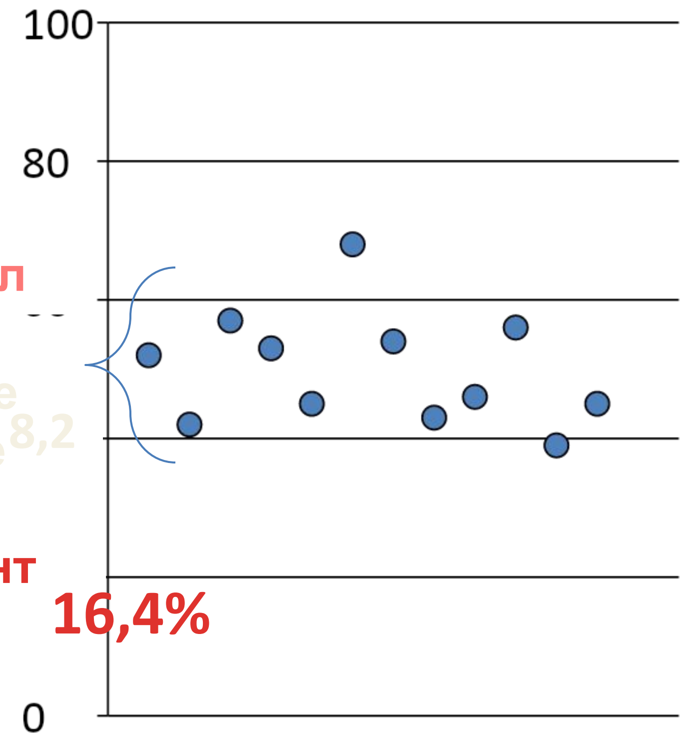
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СРЕДНЕЙ ВЕЛИЧИНЫ ДОПУСКАЕТСЯ ТОЛЬКО ПОСЛЕ ОЦЕНКИ ЕЁ ТИПИЧНОСТИ И НАДЁЖНОСТИ

РАНХиГС
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

НЕОДНОРОДНЫЕ



ОДНОРОДНЫЕ



средний балл

50

28,3 стандартное отклонение 8,2

56,6% коэффициент вариации **16,4%**

На практике мало кто задумывается, что такое однородность и продолжает считать «среднюю температуру по больнице»…

СТРУКТУРНЫЕ СРЕДНИЕ

Напомним, что при упорядоченном распределении единиц совокупности по возрастанию или убыванию значений признака получают **вариационный ряд.**

Его характеризует ряд показателей:

- ✔Показатели центра распределения – средняя арифметическая, структурные средние (мода и медиана);
- ✔Ранговые характеристики- квартили, децили;
- ✔Показатели вариации;
- ✔Показатели формы распределения

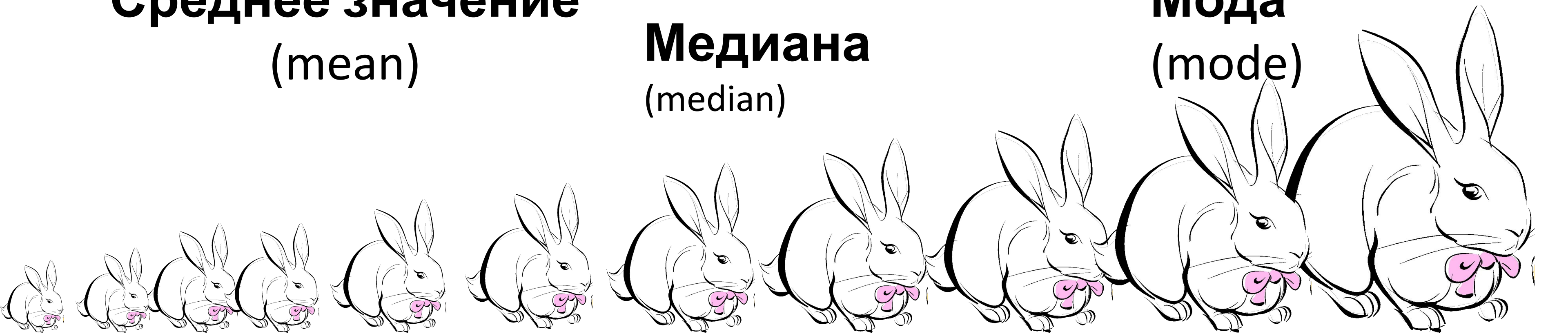
«СРЕДИНА» РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

«Середина»

Среднее значение (mean)

Медиана (median)

Мода (mode)



1,0 1,5 3,2 4,1 5,7 $\boxed{6,0}$ 7,1 7,9 9,5 10,4 11,0

Медиан
а

СТРУКТУРНЫЕ СРЕДНИЕ

Мода ряда распределения – значение признака наиболее часто встречающееся в исследуемой совокупности

Медиана ряда распределения – значение признака, приходящееся на середину ранжированной (упорядоченной) по данному признаку совокупности

Для дискретного вариационного ряда:

- Модой будет вариант признака с наибольшей частотой
- Медианой будет:
  - для ряда с нечетным числом членов – центральный вариант, находящийся в середине ранжированной совокупности
  - для ряда с четным числом членов – среднее значение из двух соседних центральных вариантов

ПРИМЕРЫ МОДЫ И МЕДИАНЫ

Мода ряда распределения объема продаж (частота) размеров женской обуви:

Размер	35	36	37	38	39	40	41
Частота	6	14	22	30	18	7	3

Медиана ряда распределения по уровню ежемесячного дохода 11 человек:

№	1	2	…	5	6	…	10	11
Доход	30	35	…	54	**56**	..	250	50 000

РАСЧЕТ МОДЫ И МЕДИАНЫ ПО ИНТЕРВАЛЬНЫМ РЯДАМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Распределение населения по уровню среднедушевого денежного дохода (тыс. руб.)

Среднедушевой денежный доход	Удельный вес населения, %	Накопленная частота, %
До 10	2,4	2,4
10-20	15,4	17,8
20-30	**20,1**	37,9
30-40	**17,2**	55,1
40-50	12,8	67,9
…	…	…

$$x_{мо} = x_0 + I \cdot \frac{f_{мо} - f_{мо-1}}{2f_{мо} - f_{мо-1} - f_{мо+1}}$$

$$= 20 + 10 \cdot \frac{20{,}1 - 15{,}4}{2 \cdot 20{,}1 - 15{,}4 - 17{,}2} = 26{,}2$$

Мода составляет: 26,2

РАСЧЕТ МОДЫ И МЕДИАНЫ ПО ИНТЕРВАЛЬНЫМ РЯДАМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Распределение населения по уровню среднедушевого денежного дохода (тыс. руб.)		
Среднедушевой денежный доход	Удельный вес населения, %	Накопленная частота, %
До 10	2,4	2,4
10-20	15,4	17,8
20-30	**20,1**	37,9
30-40	**17,2**	55,1
40-50	12,8	67,9
…	…	…

$$x_{me} = x_0 + I_{me} \cdot \frac{\frac{1}{2}\sum f - \sum_{me-1} f}{f_{me}}$$

$$= 30 + 10 \cdot \frac{50 - 37{,}9}{17{,}2} = 37$$

Медиана составляет: 37

Ранговые показатели вариационного ряда

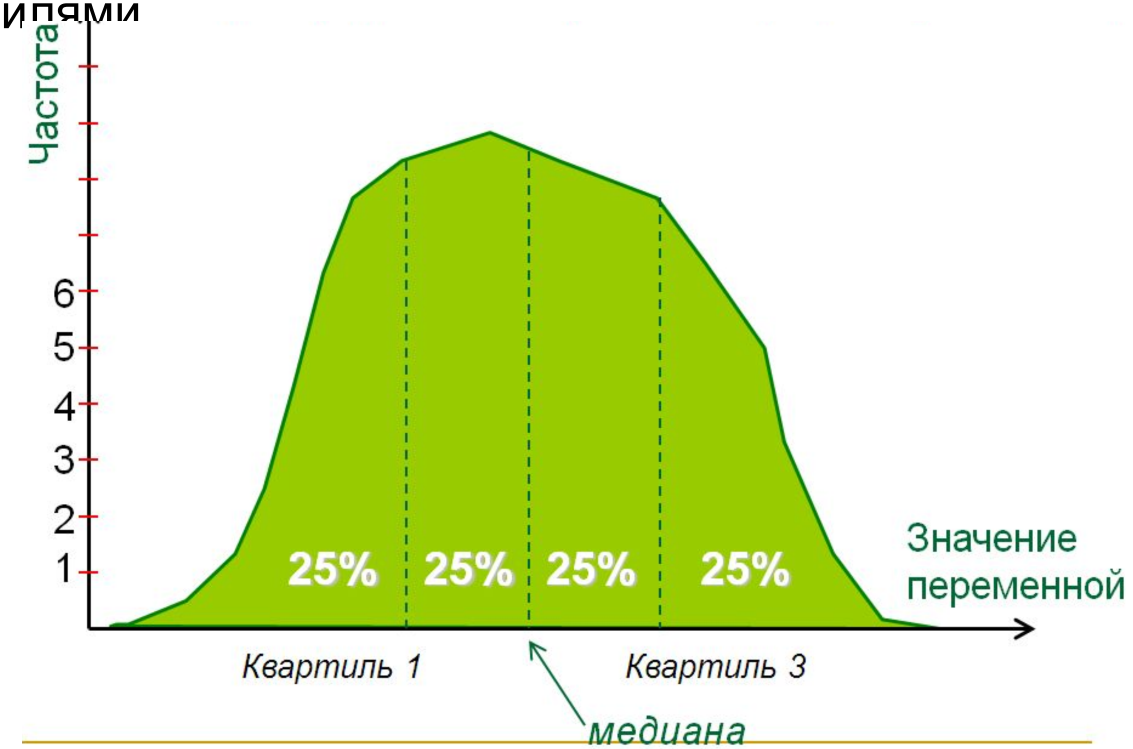
РАНХиГС
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Квартили (quartiles) делят распределение на четыре части так, что в каждой из них оказывается поровну значений (2-я квартиль = медиана).

1-й квартиль = 25% процентиль

3-й квартиль = 75% процентиль

Интерквартильный размах – разница между третьей и первой квартилями



РАСЧЕТ КВАРТИЛЕЙ

Для определения 1-ого квартиля:

$$Q_1 = x_{Q_1} + i\frac{0.25\sum f_i - S_{Q_{1-1}}}{f_{Q_1}}$$

Для определения 3-ого квартиля:

$$Q_3 = x_{Q_3} + i\frac{0.75\sum f_i - S_{Q_{3-1}}}{f_{Q_3}}$$

Где x_{Q_1} и x_{Q_3} нижние границы интервалов, в которые попадают соответствующие значения;

$S_{Q_{1-1}}$ и $S_{Q_{3-1}}$ сумма накопленных частот до соответствующего интервала;

f_{Q_i} частота соответствующего квартильного интервала

Пусть дан следующий вариационный ряд:

№	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
(x)	13	15	17	25	30

$$\bar{x} = \frac{13+15+17+25+30}{5} = \frac{100}{5} = 20$$

Размах вариации:

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 30 - 13 = 17$$

ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ (РАССЕЯНИЯ) ПРИЗНАКА

РАНХиГС
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Так как величина размаха характеризует только максимальное различие значений признака, не измеряя при этом степень вариации этого признака во всей совокупности, на практике этот показатель используется только при расчете предупредительного контроля качества продукции. Применение этого показателя ограничено только однородными совокупностями, так как он зависит от величины только крайних значений

Среднее линейное отклонение (d) - характеризует среднюю величину, на которую основная масса единиц совокупности отклоняется от среднего значения.

Для несгруппированных данных

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - \bar{x}|}{n}$$

Для сгруппированных данных

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - \bar{x}|\, f_i}{\sum f_i}$$

ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ (РАССЕЯНИЯ) ПРИЗНАКА

РАНХиГС
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Дисперсия – это средняя из квадратов отклонений вариантов признака от их средней величины. Это средняя арифметическая величина, полученная из квадратов отклонений значений признака от их средней.

Она рассчитывается по простой и взвешенной формулам. Для ее обозначения используется греческая буква сигма.

Свойства дисперсии:

1) **Дисперсия постоянной величины равна 0**
2) **Если все варианты значений признака уменьшить на одно и то же число, то дисперсия не уменьшится**
3) **Если все варианты значений признака уменьшить в одно и то же число раз z, то дисперсия уменьшится в z^2 раз**

Для несгруппированных данных

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}$$

Для сгруппированных данных

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum f_i}$$

ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ (РАССЕЯНИЯ) ПРИЗНАКА

РАНХиГС
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Выработка, м.	Число рабочих, f	x	$x \cdot f$	$x`$	$x` \cdot f$	S	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2 \cdot f$	$x`^2 \cdot f$
до 200	3	190	570	-3	-9	3	-63,9	12249,63	27
200-220	12	210	2520	-2	-24	15	-43,9	23126,52	48
220-240	50	230	11500	-1	-50	65	-23,9	28560,50	50
240-260	56	250	14000	0	0	121	-3,9	851,76	0
260-280	47	270	12690	1	47	168	16,1	12182,87	47
280-300	23	290	6670	2	46	191	36,1	29973,83	92
300-320	7	310	2170	3	21	198	56,1	22030,47	63
320 и более	2	330	660	4	8	200	76,1	11582,42	32
Итого:	200		50780		39			140558	359

ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ (РАССЕЯНИЯ) ПРИЗНАКА

РАНХиГС

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

$$\sigma^2 = \frac{140558}{200} = 702{,}79$$

$$\sigma = \sqrt{702{,}79} \approx 26{,}5(м)$$

Расчет дисперсии упрощенным способом осуществляется на основе перечисленных свойств по формуле:

$$\sigma^2 = \left[\frac{\sum x'^2 \cdot f'}{\sum f'} - \left(\frac{\sum x' \cdot f'}{\sum f'} \right)^2 \right] \cdot h^2$$ **, где**

$$x' = \frac{x - C}{h}; \qquad f' = \frac{f}{A}$$

ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ (РАССЕЯНИЯ) ПРИЗНАКА

Выработка, м.	Число рабочих, f	x	$x \cdot f$	$x`$	$x` \cdot f$	S	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2 \cdot f$	$x`^2 \cdot f$
до 200	3	190	570	-3	-9	3	-63,9	12249,63	27
200-220	12	210	2520	-2	-24	15	-43,9	23126,52	48
220-240	50	230	11500	-1	-50	65	-23,9	28560,50	50
240-260	56	250	14000	0	0	121	-3,9	851,76	0
260-280	47	270	12690	1	47	168	16,1	12182,87	47
280-300	23	290	6670	2	46	191	36,1	29973,83	92
300-320	7	310	2170	3	21	198	56,1	22030,47	63
320 и более	2	330	660	4	8	200	76,1	11582,42	32
Итого:	200		50780		39			140558	359

ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ (РАССЕЯНИЯ) ПРИЗНАКА

$$\sigma^2 = \left[\frac{359}{200} - \left(\frac{39}{200}\right)^2\right] \cdot 20^2 = 702{,}79$$

Недостаток дисперсии состоит в том, что она имеет размерность вариант, возведенную в квадрат (рублей в квадрате, человек в квадрате)

Чтобы устранить этот недостаток, используется *среднее квадратическое отклонение*

ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ (РАССЕЯНИЯ)

РАНХиГС
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Среднее квадратическое отклонение – это корень квадратный из дисперсии.

Для несгруппированных данных

$$\sigma = \pm\sqrt{\frac{\sum (x-\bar{x})^2}{n}}$$

Для сгруппированных данных

$$\sigma = \pm\sqrt{\frac{\sum (x-\bar{x})^2 \cdot f}{\sum f}}$$

В соответствии с теоремой П.Л. Чебышева, можно утверждать, что независимо от формы распределения 75% значений признака попадают в интервал $\bar{x} \pm 2\sigma$, а по крайней мере 89% всех значений попадают в интервал $\bar{x} \pm 3\sigma$

ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ

РАНХиГС
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

При сравнении вариации различных признаков одной и той же совокупности пользуются относительными показателями вариации:

1) Коэффициент осцилляции
2) Относительное линейное отклонение
3) Коэффициент вариации

КОЭФФИЦИЕНТ ОСЦИЛЛЯЦИИ

$$V_r = \frac{R}{\overline{x}} \cdot 100\%,$$ **где**

R **- размах вариации**

$\overline{x}$ **- среднее значение**

Коэффициент осцилляции отражает относительную колеблемость крайних значений признака относительно среднего значения

ОТНОСИТЕЛЬНОЕ ЛИНЕЙНОЕ ОТКЛОНЕНИЕ

$$V_{\bar{d}} = \frac{\bar{d}}{\bar{x}} \cdot 100\%,$$ **где**

$\bar{d}$ **- среднее линейное отклонение**

КОЭФФИЦИЕНТ ВАРИАЦИИ

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\%$$

Характеризует долю усредненного значения отклонений от средней величины. При этом совокупность считается однородной, если *V* не превышает 33%

Дисперсия альтернативного признака

Признаки, которыми обладают одни единицы совокупности и не обладают другие, называются ***альтернативными***. Количественно вариация альтернативного признака проявляется в значении 0 у единиц, которые им не обладают, или в значении 1 у единиц, которые им обладают

x	f
0	q
1	p

где q- доля единиц, не обладающих признаком

p- доля единиц, обладающих признаком

$$p + q = 1$$

Среднее значение альтернативного признака

$$\bar{x} = \frac{\sum x \cdot f}{\sum f} = \frac{p \cdot 1 + q \cdot 0}{p + q} = p$$

Дисперсия альтернативного признака :

$$\sigma_p^2 = \frac{\sum\left(x-\bar{x}\right)\cdot f}{\sum f} = \frac{\left(0-p\right)^2\cdot q+\left(1-p\right)^2\cdot p}{p+q} =$$

$$= p^2q+q^2p = \left(p+q\right)\cdot pq = pq$$

Максимальное значение дисперсии альтернативного признака **0,25**

Среднее квадратическое отклонение альтернативного признака :

$$\sigma_p = \sqrt{pq}$$

Коэффициент вариации альтернативного признака:

$$V_p = \frac{\sigma_p}{\bar{x}_p} = \frac{\sqrt{pq}}{p} = \sqrt{\frac{q}{p}}$$

Выделяют дисперсии:

1) общую

2) межгрупповую

3) внутригрупповую

Величина общей дисперсии характеризует вариацию признака под воздействием всех факторов, вызывающих эту вариацию:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_j - \bar{x})^2 \cdot f_j}{\sum f_j}$$

где **j** – номер варианты

Межгрупповая дисперсия (дисперсия групповых средних или факторная дисперсия) характеризует систематическую вариацию, т. е. различия в величине изучаемого признака, возникающие под влиянием одного фактора, положенного в основание группировки

$$\delta^2 = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x})^2 \cdot n_i}{\sum n_i}$$

где $\bar{X}_i$ – среднее значение изучаемого признака для ***i*** – й группы

$\bar{X}$ - номер группы

n_i – количество единиц в ***i*** – й группе

РАНХиГС
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

$$\sum_j f_j = \sum_i n_i$$

Внутригрупповая (средняя из групповых или остаточная) дисперсия характеризует случайную вариацию, т. е. ту часть вариации, которая вызвана действием других неучтённых факторов, и не зависящую от фактора, положенного в основании группировки:

РАНХиГС
Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте Российской Федерации

$$\bar{\sigma}_i^2 = \frac{\sum\left(\sigma_i^2 \cdot n_i\right)}{\sum n_i},$$

где σ_i^2 - групповая дисперсия

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum\left(x_j - \bar{x}_i\right)^2 \cdot f_{ij}}{\sum f_{ij}}$$

Общая дисперсия равна сумме межгрупповой и внутригрупповой дисперсий:

$$\sigma^2 = \delta^2 + \overline{\sigma_i^2}$$

ТЕМА

ВЫБОРОЧНЫЙ МЕТОД (ВЫБОРОЧНОЕ НАБЛЮДЕНИЕ)

<u>Выборочные наблюдения</u> – такое несплошное наблюдение, при котором статистическому исследованию подвергаются не все единицы изучаемой совокупности, а лишь отобранные по определенным правилам и в определенном порядке.

Генеральная совокупность (N)	Выборочная совокупность (n)
- совокупность, из которой производится отбор единиц	- совокупность отобранных в определенном порядке единиц
Генеральная средняя $\overline{X} = \frac{\sum x_i}{N}$	Доля выборки Кв=$\frac{n}{N}$ Выборочная средняя $\widetilde{X} = \frac{\sum x_i}{n}$
Генеральная доля р=$\frac{M}{N}$, где М – числ.ед., обладающая определенным признаком в генеральной совокупности	Выборочная доля или частность $\tilde{p} = \frac{m}{n}$ – численность единиц, обладающих определенным признаком в выборочной совокупности $\tilde{p} = \omega$
Дисперсия генеральной совокупности $\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{N}$	Дисперсия выборки $\sigma_{\tilde{x}}^2 = \frac{\sum(x_i - \tilde{x})^2}{n}$
Дисперсия для генеральной доли $\sigma_p^2 = p(1 - p)$	Дисперсия выборочной доли $\sigma_{\tilde{p}}^2 = \tilde{p}(1 - \tilde{p}) = \omega(1 - \omega)$

Ошибка репрезентативности – расхождение между выборочной характеристикой и характеристикой генеральной совокупности.

Ошибки репрезентативности

Систематические (возникают в результате нарушения научных принципов отбора единиц совокупности)	Случайные (возникают в результате несплошного характера наблюдения)
Преднамеренные Непреднамеренные	Средняя (стандартная) ошибка выборки Предельная ошибка выборки

СРЕДНЯЯ (СТАНДАРТНАЯ) ОШИБКА ВЫБОРКИ.

- такое расхождение между средней выборочной и генеральной совокупности, которое не превышает +/- сигма.

$$\mu_{\tilde{x}} = (\tilde{x} - \bar{x}) \pm \sigma$$

Средняя ошибка выборки зависит от: 1) объема выборки,

2) степени варьирования признака.

Чем меньше вариация признака, тем меньше дисперсия, тем меньше ошибка выборки.

$$\mu_{\tilde{x}} = \sqrt{\frac{\sigma_{\tilde{x}}^2}{n}}; \qquad \mu_{\tilde{p}} = \sqrt{\frac{\tilde{p}(1-\tilde{p})}{n}}$$

для средней для доли

ПРЕДЕЛЬНАЯ ОШИБКА ВЫБОРКИ (Δ)

- максимально возможное расхождение выборочной и генеральной средних, т.е. это максимум ошибки при заданной вероятности ее появления.

О величине предельной ошибки можно судить с определенной вероятностью, на величину которой указывает коэффициент доверия t.

t	1,0	1,96	2,0	2,58	3,0
F(t)	0,683	0,95	0,954	0,99	0,997

Предельная ошибка выборки:

$$\Delta_{\tilde{x}} = t\mu_{\tilde{x}} = t\sqrt{\frac{\sigma_{\tilde{x}}^2}{n}};\Delta_{\tilde{p}} = t\mu_{\tilde{p}} = t\sqrt{\frac{\tilde{p}(1-\tilde{p})}{n}}$$

Предельная ошибка выборки позволяет определять предельные значения характеристик генеральной совокупности.

Доверительные интервалы для генеральной средней

$$\tilde{X} - \Delta \le \bar{X} \le \tilde{X} + \Delta$$

Предельные интервалы для доли:

$$\tilde{p} - \Delta \le p \le \tilde{p} + \Delta$$

Основные формулы, используемые при типическом отборе

Показатель	Основные формулы	
	повторная выборка	бесповторная выборка
Средняя ошибка выборки для средней	$\mu_{\tilde{x}} = \sqrt{\frac{\overline{\sigma}_i^2}{n}}$	$\mu_{\tilde{x}} = \sqrt{\frac{\overline{\sigma}_i^2}{n}\left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
Средняя ошибка выборки для доли	$\mu_{\omega} = \sqrt{\frac{\overline{\omega \cdot (1-\omega)}}{n}}$	$\mu_{\omega} = \sqrt{\frac{\overline{\omega \cdot (1-\omega)}}{n} \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
Численность выборки при определении среднего размера признака	$n = \frac{t^2 \cdot \overline{\sigma}_i^2}{\Delta_{\tilde{x}}}$	$n = \frac{t^2 \cdot \overline{\sigma}_i^2 \cdot N}{N \cdot \Delta_{\tilde{x}}^2 + t^2 \cdot \overline{\sigma}_i^2}$
Численность выборки при определении доли признака	$n = \frac{t^2 \cdot \overline{\omega \cdot (1-\omega)}}{\Delta_{\omega}^2}$	$n = \frac{t^2 \cdot \overline{\omega \cdot (1-\omega)} \cdot N}{N \cdot \Delta_{\omega}^2 + t^2 \cdot \overline{\omega \cdot (1-\omega)}}$

Основные формулы, используемые при серийном отборе

Показатель	Основные формулы	
	повторная выборка	бесповторная выборка
Средняя ошибка выборки для средней	$\mu_{\tilde{x}} = \sqrt{\dfrac{\delta^2_{\tilde{x}}}{r}}$	$\mu_{\tilde{x}} = \sqrt{\dfrac{\delta^2_{\tilde{x}}}{r} \cdot \left(1 - \dfrac{r}{R}\right)}$
Средняя ошибка выборки для доли	$\mu_{\omega} = \sqrt{\dfrac{\delta^2_{\omega}}{r}}$	$\mu_{\omega} = \sqrt{\dfrac{\delta^2_{\omega}}{r} \cdot \left(1 - \dfrac{r}{R}\right)}$
Численность выборки при определении среднего размера признака	$r = \dfrac{t^2 \cdot \delta^2_{\tilde{x}}}{\Delta^2_{\tilde{x}}}$	$r = \dfrac{t^2 \cdot \delta^2_{\tilde{x}} \cdot R}{R \cdot \Delta^2_{\tilde{x}} + t^2 \cdot \delta^2_{\tilde{x}}}$
Численность выборки при определении доли признака	$r = \dfrac{t^2 \cdot \delta^2_{\omega}}{\Delta^2_{\omega}}$	$r = \dfrac{t^2 \cdot \delta^2_{\omega} \cdot R}{R \cdot \Delta^2_{\omega} + t^2 \cdot \delta^2_{\omega}}$

Обозначения:

$\delta^2_{\tilde{x}}$ – межгрупповая дисп

R — общее число серий;

r — число отобранных серий;

$\delta^2_{\tilde{x}}$ — межгрупповая дисперсия средних, определяемая по формуле

$$\delta^2_{\tilde{x}} = \frac{\sum (\tilde{x}_i - \tilde{x})^2}{r},$$

Ряды динамики

Если имеем интервальный ряд с равными промежутками, то используется формула средней арифметической простой.

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}.$$

Если имеем интервальный ряд с неравными промежутками, то используем формулу средней арифметической взвешенной.

$$\bar{y} = \frac{\sum y * t_i}{\sum t_i}.$$

Средняя хронологическая для моментного ряда

Если имеем моментный ряд с равными промежутками, то используется формула

$$y\square = \frac{\frac{y_1 + y_n}{2} + y_2 + y_3 + \cdots + y_{n-1}}{n-1}$$

Если имеем моментный ряд с разными моментами времени, то используем формулу

$$\square y = \frac{\sum y' * t_i}{\sum t_i} = \frac{\sum \left(\frac{y_i + y_{i+1}}{2}\right) t}{\sum t},$$

где: $y' = \left(\frac{y_i + y_{i+1}}{2}\right)$.

ПОКАЗАТЕЛИ ДИНАМИЧЕСКОГО РЯДА

Абсолютные	Относительные
Уровень ряда (у) Средний уровень ряда (□у) Абсолютный прирост (Δ) Средний абсолютный прирост ($\bar{\Delta}$)	• Коэффициент роста (К) • Темп роста (Т) • Коэффициент прироста ($К_{пр.}$) • Темп прироста (Тпр.) • Средний коэффициент роста ($\overline{К}$) • Средний темп роста (□$\overline{Т}$) • Ср. коэф-т прироста (□) ($\overline{К}_{пр.}$) • Средний темп прироста ($\overline{Т}_{пр.}$)

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ

1. *Коэффициент роста* ($К_р$)

Базисный $К_р^б = Yi / Y_0$

Цепной $К_р^ц = Yi / Yi_{-1}$.

2. *Темп роста* (Т) $Т = К_р{*}100$

Базисный $Т^б = К_р^б{*}100 = \frac{y_i}{y_0}{*}100$

Цепной $Т^ц = К_р^ц{*}100 = \frac{y_i}{y_{i-1}}{*}100$.

3. *Коэффициент прироста* (Кпр) $Кпр = К_р - 1$

Базисный $К_{пр}^б = К_р^б - 1$

Цепной $К_{пр}^ц = К_р^ц - 1$.

4. *Темп прироста* (Тпр) $Тпр = Т - 100$

Базисный $Т^б = К_р^б{*}100 - 100$

Цепной $Т^ц = К_р^ц{*}100 - 100$.

5. *Средний коэффициент роста* ($\bar{К}$)

$$\bar{К} = \sqrt[n]{K_1 * K_2 * \dots * K_n} = \sqrt[n]{\Pi K_i} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}} ,$$

где:

$К_1 = \frac{y_1}{y_0}$, $К_2 = \frac{y_2}{y_1}$ ……..., $К_n = \frac{y_n}{y_{n-1}}$.

6. *Средний темп роста* ($\bar{T}$) $\bar{T} = \bar{К}$ □ *100 .

7. *Средний коэффициент прироста* ($\bar{К}_{пр.}$)

$$\bar{К}_{пр.} = \bar{К} - 1.$$

8. *Средний темп прироста* ($\bar{T}_{пр.}$)

$$\bar{T}_{пр.} = \bar{T} - 100 = \bar{К} \,\square\, * 100 - 100.$$

9. *Коэффициент опережения* (Коп.)