

Агенты, основанные на знаниях

- Логические агенты
- Логика первого порядка
- Логический вывод в логике первого порядка
- Представление знаний

Логика

- **пропозициональная логика:** существуют лишь факты, которые относятся или не относятся к данному миру
- **логика первого порядка:** мир состоит из объектов, между которыми могут быть или не быть некоторые отношения

Формальные языки

Язык	Онтологический вклад (что существует в мире)	Эпистемологический вклад (какую степень доверия может выразить агент в отношении фактов)
Пропозициональная логика	Факты	Истинно/ложно/неизвестно
Логика первого порядка	Факты, объекты, отношения	Истинно/ложно/неизвестно
Временная логика	Факты, объекты, отношения, интервалы времени	Истинно/ложно/неизвестно
Теория вероятностей	Факты	Степень доверия $\in [0, 1]$
Нечеткая логика	Факты со степенью истинности $\in [0, 1]$	Известное интервальное значение

Синтаксис логики предикатов

ПП

Sentence → *AtomicSentence*
| (*Sentence* *Connective* *Sentence*)
| *Quantifier* *Variable*,... *Sentence*
| \neg *Sentence*

AtomicSentence → *Predicate*(*Term*,...) | *Term* = *Term*

Term → *Function*(*Term*,...)
| *Constant*
| *Variable*

Connective → \Rightarrow | \wedge | \vee | \Leftrightarrow

Quantifier → \forall | \exists

Constant → *A* | *X*₁ | *John* | ...

Variable → *a* | *x* | *s* | ...

Predicate → *Before* | *HasColor* | *Raining* | ...

Function → *Mother* | *LeftLeg* | ...

Базы знаний

- Высказывания вводятся в базу знаний с помощью операции Tell. Такие высказывания называются утверждениями. Например, можно ввести утверждения, что Джон — король и что короли — люди:
Tell(KB, King(John))
Tell (KB, $\forall x \text{ King}(x) \Rightarrow \text{Person}(x)$)
- Задавать вопросы о содержимом базы знаний с использованием операции Ask. Например, следующее выражение:
Ask(KB, $\exists x \text{ King}(x)$)

Метод резолюции, основанное на доказательстве теорем

Φ_0

Аксиомы (условия
задачи)

\mathcal{A}

Теорема (Цель)

$\Phi_0 \quad (\Phi_0 \Rightarrow \mathcal{A})$

$\Phi_1 = \Phi_0 \cup \overline{\mathcal{A}}$

Доказать
противоречивость

Тождественные преобразования

$$\overline{\forall x F(x)} = \exists x \overline{F(x)}, \quad \overline{\exists x F(x)} = \forall x \overline{F(x)}.$$

$$\left. \begin{aligned} \forall x (F \wedge G(x)) &= F \wedge \forall x G(x); \\ \forall x (F \vee G(x)) &= F \vee \forall x G(x); \\ \exists x (F \wedge G(x)) &= F \wedge \exists x G(x); \\ \exists x (F \vee G(x)) &= F \vee \exists x G(x). \end{aligned} \right\}$$

Тождественные преобразования

$$\left. \begin{aligned} \forall x(\mathcal{F}(x) \wedge \mathcal{G}(x)) &= \forall x\mathcal{F}(x) \wedge \forall x\mathcal{G}(x); \\ \forall x\forall y\mathcal{F}(x, y) &= \forall y\forall x\mathcal{F}(x, y); \end{aligned} \right\}$$
$$\begin{aligned} \exists x(\mathcal{F}(x) \vee \mathcal{G}(x)) &= \exists x\mathcal{F}(x) \vee \exists x\mathcal{G}(x); \\ \exists x\exists y\mathcal{F}(x, y) &= \exists y\exists x\mathcal{F}(x, y). \end{aligned}$$

Тождественные преобразования

1. Исключение

$$\mathbb{I}(A \rightarrow B) = (\bar{A} \vee B)$$

$$\exists x(F(x) \rightarrow \forall yG(y)) = \exists x(F(x) \vee \forall yG(y));$$

$$\forall xF(x) \rightarrow [G(y) \rightarrow \forall xH(x)] = \forall xF(x) \vee [\bar{G}(y) \vee \forall xH(x)];$$

$$\begin{aligned} [\exists xF(x) \rightarrow \forall yG(y)] \rightarrow H(z) &= \overline{[\exists xF(x) \rightarrow \forall yG(y)]} \vee H(z) = \\ &= \overline{[\exists xF(x) \vee \forall yG(y)]} \vee H(z). \end{aligned}$$

Тождественные преобразования

2. Уменьшение области действия знаков отрицания

$$\overline{F \wedge G} = \overline{F} \vee \overline{G}, \quad \overline{F \vee G} = \overline{F} \wedge \overline{G}, \quad \overline{\overline{F}} = F,$$
$$\overline{\forall x F(x)} = \exists x \overline{F(x)}, \quad \overline{\exists x F(x)} = \forall x \overline{F(x)}.$$

$$\overline{\overline{\exists x F(x) \vee \forall y G(y)}} = \overline{\overline{\exists x F(x)} \wedge \overline{\forall y G(y)}} = \exists x F(x) \wedge \exists y \overline{G(y)}.$$

Тождественные преобразования

3. Стандартизация переменных

$$\forall x F(x, y) \vee \exists x G(x) = \forall z F(z, y) \vee \exists u G(u).$$

Тождественные преобразования

4. Исключение кванторов существования. Сколемизация

5. Исключение кванторов общности

$$\forall x\{F(x) \wedge \forall y[G(y) \vee H(x, y)]\} = \forall x\forall y\{F(x) \wedge [G(y) \vee \vee H(x, y)]\}.$$

Тождественные преобразования

6. Представление в СКНФ

Метод решения задач, основанный
на доказательстве теорем

Φ_0 - условие задачи (теория)

F - формула (теорема)

$$\{\Phi_0, (\Phi_0 \vdash F), F\} \Leftrightarrow \{\Phi_0, (\Phi_0 \rightarrow F), F\} \Leftrightarrow$$

$$\boxed{\{\Phi_0, \overline{(\Phi_0 \& \overline{F})}, F\}}$$

$$(\Phi_0 \& \overline{F}) \Rightarrow \text{СКНФ} (!)$$

$$1. (A \rightarrow B) = (\bar{A} \vee B)$$

$$2. \overline{F \& G} = \bar{F} \vee \bar{G}, \overline{F \vee G} = \bar{F} \& \bar{G}, \overline{\bar{F}} = F$$

$$\overline{\forall x F(x)} = \exists x \bar{F}(x), \overline{\exists x F(x)} = \forall x \bar{F}(x).$$

3. Стандартизация переменных

4. Исключение \exists

$$\exists x F(x) = F(c), \quad c - \text{const.}$$

$$\forall x \exists y F(x, y) = \forall x F(x, f(x));$$

$y = f(x)$ - функция Сколема

5. Исклочение \forall

6. Приведение к СКНФ

$$(A \& B) \vee C = (A \vee C) \& (B \vee C) -$$

закон дистрибутивности;

$$A \& A = A ; A \vee A = A -$$

закон идемпотентности.

Пример

$$\forall x \{ P(x) \rightarrow \{ [\forall y [P(y) \rightarrow P(f(x, y))]] \& \underbrace{[\forall y [Q(x, y) \rightarrow P(y)]]} \} \}$$

1. Исключение знаков импликаций:

$$\forall x \{ \bar{P}(x) \vee \{ [\forall y [\bar{P}(y) \vee P(f(x, y))]] \} \& \underbrace{[\forall y [\bar{Q}(x, y) \vee P(y)]]} \} \}$$

2. Уменьшение области действия знаков отрицания:

$$\forall x \{ \bar{P}(x) \vee \{ [\forall y [\bar{P}(y) \vee P(f(x, y))]] \} \& [\exists y [Q(x, y) \& \bar{P}(y)]] \} \}$$

3. Стандартизация переменных:

$$\forall x \{ \bar{P}(x) \vee \{ \forall y [\bar{P}(y) \vee P(f(x, y))] \} \wedge \\ \wedge [\exists z [Q(x, z) \wedge \bar{P}(z)]] \}$$

4,5) Исключение кванторов \exists, \forall

$$\forall \{ \bar{P}(x) \vee \{ [\bar{P}(y) \vee P(f(x, y))] \wedge \\ \wedge [Q(x, g(x)) \wedge \bar{P}(g(x))] \} \}$$

6) Приведение к СКНФ

$$[\bar{P}(x) \vee \bar{P}(y) \vee P(f(x, y))] \wedge \\ \wedge [\bar{P}(x) \vee Q(x, g(x))] \wedge \\ \wedge [\bar{P}(x) \vee \bar{P}(g(x))]$$