Агенты, основанные на знаниях

- Логические агенты
- Логика первого порядка
- Логический вывод в логике первого порядка
- Представление знаний

Логики

- пропозициональная логика: существуют лишь факты, которые относятся или не относятся к данному миру
- логика первого порядка: мир состоит из объектов, между которыми могут быть или не быть некоторые отношения

Формальные языки

Язык	Онтологический вклад (что существует в мире)	Эпистемологический вклад (какую степень доверия может выражать агент в отношении фактов)
Пропозициональная логика	Факты	Истинно/ложно/неизвестно
Логика первого порядка	Факты, объекты, отношения	Истинно/ложно/неизвестно
Временн*ая* логика	Факты, объекты, отношения, интервалы времени	Истинно/ложно/неизвестно
Теория вероятностей	Факты	Степень доверия $\in [0,1]$
Нечеткая логика	Факты со степенью истинности $\in [0,1]$	Известное интервальное значение

Синтаксис логики предикатов ПП

$$
\begin{aligned}
\mathit{Sentence} &\rightarrow \mathit{AtomicSentence} \\
&\quad\mid\ (\ \mathit{Sentence}\ \mathit{Connective}\ \mathit{Sentence}\ ) \\
&\quad\mid\ \mathit{Quantifier}\ \mathit{Variable}, \ldots\ \mathit{Sentence} \\
&\quad\mid\ \neg \mathit{Sentence} \\[1em]
\mathit{AtomicSentence} &\rightarrow \mathit{Predicate}(\mathit{Term}, \ldots)\ \mid\ \mathit{Term} = \mathit{Term} \\[1em]
\mathit{Term} &\rightarrow \mathit{Function}(\mathit{Term}, \ldots) \\
&\quad\mid\ \mathit{Constant} \\
&\quad\mid\ \mathit{Variable} \\[1em]
\mathit{Connective} &\rightarrow\ \Rightarrow\ \mid\ \wedge\ \mid\ \vee\ \mid\ \Leftrightarrow \\
\mathit{Quantifier} &\rightarrow\ \forall\ \mid\ \exists \\
\mathit{Constant} &\rightarrow A\ \mid\ X_1\ \mid\ \mathit{John}\ \mid\ \ldots \\
\mathit{Variable} &\rightarrow a\ \mid\ x\ \mid\ s\ \mid\ \ldots \\
\mathit{Predicate} &\rightarrow \mathit{Before}\ \mid\ \mathit{HasColor}\ \mid\ \mathit{Raining}\ \mid\ \ldots \\
\mathit{Function} &\rightarrow \mathit{Mother}\ \mid\ \mathit{LeftLeg}\ \mid\ \ldots
\end{aligned}
$$

Базы знаний

- Высказывания вводятся в базу знаний с помощью операции Tell. Такие высказывания называются утверждениями. Например, можно ввести утверждения, что Джон — король и что короли — люди:

  Tell(KB, King(John))

  Tell (KB, $\forall$ x King(x) => Person(x))
- Задавать вопросы о содержимом базы знаний с использованием операции Ask. Например, следующее выражение:

  Ask(KB, $\exists$ x King(x))

Метод резолюции, основанное на доказательстве теорем

Φ_0 Аксиомы (условия задачи)

$\mathcal{F}$ Теорема (Цель)

$$\Phi_0 \quad (\Phi_0 \Rightarrow \mathcal{F})$$

$$\Phi_1 = \Phi_0 \cup \overline{\mathcal{F}}$$

Доказать противоречивость

Тождественные преобразования

$$\overline{\forall x \mathcal{F}(x)} = \exists x \overline{\mathcal{F}}(x), \quad \overline{\exists x \mathcal{F}(x)} = \forall x \overline{\mathcal{F}}(x).$$

$$\left.\begin{aligned}
&\forall x(\mathcal{F} \wedge \mathcal{G}(x)) = \mathcal{F} \wedge \forall x \mathcal{G}(x);\\
&\forall x(\mathcal{F} \vee \mathcal{G}(x)) = \mathcal{F} \vee \forall x \mathcal{G}(x);\\
&\exists x(\mathcal{F} \wedge \mathcal{G}(x)) = \mathcal{F} \wedge \exists x \mathcal{G}(x);\\
&\exists x(\mathcal{F} \vee \mathcal{G}(x)) = \mathcal{F} \vee \exists x \mathcal{G}(x).
\end{aligned}\right\}$$

Тождественные преобразования

$$\left.\begin{aligned}&\forall x(\mathcal{F}(x) \wedge \mathcal{G}(x)) = \forall x\mathcal{F}(x) \wedge \forall x\mathcal{G}(x);\\&\forall x\forall y\mathcal{F}(x,\ y) = \forall y\forall x\mathcal{F}(x,\ y);\end{aligned}\right\}$$

$$\exists x(\mathcal{F}(x) \vee \mathcal{G}(x)) = \exists x\mathcal{F}(x) \vee \exists x\mathcal{G}(x);$$

$$\exists x\exists y\mathcal{F}(x,\ y) = \exists y\exists x\mathcal{F}(x,\ y).$$

Тождественные преобразования

1. Исключение

И $(A \to B) = (\bar{A} \vee B)$

$$\exists x(F(x) \to \forall y G(y)) = \exists x(F(x) \vee \forall y G(y));$$

$$\forall x F(x) \to [G(y) \to \forall x H(x)] = \forall x F(x) \vee [\bar{G}(y) \vee \forall x H(x)];$$

$$[\exists x F(x) \to \forall y G(y)] \to H(z) = \overline{[\exists x F(x) \to \forall y G(y)]} \vee H(z) =$$

$$= \overline{[\overline{\exists x F(x)} \vee \forall y G(y)]} \vee H(z).$$

Тождественные преобразования

2. Уменьшение области действия знаков отрицания

$$\overline{F \wedge G} = \overline{F} \vee \overline{G}, \quad \overline{F \vee G} = \overline{F} \wedge \overline{G}, \quad \overline{\overline{F}} = F,$$

$$\overline{\forall x F(x)} = \exists x \overline{F}(x), \quad \overline{\exists x F(x)} = \forall x \overline{F}(x).$$

$$\overline{\overline{\exists x F(x)} \vee \forall y G(y)} = \overline{\overline{\exists x F(x)}} \wedge \overline{\forall y G(y)} = \exists x F(x) \wedge \exists y \overline{G}(y).$$

Тождественные преобразования

3. Стандартизация переменных

$$\forall x F(x,\ y) \vee \exists x G(x) = \forall z F(z,\ y) \vee \exists u G(u).$$

Тождественные преобразования

4. Исключение кванторов существования. Сколемизация

5. Исключение кванторов общности

$$\forall x\{F(x) \wedge \forall y[G(y) \vee H(x, y)]\} = \forall x \forall y\{F(x) \wedge [G(y) \vee H(x, y)]\}.$$

Тождественные преобразования

6. Представление в СКНФ

Метод решения задач, основанный на доказательстве теорем

Φ_0 – условие задачи (теория)

F – формула (теорема)

$$\{\Phi_0, (\Phi_0 \vdash F), F\} \Leftrightarrow \{\Phi_0, (\Phi_0 \to F), F\} \Leftrightarrow$$

$$\boxed{\{\Phi_0, \overline{(\Phi_0 \,\&\, \overline{F})}, F\}}$$

$$(\Phi_0 \,\&\, \overline{F}) \Rightarrow \text{СКНФ} \quad (!)$$

1. $(A \to B) = (\overline{A} \vee B)$

2. $\overline{F \& G} = \overline{F} \vee \overline{G}$, $\overline{F \vee G} = \overline{F} \& \overline{G}$, $\overline{\overline{F}} = F$

$\overline{\forall x F(x)} = \exists x \overline{F(x)}$, $\overline{\exists x F(x)} = \forall x \overline{F(x)}$.

3. Стандартизация переменных

4. Исключение $\exists$

$\exists x F(x) = F(c)$, c - const.

$\forall x \exists y F(x, y) = \forall x F(x, f(x))$;

$y = f(x)$ - функция Сколема

5. Исключение ∀

6. Приведение к СКНФ

$(A \& B) \vee C = (A \vee C) \& (B \vee C)$ –

закон дистрибутивности;

$A \& A = A$; $A \vee A = A$ –

закон идемпотентности.

Пример

$$\forall x \{ P(x) \to \{ [\forall y [P(y) \to P(f(x,y))]] \& \overline{[\forall y [Q(x,y) \to P(y)]]} \} \}.$$

1. Исключение знаков импликации:

$$\forall x \{ \overline{P}(x) \vee \{ [\forall y [\overline{P}(y) \vee P(f(x,y))]] \& \overline{[\forall y [\overline{Q}(x,y) \vee P(y)]]} \} \}.$$

2. Уменьшение области действия знаков отрицания:

$$\forall x \{ \overline{P}(x) \vee \{ [\forall y [\overline{P}(y) \vee P(f(x,y))]] \& [\exists y [Q(x,y) \& \overline{P}(y)]] \} \}.$$

3. Стандартизация переменных:

$$\forall x \{ \overline{P}(x) \vee \{ \forall y [\overline{P}(y) \vee P(f(x,y))]] \&$$

$$\& [\exists z [Q(x,z) \& \overline{P}(z)]]\}\}.$$

4,5) Исключение кванторов $\exists$, $\forall$

$$\{ \overline{P}(x) \vee \{ [\overline{P}(y) \vee P(f(x,y))] \&$$

$$\& [Q(x, g(x)) \& \overline{P}(g(x))]\}\}$$

6) Приведение к СКНФ

$$[\overline{P}(x) \vee \overline{P}(y) \vee P(f(x,y))] \&$$

$$\& [\overline{P}(x) \vee Q(x, g(x))] \&$$

$$\& [\overline{P}(x) \vee \overline{P}(g(x))]$$