

* Анализ кредитных операций

Тема 4

* Анализ кредитных операций

План лекции:

1. Измерение доходности финансовых кредитных операций (ФКО)
2. Баланс ФКО
3. Ссудные и учетные операции с удержанием комиссионных
4. Доходность купли-продажи финансовых инструментов
5. Сравнение коммерческих контрактов

* Анализ кредитных операций

1. Кредитные операции - операции, предполагающие предоставление финансовых ресурсов во временное размещение с целью получения дохода.

Например: кредитование, лизинг, факторинг, приобретение ценных бумаг (облигаций, акций...), сделки по заключению торговых контрактов, проч.

* С целью определения доходности ФКО под доходом будем понимать все финансовые поступления от проведения ФКО

Доход от кредитной операции: возврат тела кредита, выплаты процентов, уплата комиссий, штрафов

Доход от приобретения облигации: выплаты купона, возврат выкупной стоимости облигации, приобретение опциона,

проч
проч

Доход от лизинговой операции: выплата лизинговых платежей, выплаты комиссий, выплаты выкупной стоимости, штрафов

Доход от ценных бумаг: опцион, доход от ценных бумаг в виде % , премия, проч.

*** Оценка финансовой эффективности ФКО**

основана на сопоставлении размещенных средств и полученного дохода с учетом особенностей операции и **измеряется** в виде эффективной ставки процентов годовых ($i_{эф}$).

Методика расчета $i_{эф}$ основана на динамическом подходе – построении балансового уравнения ФКО.

В разных ФКО $i_{эф}$ принимает разное традиционное название: для облигаций – полная доходность, для инвестиций – IRR, для ценных бумаг, – эффективная ставка, для кредитования – полная стоимость кредита и т.д.

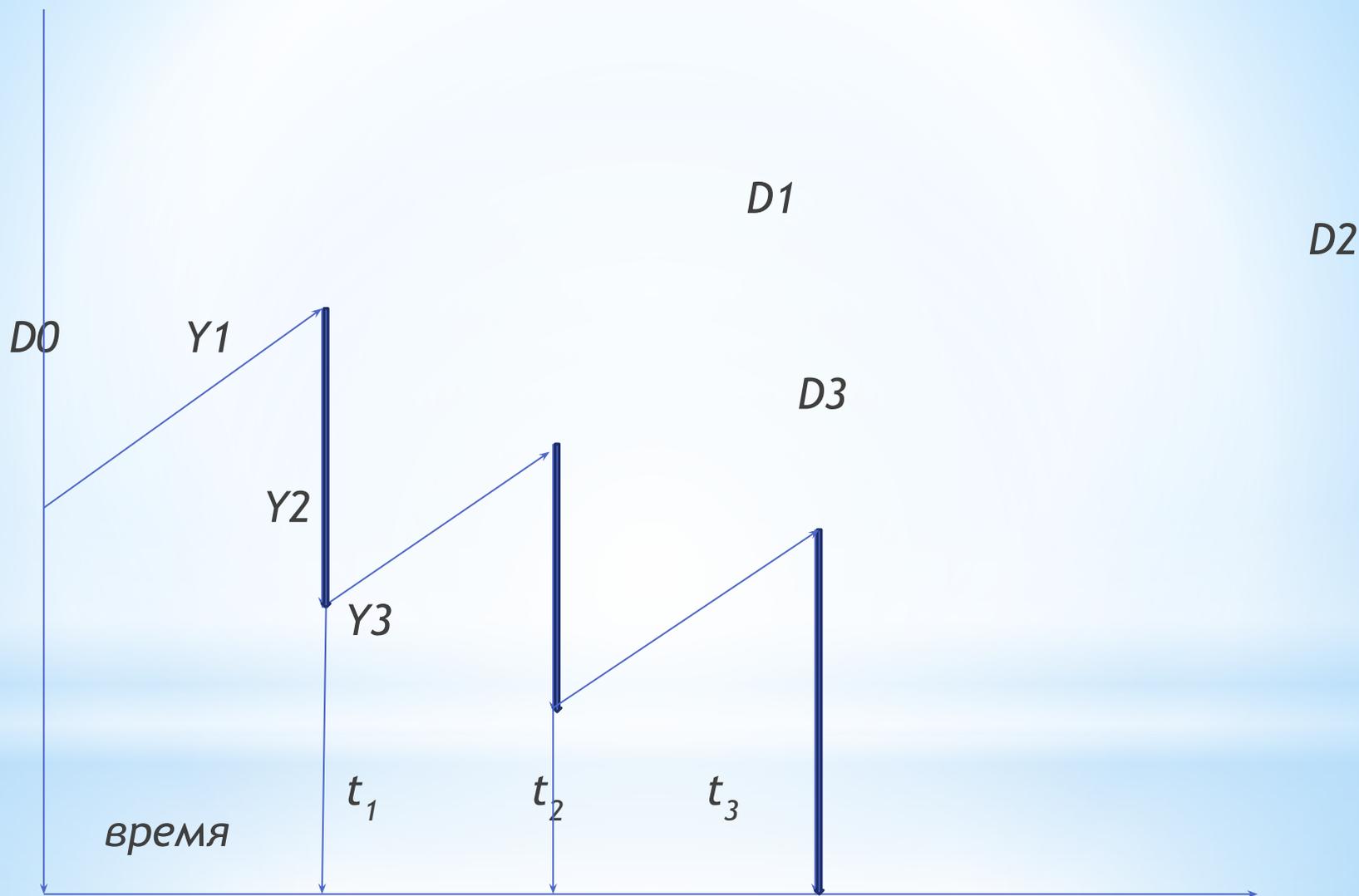
При сравнении ФКО выбирают операцию с **большой доходностью**.
При неблагоприятных условиях $i_{эф} = 0$ или $i_{эф} < 0$

✂ **Балансовое уравнение ФКО** - равенство затрат и доходов от размещения капитала, приведенное к одному временному периоду.

Условный пример.

Пусть выдан кредит в размере D на срок T . В счет погашения проводятся выплаты Y_1, Y_2, Y_3 соответственно в моменты времени t_1, t_2, t_3 в пределах срока T , уменьшая задолженности на начала периодов выплат D_1, D_2 . Последняя выплата Y_3 полностью закрывает остаток долга D_3 . За периоды времени $t_1 - t_0, t_2 - t_1, t_3 - t_2$ наращиваются проценты на остаток задолженности по ставке кредитования i . Представим последовательность погашения кредита на графике:

Суммы



Баланс ФКО

* Опишем контур графика баланса кредитной операции:

$$D_1 = D_0 * v_{t1} - Y_1,$$

$$D_2 = D_1 * v_{t2} - Y_2,$$

$$D_3 = D_2 * v_{t3} - Y_3 = 0.$$

v_{t1} , v_{t2} , v_{t3} - множители наращивания задолженности за каждый период.

Для написания уравнения подставим последовательно уравнения в последнее равенство:

$$((D_0 * v_{t1} - Y_1) v_{t2} - Y_2) v_{t3} - Y_3 = 0 \quad \text{или}$$

$D_0 * v_{t1} v_{t2} v_{t3} - (Y_1 v_{t2} v_{t3} + Y_2 v_{t3} + Y_3) = 0$. Разделив уравнение на $v_{t1} v_{t2} v_{t3}$, получим:

$$D_0 - \left(\frac{Y_1}{v_{t1}} + \frac{Y_2}{v_{t1} v_{t2}} + \frac{Y_3}{v_{t1} v_{t2} v_{t3}} \right) = 0$$

* При n погашениях задолженности баланс ФКО может быть обобщен в виде:

$$D_0 - \left(\frac{Y_1}{v_{t_1}} + \frac{Y_2}{v_{t_1} v_{t_2}} + \frac{Y_3}{v_{t_1} v_{t_2} v_{t_3}} + \dots + \frac{Y_n}{v_{t_1} v_{t_2} v_{t_3} \dots v_{t_n}} \right) = 0$$

t_1, t_2, t_3 - промежутки времени между ближайшими выплатами.

Пример. Написать уравнение ФКО для сделки: затраты капитала составляют 100 ед., ожидаемый доход предполагается в течение 3 лет в суммах 30, 60, 100 ед. в конце каждого года. Рассчитать доходность операции.

Доходность- ставка дисконтирования в балансе ФКО:

*Пример. Написать уравнение ФКО для сделки: затраты капитала составляют 100 ед., ожидаемый доход предполагается в течение 3 лет в суммах 30, 60, 100 ед. в конце каждого года. Рассчитать доходность операции.

Доходность- ставка дисконтирования в балансе ФКО:

$$100 - \left(\frac{30}{v_{t1}} + \frac{60}{v_{t1}v_{t2}} + \frac{100}{v_{t1}v_{t2}v_{t3}} \right) = 100 - \left(\frac{30}{(1+i)} + \frac{60}{(1+i)^2} + \frac{100}{(1+i)^3} \right) = 0$$

Решение - методом подбора.

* **Ссудные операции.**

* Ссуда D выдана на срок n лет. При ее выдаче уплачены комиссионные по ставке g в сумме $G=gD$. Рассчитать доходность ФКО. Проценты выплачиваются по ставке i на сумму кредита D , а не фактической выдачи $D-G$. За счет этого доходность ФКО повышается.

Рассмотрим балансовые уравнения для частных случаев:

1) При получении дохода по кредиту в конце срока по простым процентам i и оценке эффективной ставки по сложным процентам баланс ФКО:

$$* (D - G)(1 + iэ)^n = D(1 + i * n),$$

$$* \text{Откуда } iэ = \left(\frac{1+i*n}{1-g}\right)^{1/n} - 1, \text{ если } G = D(1 - g)$$

2) При получении дохода по кредиту в конце срока по простым процентам i и оценке эффективной ставки по простым процентам баланс ФКО:

$$* (D - G)(1 + iэ * n) = D(1 + i * n),$$

$$* \text{Откуда } iэ = \frac{1+i*n}{(1-g)*n} - 1/n, \text{ если } G = D(1 - g)$$

3) Аналогично могут быть составлены уравнения при расчете эффективной ставки по простым и сложным процентам и получении дохода по кредиту в конце срока по **простым или сложным процентам** и баланс ФКО:

$$(D - G)(1 + iэ)^n = D(1 + i)^n,$$

$$\text{Откуда } iэ = \frac{1+i}{(1-g)^{1/n}} - 1,$$

$$4) (D - G)(1 + iэ * n) = D(1 + i)^n,$$

$$\text{Откуда } iэ = \frac{(1+i)^n}{(1-g)*n} - 1/n.$$

Пример. Определить, на сколько увеличивается эффективность ссуды, если ссуда выдана на 3 года под 10% годовых, комиссия при выдаче составила 1% от ссуды.

$$D(1 - 0,01)(1 + iэ)^3 = D(1 + 0,1)^3$$

$$iэ = \frac{1 + 0,1}{(1 - 0,01)^{1/3}} - 1 = \frac{1,1}{0,99\bar{3}} - 1 = 0,1033 \text{ или } 10,33\%$$

* Учетные операции.

* Пусть выплаты по векселю проводятся за минусом комиссионных платежей в момент учета бумаги до срока погашения. Если сумма к учету определяется за минусом дисконта $D(1 - n_1d)$, (n_1 - срок от момента учета до погашения, d - учетная ставка, то выплаченная по векселю сумма с учетом комиссионных по ставке g будет

$$* D(1 - n_1d - g).$$

* Ставка эффективности (по сложным процентам) будет определяться из уравнения

$$* D(1 - n_1d - g)(1 + iэ)^n = D, \text{ откуда } iэ = \left(\frac{1}{(1 - n_1d - g)}\right)^{1/n} - 1.$$

* n – срок операции.

* Для расчета эффективности в виде простой ставки процентов строится балансовое уравнение $D(1 - n_1d - g)(1 + iэ * n)$, откуда

$$iэ = \frac{1}{(1 - n_1d - g) * n} - 1/n.$$

* Влияние комиссионных уменьшается при увеличении срока операции.

Пример.

При учете векселя банк взимает 0,2% комиссии от суммы выплаты по векселю. Оценить доходность операции, если вексель учитывается за 2 месяца до погашения, учетная ставка установлена 12% годовых. Рассчитать доходность по простым процентам.

$$i_{\text{э}} - ?, \quad n = \frac{60}{360}, \quad d = 0,12, \quad g = 0,002$$

$$i_{\text{э}} = \frac{1}{(1 - n_1 d - g) * n} - \frac{1}{n} = \frac{d + g/n}{(1 - n_1 d - g)}$$

$$i_{\text{э}} = \frac{0,12 + \frac{0,002}{60/360}}{1 - \frac{60}{360} * 0,12 - 0,002} = 0,135.$$

Эквивалентная доходность учета векселя без комиссионных:

$$i = \frac{d}{1 - nd} = \frac{0,12}{1 - \frac{60}{360} * 0,12} = 0,122.$$

Прирост доходности за счет комиссии

$$\Delta i = 0,135 - 0,122 = 0,013 \text{ или } 1,3\%$$

✦ Доходность купли-продажи финансовых инструментов

Доходные краткосрочные инструменты финансового рынка (векселя, депозитные сертификаты, краткосрочные облигации, проч.) могут быть проданы до срока их оплаты. Владелец получает доход или несет убыток.

Операции с векселями.

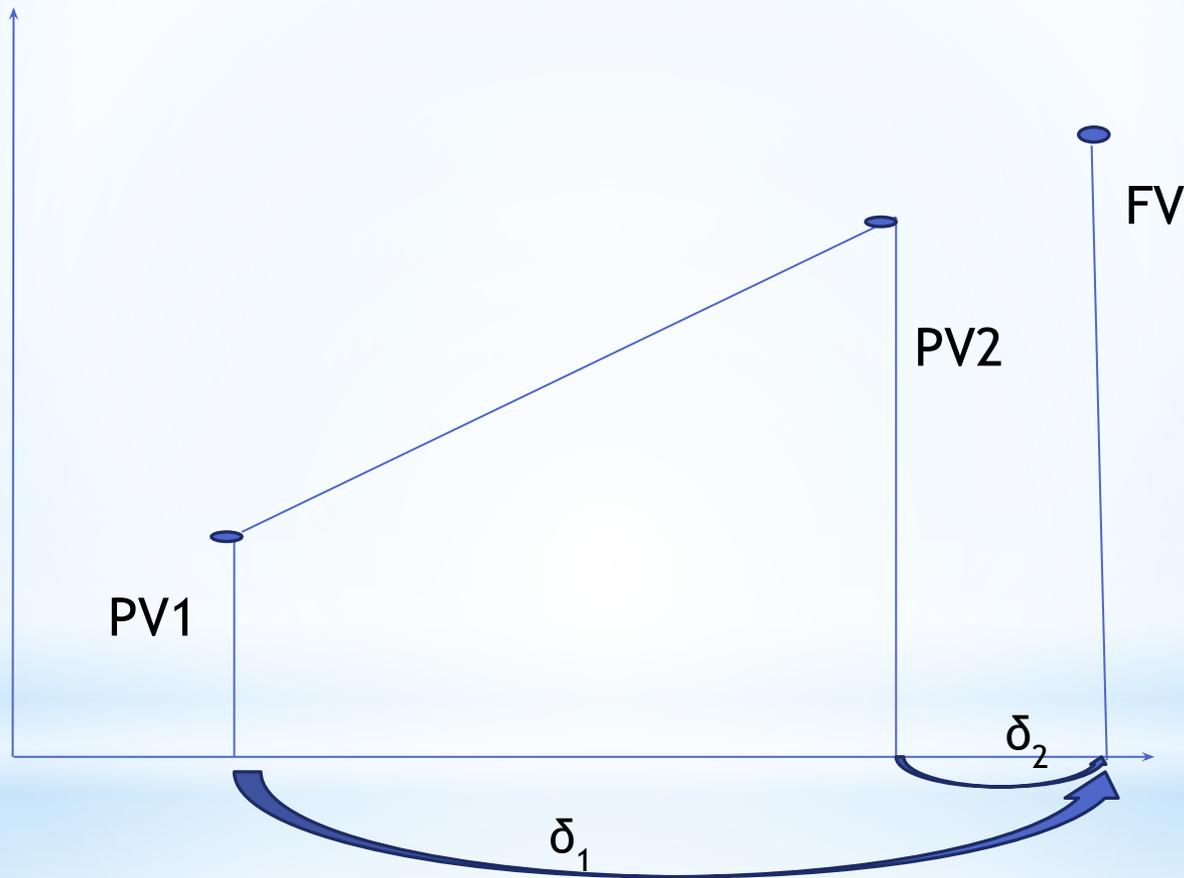
Пусть вексель приобретен по цене PV_1 по ставке d_1 за δ_1 дней до погашения и затем перепродан по цене PV_2 по ставке d_2 за δ_2 до погашения.

Цена $PV_1 = FV(1 - d_1 * \delta_1 / 360)$,

$PV_2 = FV(1 - d_2 * \delta_2 / 360)$. Изменение стоимости $PV_2 - PV_1$ произошло за период $\delta_2 - \delta_1$ дней.

Рассчитать доходность купли-продажи в виде простых процентов можно, решив балансовое уравнение

Контур купли-продажи векселя



$PV_1(1 + (\delta_1 - \delta_2)/360 * iэ) = PV_2$, откуда

$iэ = \frac{PV_2 - PV_1}{PV_1} * \frac{360}{\delta_1 - \delta_2}$. Подставив PV_1 и PV_2 , получим

$$iэ = \left(\frac{1 - \frac{\delta_2 d_2}{360}}{1 - \frac{\delta_1 d_1}{360}} - 1 \right) * \frac{360}{\delta_1 - \delta_2}.$$

Для того, чтобы операция была доходной, необходимо, чтобы $\delta_2 d_2 < \delta_1 d_1$ или $PV_1 < PV_2$, следовательно необходимо выполнение $d_2 < \delta_1 d_1 / \delta_2$.

Оценка эффективности в виде сложной ставки процентов решается из построения балансового уравнения

$$PV_1(1 + iэ)^{(\delta_1 - \delta_2)/360} = PV_2, \text{ откуда } iэ = \left(\frac{PV_2}{PV_1} \right)^{\frac{360}{\delta_1 - \delta_2}} - 1.$$

Заменив PV2 и PV1 через δ и d , получим

$$i_{\text{э}} = \left(\frac{360 - \delta 2d_2}{360 - \delta 1d_1} \right)^{360/(\delta 1 - \delta 2)} - 1.$$

Соотношения между учетными ставками, сроками до погашения сохраняются для условия положительной доходности операции.

Пример.

Операция заключается в приобретении векселя за 160 дней до погашения по учетной ставке 26%. Через 20 дней его реализовали по учетной ставке 20%. Найти эффективность в виде ставки простых и сложных%, а также предел учетной ставки, при которой операция перепродажи приносит доход.

По простым

$$i_{\text{э}} = \left(\frac{1 - \frac{140 * 0,2}{360}}{1 - \frac{160 * 0,26}{360}} - 1 \right) * \frac{360}{160 - 140} = 0,774$$

☒ По сложным процентам

$$i_{\text{э}} = \left(\frac{PV2}{PV1} \right)^{\frac{360}{\delta_1 - \delta_2}} - 1$$

или

$$\begin{aligned} i_{\text{э}} &= \left(\frac{360 - \delta_2 d_2}{360 - \delta_1 d_1} \right)^{360/(\delta_1 - \delta_2)} - 1 = \\ &= \left(\frac{360 - 140 * 0,2}{360 - 160 * 0,26} \right)^{\frac{360}{20}} - 1 = 1,145 \end{aligned}$$

Предел: $d_2 < \delta_1 d_1 / \delta_2$

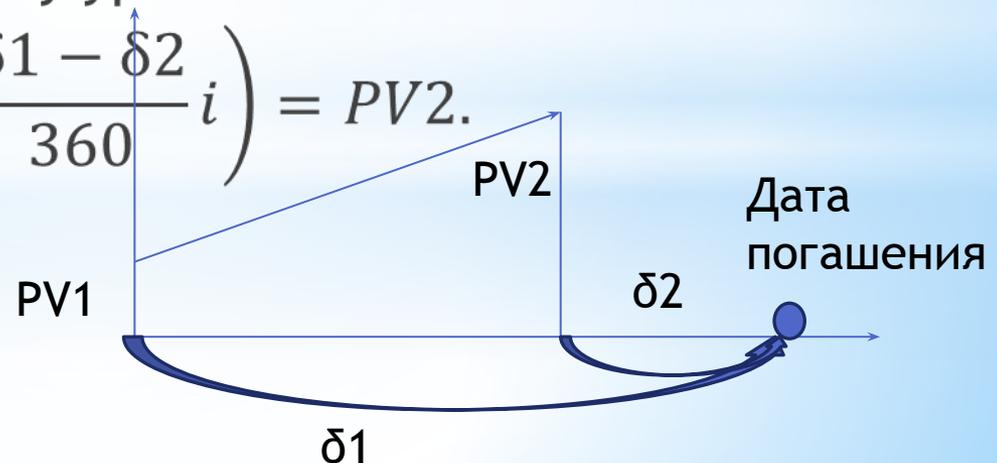
$$d_2 < 160 * \frac{0,26}{140} = 0,297 \text{ или } 29,7\%$$

* Доходность купли-продажи депозитного сертификата.

Депозитный сертификат предполагает начисление процентов к концу срока по ставке i . Начальная цена эмиссии $PV1$, в конце срока (через δ_1 дней) выплачивается стоимость $PV1(1 + i * \frac{\delta_1}{360})$. Если сертификат находится у владельца полный срок от момента выпуска до погашения, его доходность равна номинальной.

При реализации сертификата до срока погашения (δ_2 дней до погашения) по цене $PV2$ доходность купли-продажи рассчитывается по балансовому уравнению:

$$PV1 \left(1 + \frac{\delta_1 - \delta_2}{360} i \right) = PV2.$$



При известных $PV1$ и $PV2$ доходность i по простым процентам считается:

$$i = \frac{PV2 - PV1}{PV1} * \frac{360}{\delta1 - \delta2}.$$

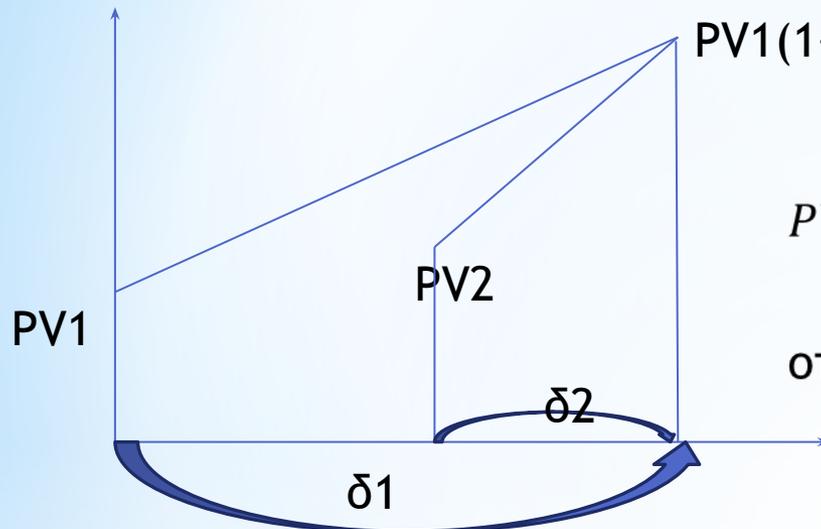
При расчете доходности с учетом доходности рынка i_2 и при доходности сертификата i_1 доходность в виде простых процентов равна

$$i = \left(\frac{1 + \frac{\delta1}{360} * i_1}{1 + \frac{\delta2}{360} * i_2} - 1 \right) * \frac{360}{\delta1 - \delta2}.$$

Если измерителем является ставка сложных процентов, то доходность $i = \left(\frac{360 + \delta1 * i_1}{360 + \delta2 * i_2} \right)^{360 / (\delta1 - \delta2)} - 1$.

Аналогично вексельным операциям, сделка имеет смысл, если $\delta1 * i_1 > \delta2 * i_2$.

В случае, если сертификат приобретается в течение срока его действия и реализуется по сроку выпуска, то справедлив контур операции и, соответственно, уравнение:



$$PV2 \left(1 + \frac{\delta 2}{360} * i_{\text{п}} \right) = PV1 \left(1 + \frac{\delta 1}{360} * i \right),$$

$$\text{откуда } i_{\text{п}} = \left(\frac{PV1}{PV2} * \left(1 + \frac{\delta 1}{360} * i \right) - 1 \right) * \frac{360}{\delta 2}$$

Если измерителем является ставка сложных процентов, то

$$i = \left(\frac{PV1}{PV2} * \left(1 + \frac{\delta 1}{360} * i \right) \right)^{360/\delta 2} - 1.$$

Пример

Сертификат куплен по цене 100 000 рублей за 30 дней до окончания срока и продан через 10 дней за 105 000 рублей. Оценить доходность по простым и сложным процентам.

Балансовое уравнение

$$100000 \left(1 + \frac{10}{360} * i_{\Pi} \right) = 105000,$$
$$i_{\Pi} = \frac{105000 - 100000}{100000} * \frac{360}{10} = 1,8 (180\%)$$
$$i_{C} = \left(1 + \frac{1,8}{360} * 10 \right)^{36} - 1 = 4,79 (479\%)$$

Пример

Депозитный сертификат номиналом 100 000 рублей и доходностью 10,5% (срок сертификата 3 месяца) приобретен за 60 дней до окончания срока по цене 100 500 рублей. Найти доходность владения сертификатом (в виде сложных процентов), если планируется его удержать до погашения.

Балансовое уравнение:

$$100\,000 \left(1 + \frac{0,105}{4} \right) = 100\,500 (1 + ic)^{60/360}$$

$$ic = \left(\frac{100\,000 * \left(1 + \frac{0,105}{4} \right)}{100\,500} \right)^{360/60} - 1 = 0,134 \quad (13,4\%).$$

5. Сравнение коммерческих контрактов

Коммерческий контракт - сделка по приобретению товаров, которая может быть заключена на условиях отсрочки оплаты (коммерческого кредита).

Сравнение контрактов, предусматривающих различные, часто непосредственно не сопоставимые условия, может быть проведено на основе характеристик, обобщающих эти условия.

Существуют два способа сравнения контрактов -

1. Метод расчета современной стоимости контрактов
2. Расчет предельных параметров контрактов.

Метод расчета современной стоимости контрактов -

сравнение современных величин всех платежей, предусмотренных контрактом.

Ставка дисконтирования - ставка сравнения вариантов контрактов, отличная от ставок контрактов.

Рассчитанные современные стоимости являются условными величинами, однако рейтинг контрактов является устойчивым, если ставки сравнения больше (меньше) контрактных ставок.

Расчет предельных значений параметров контрактов.

Если существуют 2 варианта покупки товара в кредит и цена 1 контракта $PV1$ под ставку $i1$, то можно найти такие предельные значения одного из параметров $PV2$ при фиксированном $i2$ (или $i2$ при фиксированном $PV2$), чтобы условия 2-контракта были бы конкурентными.

Наиболее распространен метод сравнения современных величин контрактов. Рассмотрим несколько вариантов такого сравнения.

- 1) Кредитная операция (рассрочка оплаты товара) при одинаковой сумме займа. Предусмотрены разные варианты оплаты по сроку и стоимости рассрочки.

Пример. Пусть есть возможность 2 вариантов заключения соглашений по поставке товара стоимостью 100 тыс. рублей. Условия рассрочки:

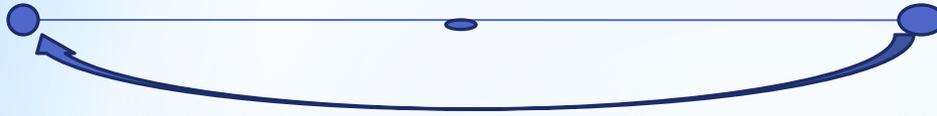
- А) 50% - предоплата, окончательный расчет через 2 месяца на условиях коммерческого кредита из расчета 5% в месяц при начислении сложного процента.
- Б) 30% предоплата, окончательный расчет через 3 месяца на условиях коммерческого кредита из расчета 7% в месяц при начислении сложного процента.

Ставка сравнения - 54% годовых. Выбрать лучший вариант рассрочки.

Для сравнения рассчитаем современные стоимости платежей по обоим вариантам:

А) $50\% * 100$

$$(1 - 50\%) * 100 * (1 + 0,05)^2$$



Современная величина платежа будет получена дисконтированием платежей по контракту по ставке сравнения:

$$PV1 = 0,5 * 100\ 000 + (1 - 0,5) * 100\ 000 (1 + 0,05)^2 / (1 * 0,045)^2 = 100\ 480$$

Б) $30\% * 100$

$$(1 - 30\%) 100 * (1 + 0,07)^3$$



$$PV2 = 0,3 * 100\ 000 + (1 - 0,3) * 100\ 000 (1 + 0,07)^3 / (1 * 0,045)^3 = 105\ 145.$$

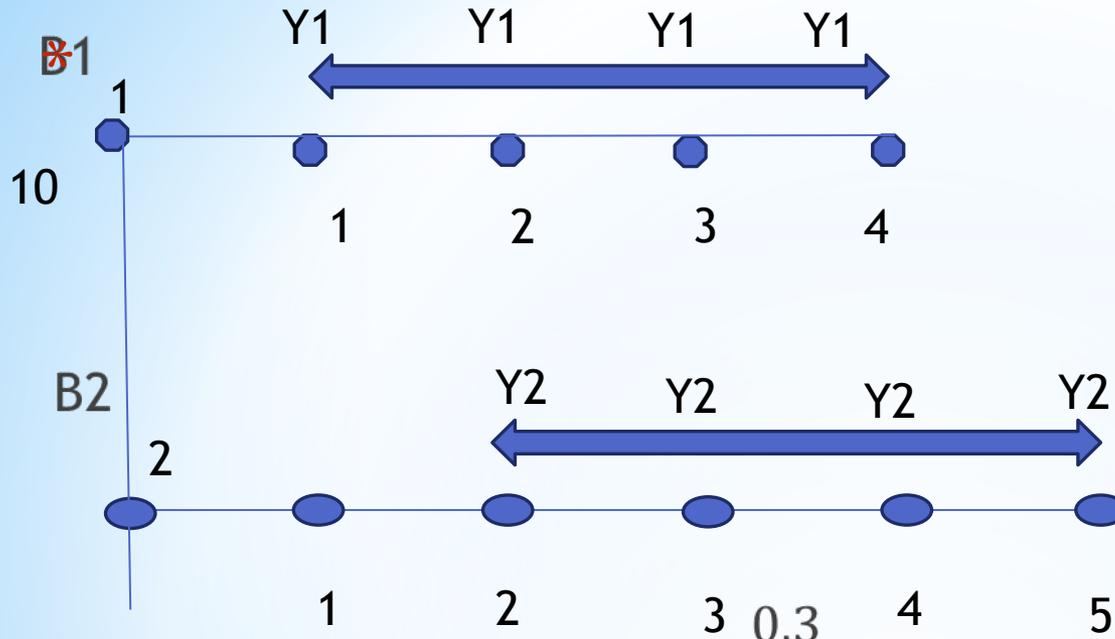
$PV1 < PV2$, выбираем вариант А) как более дешевый для плательщика.

Значение $PV1$ и $PV2$ - суммы, которые будучи инвестированы по ставке сравнения q , в момент заключения контракта полностью обеспечат поступление дохода по платежам. Чем меньше q отличается от ближайшего i - ставки рассрочки платежа, тем меньше преимущества варианта.

2) Различия контрактов могут быть также в цене, сроке оплаты, рассрочке платежей, проч. В этом случае необходимо построить балансовые уравнения по вариантам контрактов на один и тот же момент времени для расчета PV .

Пример.

Сравнить 2 варианта заключения контракта: приобретается оборудование у разных поставщиков. В1: цена контракта 10 млн. руб., аванс 10%, оплата в течение 4 лет аннуитетом, коммерческая ставка рассрочки 30% годовых. В2: цена контракта 12 млн. руб., аванс 2 млн. руб., оплата со 2 года в течение 4 лет аннуитетом с оплатой 40% за рассрочку. Ставка рынка кредитования инвестиций 50% годовых.



$$Y1 = 9 * \frac{0,3}{1 - (1 + 0,3)^{-4}} = 4,15 \text{ млн. руб}$$

$$Y2 = 10 * \frac{0,4}{1 - (1 + 0,4)^4} = 5,4 \text{ млн. руб.}$$

$$PV1 = 1 + \frac{4,15}{1,5} + \frac{4,15}{1,5^2} + \frac{4,15}{1,5^3} + \frac{4,15}{1,5^4} = 7,66 \text{ млн. руб.}$$

$$PV2 = 1 + \frac{5,4}{1,5^2} + \frac{5,4}{1,5^3} + \frac{5,4}{1,5^4} + \frac{5,4}{1,5^5} = 7,78 \text{ млн. руб.}$$

Выбор в пользу PV1, $PV1 < PV2$.

Сравнение коммерческих контрактов

На современную стоимость влияют цена, срок оплаты по контракту, ставки коммерческих кредитов, ставка сравнения. Определим факторы влияния для простого случая оплаты по контракту в конце срока разовым платежом с процентами. Расчет в конце срока $P1 * \left(\frac{1+i1}{1+q}\right)^{n1}$

Пусть сравниваем контракты с условиями:

Вариант	Цена	Комм ставка	Срок контракта	Ставка сравнения
1	P1	i1	N1	q
2	P2	i2	n2	q

Отношение PV1/PV2 имеет вид:

$$\frac{PV1}{PV2} = P1 * \left(\frac{1+i1}{1+q}\right)^{n1} / P2 * \left(\frac{1+i2}{1+q}\right)^{n2} = \frac{P1}{P2} * \frac{(1+i1)^{n1}}{(1+i2)^{n2}} * (1+q)^{n2-n1}$$


Вариант оплаты по контракту разовым платежом с процентами за отсрочку товара является исключительным случаем. Чаще оплата производится в рассрочку. При таком варианте оплаты соотношение современных величин платежей представимо в виде:

$$\frac{PV1}{PV2} = \frac{P1}{P2} * \frac{a_{n2, i2}}{a_{n1, i1}} * \frac{1-(1+q)^{-n1}}{1-(1+q)^{-n2}}$$

Где $\frac{a_{n2, i2}}{a_{n1, i1}}$ - отношение коэффициентов приведения рент по погашению задолженности по кредитам согласно рассрочки платежей. $n1$ и $n2$ - сроки выплат задолженностей.

Аналогично ранее представленной модели факторов влияния на современные стоимости отношение $\frac{PV1}{PV2}$ определяется соотношением цен кредита, ставок и сроков контрактов и размером ставки сравнения.

Пример

Сравнить варианты сделки (для частного случая разового платежа по контракту):

Вариант	Цена	Комм ставка	Срок контракта	Оплата
1	10	10	8 лет	В конце срока
2	12	9	14 лет	В конце срока

Для $q=10\%$ $PV1=10*(1,1)^8*(1,1)^{-8}=10$,

$$PV2=12*(1,09)^{14}*(1,1)^{-14}=10,54$$

Для $q=15\%$ $PV1=10*(1,1)^8*(1,15)^{-8}=7,01$,

$$PV2=12*(1,09)^{14}*(1,15)^{-14}=5,67$$

Для $q=11,1\%$ Варианты равнозначны.

Выбор предпочтительного варианта при всех прочих равных условиях определяется значением q . Следовательно, при выборе предпочтительного варианта можно также обратиться к критическому сроку n_k , при котором соглашения будут равнозначны. n_k определяется из равенства $PV1 = PV2$ для момента времени n_k :

$$\frac{1 - (1 + i_1)^{-n_k}}{1 - (1 + i_2)^{-n_k}} = \frac{i_1}{i_2} * \frac{P_1}{P_2}$$

В случае, когда рассрочка выплат контрактов ведется не по аннуитету, предусмотрен льготный период для сравнения вариантов контрактов невозможно рассчитать n_k и проводится сравнение расчетных современных величин.

Выводы:

1. При небольших сроках имеет преимущество вариант с более низкой ценой.
2. Чем больше срок отсрочки платежа, тем больше преимущество меньшей ставки по коммерческому кредиту.
3. Существует момент времени n_k , когда оба фактора уравнивают друг друга.
4. Рейтинг контрактов одинаков при ставке q большей или меньшей ставок за отсрочку.

Частные случаи сравнения контрактов.

В отдельных случаях сравнения контрактов (при неполном наборе условий) можно вывести закономерности принятия решения по выбору варианта контракта без проведения расчетов. Далее - 3 варианта частных случаев.

1. Сравнение соглашений с единовременным погашением в конце срока. $P_1 < P_2$, $i_1 > i_2$, Сравнение можно провести без q и расчета PV контрактов, а сопоставлением FV контрактов.

