Аппаратные методы ускорения умножения

1. Изменение системы кодирования и сокращение количества операций суммирования (алгоритм Бута);
2. Исключение межразрядного переноса;
3. Параллельное вычисление всех ЧП.

Матричный умножитель Брауна

Для чисел без знака	Умножение в ДК
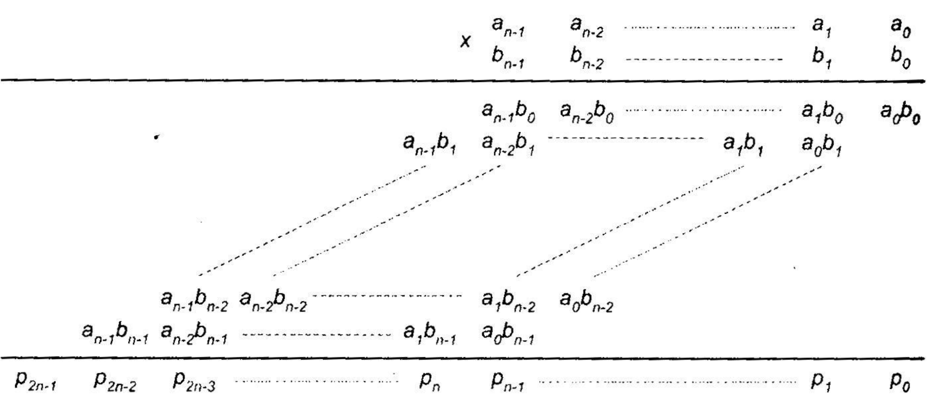	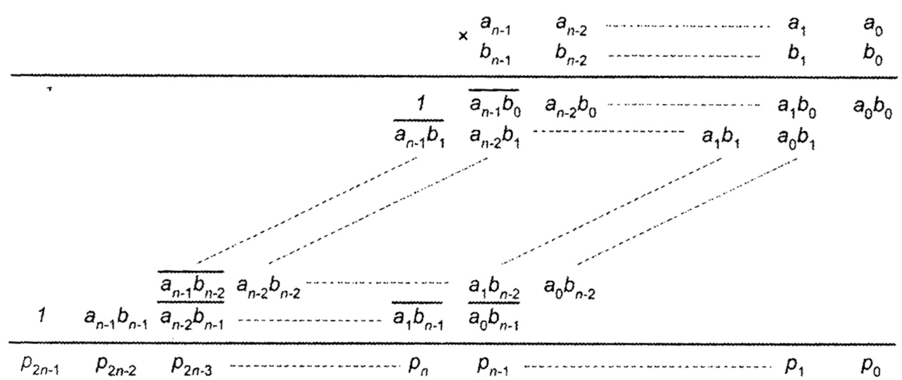
Рис. 1. Схема перемножения n-разрядных чисел без знака	**Рис. 3.** Схема перемножения n-разрядных чисел в дополнительном коде

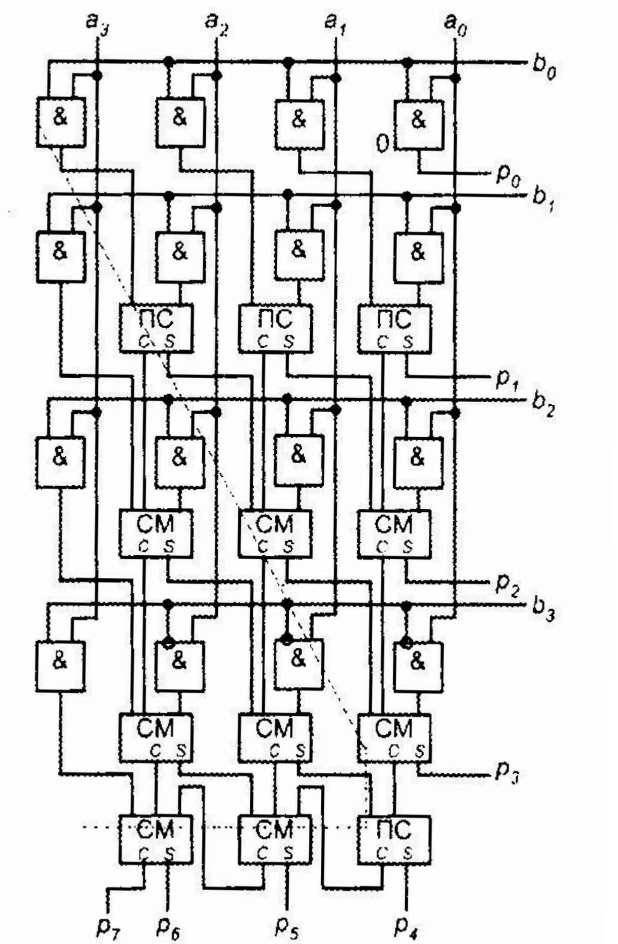

Рис. 2. Матричный умножитель Брауна для четырехразрядных чисел без знака

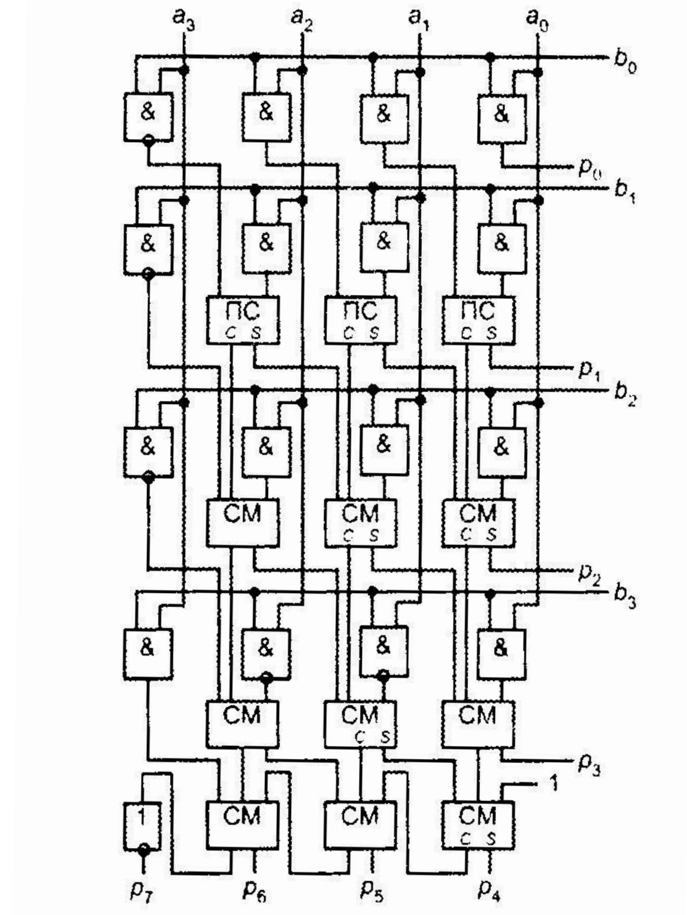

Рис. 4. Матричный умножитель Брауна для четырехразрядных чисел дополнительном коде

Древовидные умножители

Древовидные умножители включают в себя три степени:

- ступень формирования битов ЧП, состоящую из n^2 элементов «&»;
- ступень сжатия частичных произведений – реализуется в виде дерева параллельных сумматоров(накопителей), служащего для сведения частичных произведений в вектору сумм и вектору переносов;
- ступень заключительного суммирования, где осуществляется сложение вектора сумм и вектора переносов с целью получения конечного результата.

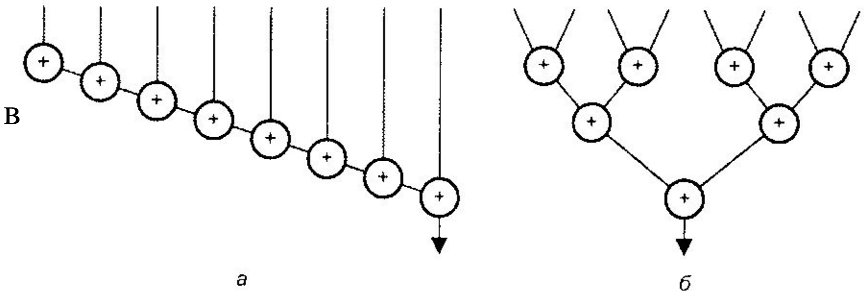

Рис. 5. Суммирование ЧП в умножителях:
а – с матричной структурой; *б* – со структурой двоичного дерева

На сегодня наибольшее распространение получили три древовидных схемы суммирования ЧП:

1. дерево Уоллеса;
2. дерево Дадда;
3. перевернутое ступенчатое дерево.

« Дерево Уоллеса – это оператор с n входами и $log_2 n$ выходами, в котором код на выходе равен числу единиц во входном коде. »

- Согласно алгоритму Уоллеса, строки матрицы частичных произведений группируются по три. Полные сумматоры используются для сжатия столбцов стремя битами, а полусумматоры - столбцов с двумя битами. Строки, не попавшие в набор из трех строк, учитываются в следующем каскаде редукции. Количество строк в матрице (ее высота) на *j*-й ступени определяется выражениями $w_0 = n$ и $w_j + 1 = 2\,[w_j 3] + (\mathrm{w_j} \bmod 3)$, пока $\mathrm{w_j} \geq 2$

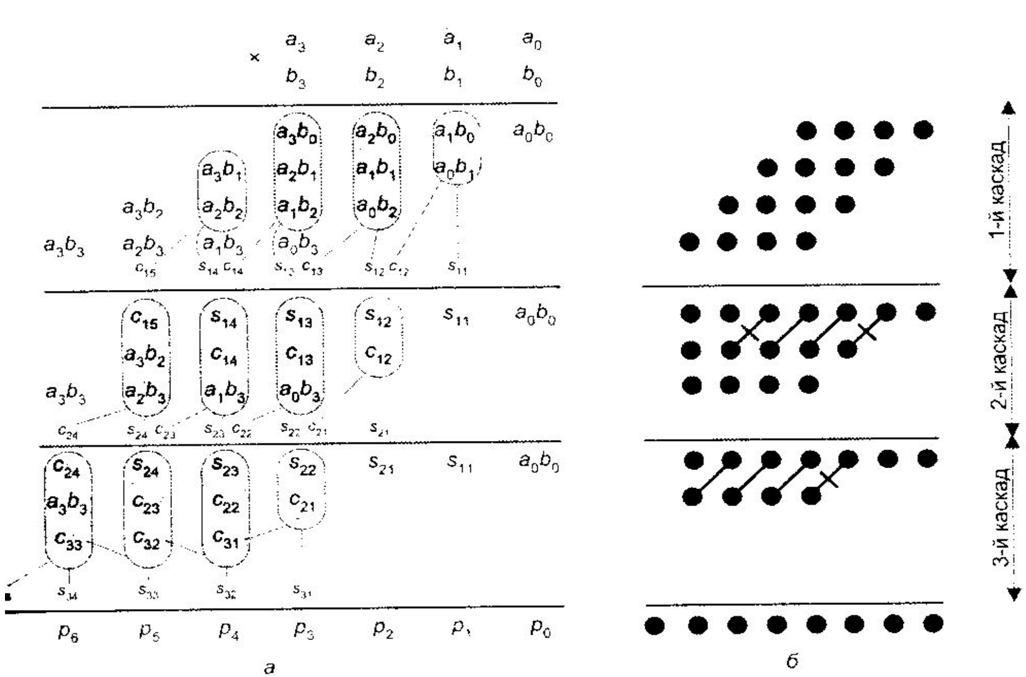

Рис. 6. Суммирование ЧП с помощью дерева Уоллеса (вариант 1) : *а* – логика суммирования; *б* – точечная диаграмма

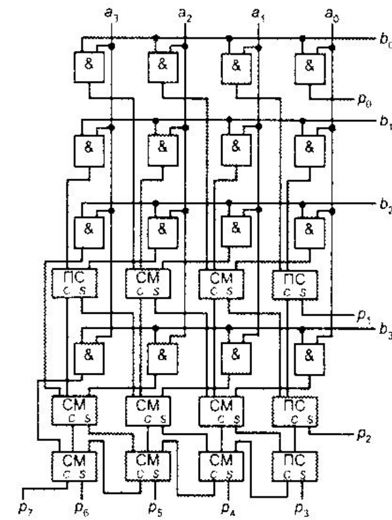

Рис. 7. Умножитель 4x4 со структурой дерева Уоллеса

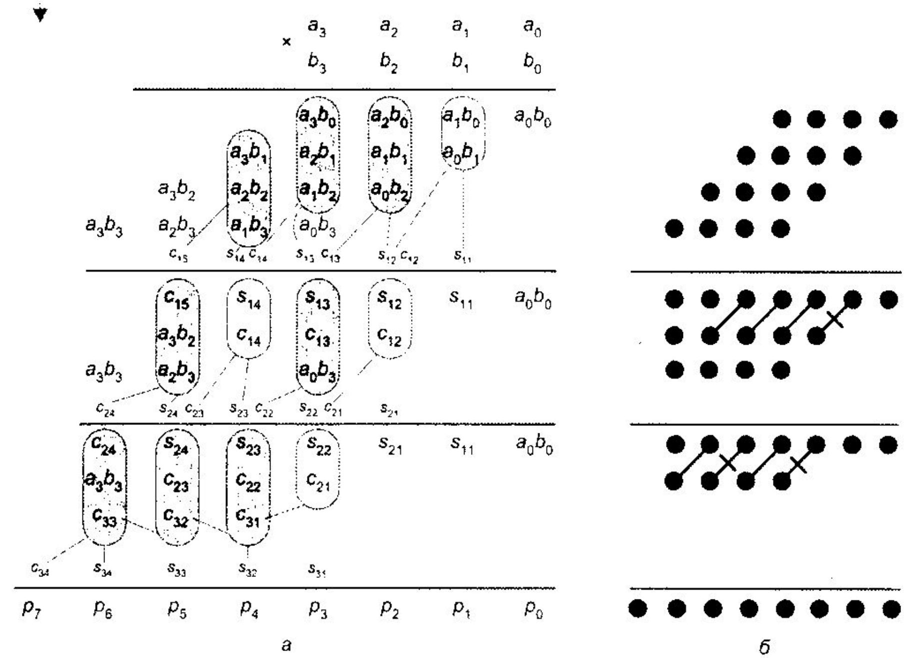

Рис. 8. Суммирование ЧП с помощью дерева Уоллеса (вариант 2) : *а* – логика суммирования; *б* – точечная диаграмма

Схема Уоллеса считается наиболее быстрой, но в то же время ее структура наименее регулярна, из-за чего предпочтение отдается иным древовидным структурам. Основная сфера использования умножителей со схемой Уоллеса - перемножение чисел большой разрядности. В этом случае быстродействие имеет превалирующее значение.

При умножении чисел небольшой разрядности более распространена другая схема сжатия суммирования ЧП — схема дерева Л. Дадда. В ее основе также лежит дерево Уоллеса, но реализуемое минимальным числом сумматоров.

Схема редукции, предложенная Л. Даддом, начинается с определения высоты промежуточных матриц частичных произведений: $d_1 = 2$ и $d_j + 1 = \lfloor 1{,}5 * d_j \rfloor$, пока $d_j < n$. Значения для dj приведены в таб. 1.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	2	3	4	6	9	13	19	29	42	63

Так, 32-разрядный умножитель на базе дерева Дадда имеет высоты промежуточных матриц 29,19,13,9,6,4,3 и 2.

На **рис. 9** описан умножитель 4х4, реализующий алгоритм дерева Дадда. Для этого требуется 16 схем «&», два полусумматора, четыре полных сумматора и шестиразрядный сумматор. Схема содержит три ступени с высотами промежуточных матриц: 4,3 и 2. На этапе суммирования вектора сумм и вектора переносов необходим (2n - 2)-разрядный сумматор.

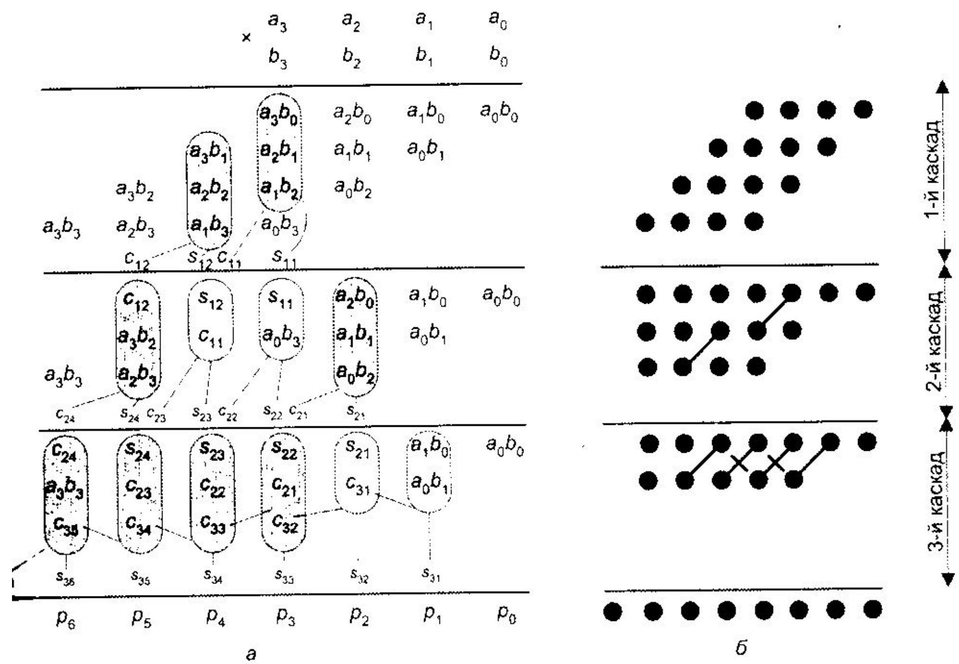

Рис. 9. Суммирование ЧП с помощью дерева Дадда чисел без знака: *а* – логика суммирования; *б* – точечная диаграмма

Схема умножения чисел в дополнительном коде, рассмотренная применительно к матричному умножителю, может быть адаптирована и для умножителя со схемой Дадда. В таком случае схема сжатия приобретает вид, показанный на **рис. 10.**

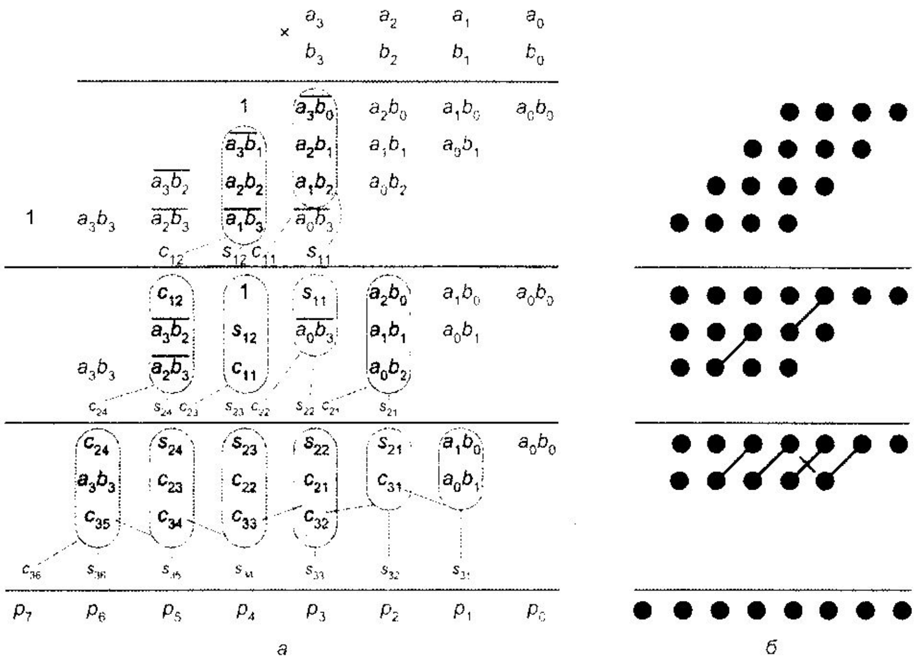

Рис. 10. Суммирование ЧП с помощью дерева Дадда в дополнительном коде : *а* – логика суммирования; *б* – точечная диаграмма

Различия методов Уоллеса и Дадда являются следствием разных подходов к решению задачи "компрессии" суммирования. Алгоритм Уоллеса ориентирован на сжатие кодов как можно раньше, на самых ранних этапах, а алгоритм Дадда стремится это сделать по возможности позже, то есть наибольший уровень сжатия относит к завершающим стадиям.

Сравнивая схемы Уоллеса и Дадда, можно отметить, что число каскадов сжатия в них одинаково, однако количество используемых полусумматоров и полных сумматоров в схеме Дадда меньше (при подсчете числа элементов обычно не учитывают многоразрядные сумматоры, предназначенные для окончательного сложения векторов сумм и переносов). С другой стороны, на этапе сложения векторов сумм и переносов в варианте Уоллеса требуется сумматор с меньшим числом разрядов.

У обеих схем имеется общий недостаток — нерегулярность структуры, особенно у дерева Уоллеса.

Схема перевернутой лестницы (overturned stairs), являет собой одну из попыток сделать древообразную структуру более регулярной, а значит, облегчить ее реализацию в интегральном исполнении. «Лестница» стро-ится из базовых блоков трех видов (**рис. 11, а**), которые авторы назвали «ветвью» (branch), «соединителем» (connector) и «корнем» (root).

Базовые элементы объединяются, образуя дерево, имеющее п входов, Подобная схема на 18 входов показана на **рис. 11, 6.**

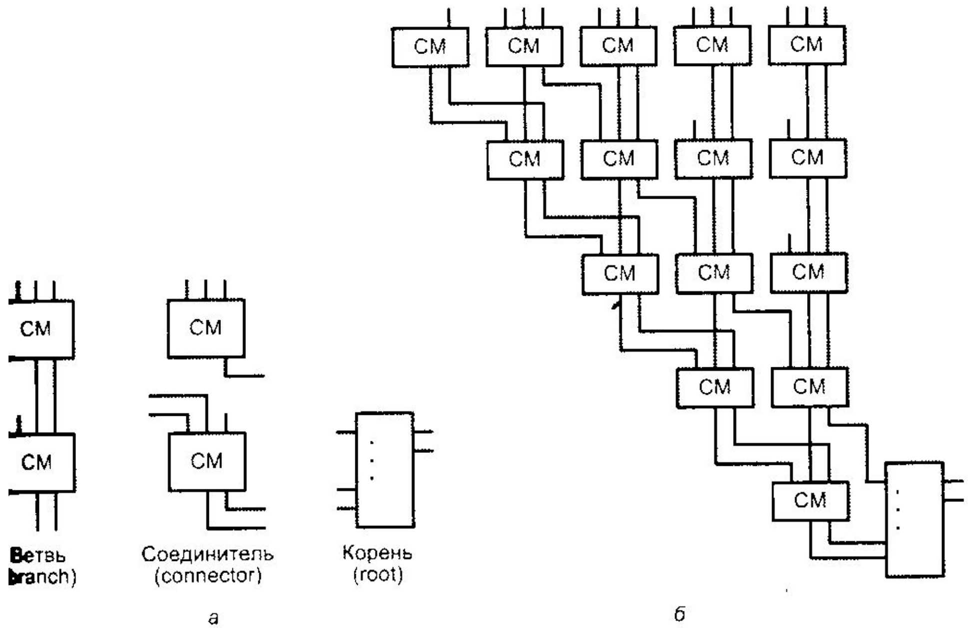

Рис. 11. Перевернутое дерево: *а* - базовые блоки; *б* - структура дерева на 18 входов