

ЧАСТОТНЫЙ МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ АВТОКОЛЕБАНИЙ

Частотный метод (метод Гольдфарба) позволяет определить амплитуду и частоту возможных автоколебаний на основании частотных характеристик разомкнутой системы.

Пусть САР имеет одну нелинейность $F(x)$ и линейную часть, выполняющую роль фильтра (рисунок 1). Решение ищется в форме $x = a \cdot \sin \omega t$.

В искомом решении неизвестны амплитуда a и частота ω .

Гармонически линеаризованную систему можно рассматривать как линейную с постоянными коэффициентами.

Передаточная функция разомкнутой системы

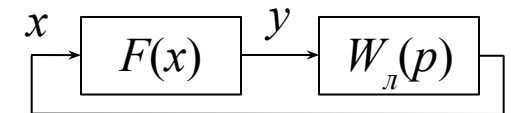


Рисунок 1

$$W_{pc}(a, p) = W_l(p) \cdot W_n(a, p) = \frac{R(p)}{Q(p)} \cdot \left[q(a) + \frac{q'(a)}{\omega} p \right]. \quad (1)$$

где $W_l(p) = \frac{R(p)}{Q(p)}$ – передаточная функция линейной части;

$W_n(a, p) = q(a) + \frac{q'(a)}{\omega} p$ – передаточная функция гармонически линеаризованной нелинейности.

АФЧХ разомкнутой системы

$$W_{pc}(j\omega) = W_l(j\omega) \cdot W_n(a) = \frac{R(j\omega)}{Q(j\omega)} \cdot [q(a) + q'(a)]. \quad (2)$$

Как известно, в линейной системе незатухающие колебания имеют место, когда система находится на границе устойчивости. По критерию Найквиста это соответствует прохождению $W_{pc}(j\omega)$ через точку -1 . Следовательно, периодическое решение будет иметь место при выполнении равенства $W_{л}(j\omega) \cdot W_{н}(a) = -1$, или

$$W_{л}(j\omega) = -\frac{1}{W_{н}(a)}. \quad (3)$$

где $W_{н}(a) = q(a) + j \cdot q'(a)$.

Периодическое решение определяется точкой пересечения АФЧХ линейной части $W_{л}(j\omega)$ и характеристики $-\frac{1}{W_{н}(a)}$. По кривой $-\frac{1}{W_{н}(a)}$

определяется амплитуда a , а по АФЧХ $W_{л}(j\omega)$ частота ω автоколебаний.

На комплексной плоскости (рисунок 2) строится АФЧХ $W_{л}(j\omega)$ и кривая $-\frac{1}{W_{н}(a)}$.

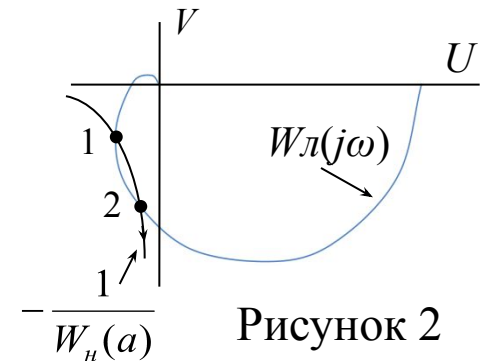


Рисунок 2

Если имеется несколько точек пересечений (1 и 2 на рисунке), то это говорит о том, что имеется несколько предельных циклов.

это точка 2.

В этой точке определяется частота ω (по кривой $W_{л}(j\omega)$) и амплитуда (по кривой $-\frac{1}{W_{н}(a)}$) автоколебаний.

Если пересечений кривых нет, периодическое решение для данной системы отсутствует.

Определить периодические решения можно и по логарифмическим частотным характеристикам. Для этого можно воспользоваться формулами, полученными из (3):

$$\left. \begin{aligned} L_n(\omega) &= -20 \lg \sqrt{q^2(a) + [q'(a)]^2}; \\ \varphi_n(\omega) &= -180^\circ - \operatorname{arctg} \frac{q'(a)}{q(a)}, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где $L_n(\omega)$ – ЛАХ линейной части;
 $\varphi_n(\omega)$ – ЛФХ линейной части.

Необходимо построить характеристики левой и правой частей уравнения (4) (рис. 3) и подобрать решение, при котором выполняются оба равенства (4). На рисунке 3 это показано штрихпунктирным четырёхугольником.

Частота периодического решения определяется по оси $\lg \omega$, амплитуда – по оси a .

При однозначной нелинейности, то есть при $q'(\omega) = 0$ решение упрощается, так как

$$L_n(\omega) = -20 \lg q(a); \quad \varphi_n(\omega) = -180^\circ.$$

Решение показано на рисунке 4. Устойчивое решение, где $-20 \lg q(a)$ с увеличением a растёт.

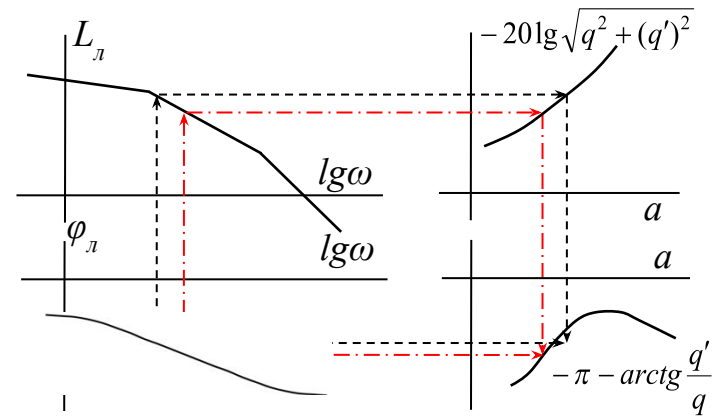


Рисунок 3

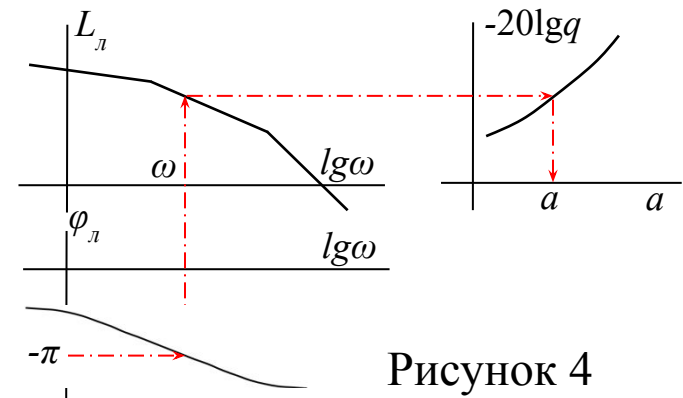


Рисунок 4

Пример. Определить амплитуду и частоту автоколебаний в нелинейной системе, структурная схема которой приведена на рисунке 4.

АФЧХ линейной части может быть построена по выражениям для усиления амплитуды и фазового сдвига (рисунок 5):

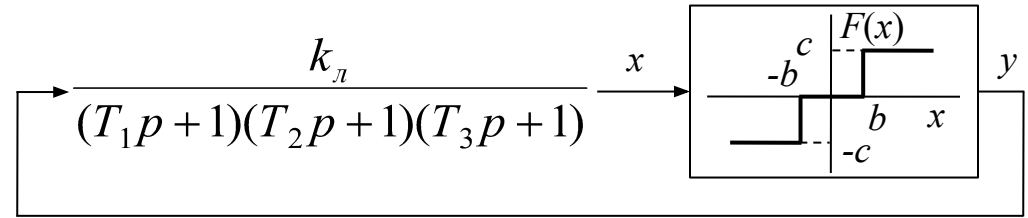


Рисунок 4

Гармонически линеаризованная передаточная функция нелинейности $W(a, p) = q(a)$.

По выражению для коэффициента гармонической линеаризации для данной нелинейности

$$q = \frac{4c}{\pi a} \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \text{ строится характеристика } -\frac{1}{W_n(a)}.$$

Так как коэффициент $q' = 0$, эта характеристика совпадает с вещественной осью.

С увеличением a она стремится от $-\infty$ к $-\frac{\pi b}{2c}$, затем снова стремится к $-\infty$. В точке пересечения этой характеристики с АФЧХ определяются частота ω периодического решения (по АФЧХ) и амплитуда a (по ветви характеристики $-\frac{1}{q(a)}$, направленной от $-\frac{\pi b}{2c}$ к $-\infty$).

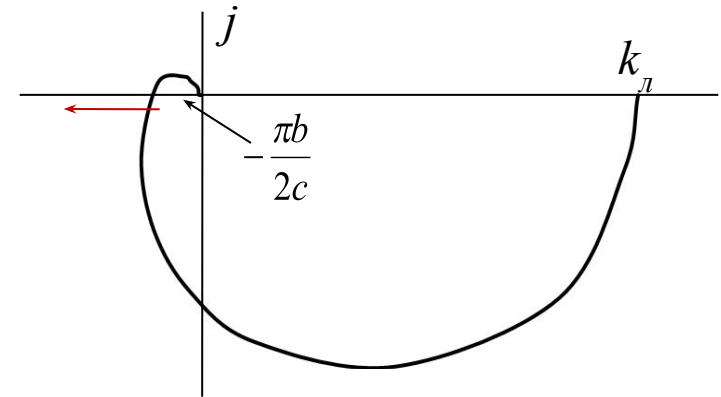


Рисунок 5

В логарифмической форме частотных характеристик (рисунок 6):

- 1) строятся ЛАХ и ЛФХ линейной части;
- 2) строится характеристика $-20 \lg q$ нелинейности;
- 3) при фазовом сдвиге, равном $-\pi$, определяются амплитуды возможных периодических решений.

По оси ω определяется частота периодических решений.

По оси a определяется амплитуда периодических решений. Амплитуда автоколебаний определяется по участку, где значение $-20 \lg q$ с ростом a возрастает.

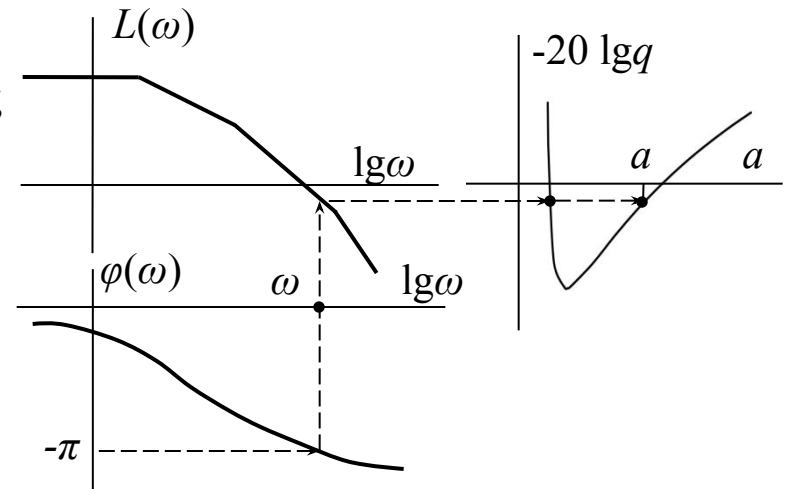


Рисунок 6