ЧАСТОТНЫЙ МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ АВТОКОЛЕБАНИЙ

Частотный метод (метод Гольдфарба) позволяет определить амплитуду и частоту возможных автоколебаний на основании частотных характеристик разомкнутой системы.

Пусть САР имеет одну нелинейность $F(x)$ и линейную часть, выполняющую роль фильтра (рисунок 1). Решение ищется в форме $\boldsymbol{x = a \cdot \sin \omega t}$.

В искомом решении неизвестны амплитуда $\boldsymbol{a}$ и частота $\boldsymbol{\omega}$.

Гармонически линеаризованную систему можно рассматривать как линейную с постоянными коэффициентами.

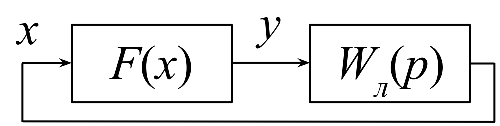

Рисунок 1

Передаточная функция разомкнутой системы

$$W_{рс}(a,p) = W_{л}(p) \cdot W_{н}(a,p) = \frac{R(p)}{Q(p)} \cdot \left[q(a) + \frac{q'(a)}{\omega} p \right]. \qquad (1)$$

где $W_{л}(p) = \dfrac{R(p)}{Q(p)}$ – передаточная функция линейной части;

$W_{н}(a,p) = q(a) + \dfrac{q'(a)}{\omega} p$ – передаточная функция гармонически линеаризованной нелинейности.

АФЧХ разомкнутой системы

$$W_{рс}(j\omega) = W_{л}(j\omega) \cdot W_{н}(a) = \frac{R(j\omega)}{Q(j\omega)} \cdot \left[q(a) + q'(a) \right]. \qquad (2)$$

Как известно, в линейной системе незатухающие колебания имеют место, когда система находится на границе устойчивости. По критерию Найквиста это соответствует прохождению $\boldsymbol{W_{pc}(j\omega)}$ через точку **-1**. Следовательно, периодическое решение будет иметь место при выполнении равенства $W_л(j\omega)\cdot W_н(a)=-1,$ или

$$W_л(j\omega)=-\frac{1}{W_н(a)}. \qquad (3)$$

где $W_н(a) = q(a) + j\cdot q'(a)$.

Периодическое решение определяется точкой пересечения АФЧХ линейной части $\boldsymbol{Wл(j\omega)}$ и характеристики $-\dfrac{1}{W_н(a)}$. По кривой $-\dfrac{1}{W_н(a)}$ определяется амплитуда $\boldsymbol{a}$, а по АФЧХ $\boldsymbol{Wл(j\omega)}$ частота $\boldsymbol{\omega}$ автоколебаний.

На комплексной плоскости (рисунок 2) строится АФЧХ $\boldsymbol{Wл(j\omega)}$ и кривая $-\dfrac{1}{W_н(a)}$.

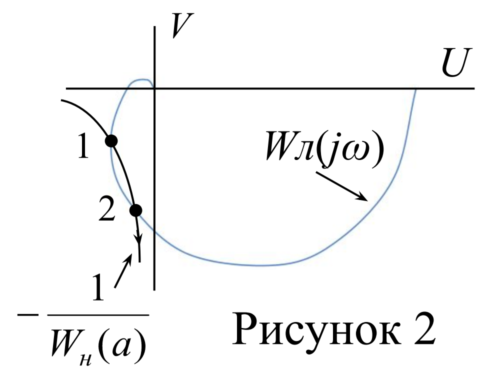

Рисунок 2

Если имеется несколько точек пересечений (1 и 2 на рисунке), то это говорит о том, что имеется несколько предельных циклов.

это точка **2**.

В этой точке определяется частота ω (по кривой $\boldsymbol{Wл(j\omega)}$ и амплитуда (по кривой $-\dfrac{1}{W_н(a)}$) автоколебаний.

Если пересечений кривых нет, периодическое решение для данной системы отсутствует.

Определить периодические решения можно и по логарифмическим частотным характеристикам. Для этого можно воспользоваться формулами, полученными из (3):

$$\left.\begin{aligned} L_л(\omega) &= -20\lg\sqrt{q^2(a)+[q'(a)]^2}; \\ \varphi_л(\omega) &= -180^\circ - arctg\frac{q'(a)}{q(a)}, \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

где $L_л(\omega)$ – ЛАХ линейной части;

$\varphi_л(\omega)$ – ЛФХ линейной части.

Необходимо построить характеристики левой и правой частей уравнения (4) (рисунок 3). Затем методом подбора найти решение, при котором выполняются оба равенства (4). На рисунке 3 это показано штрихпунктирным четырёхугольником.

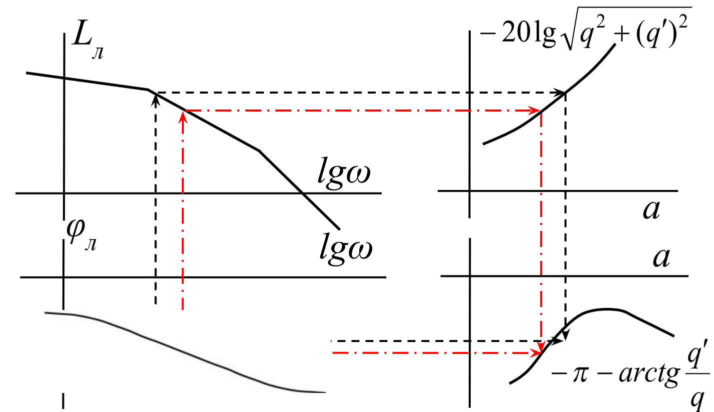

Рисунок 3

Частота периодического решения определяется по оси lgω, амплитуда – по оси a.

При однозначной нелинейности, то есть при $q'(\omega) = 0$ решение упрощается, так как

$$L_л(\omega) = -20\lg q(a); \qquad \varphi_л(\omega) = -180^\circ.$$

Решение показано на рисунке 4. Устойчивое решение, где -20lg$q(a)$ с увеличением a растёт.

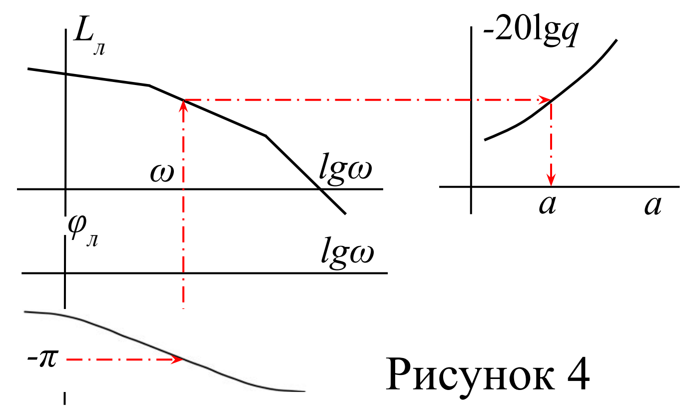

Рисунок 4

<u>Пример</u>. Определить амплитуду и частоту автоколебаний в нелинейной системе, структурная схема которой приведена на рисунке 4.

АФЧХ линейной части может быть построена по выражениям для усиления амплитуды и фазового сдвига (рисунок 5):

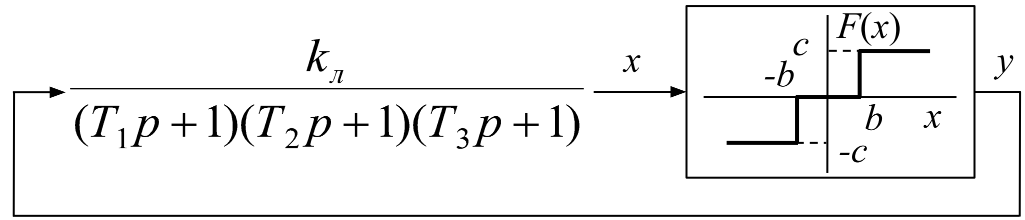

Рисунок 4

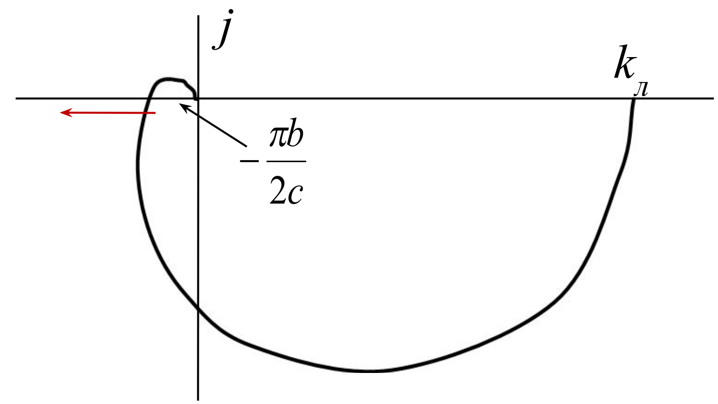

Рисунок 5

Гармонически линеаризованная передаточная функция нелинейности $W(a,p) = q(a)$.

По выражению для коэффициента гармонической линеаризации для данной нелинейности

$q = \frac{4c}{\pi a}\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}$ строится характеристика $-\frac{1}{W_н(a)}$.

Так как коэффициент $q' = 0$, эта характеристика совпадает с вещественной осью. С увеличением ***a*** она стремится от **-**∞ к $-\frac{\pi b}{2c}$, затем снова стремится к **-**∞**.** В точке пересечения этой характеристики с АФЧХ определяются частота ***ω*** периодического решения (по АФЧХ) и амплитуда ***a*** (по ветви характеристики $-\frac{1}{q(a)}$, направленной от $-\frac{\pi b}{2c}$ к **-**∞).

В логарифмической форме частотных характеристик (рисунок 6):

1) строятся ЛАХ и ЛФХ линейной части;

2) строится характеристика **-20 lg*q*** нелинейности;

3) при фазовом сдвиге, равном **–*π***, определяются амплитуды возможных периодических решений.

По оси ***ω*** определяется частота периодических решений.

По оси ***a*** определяется амплитуда периодических решений. Амплитуда автоколебаний определяется по участку, где значение **-20 lg*q*** с ростом ***a*** возрастает.

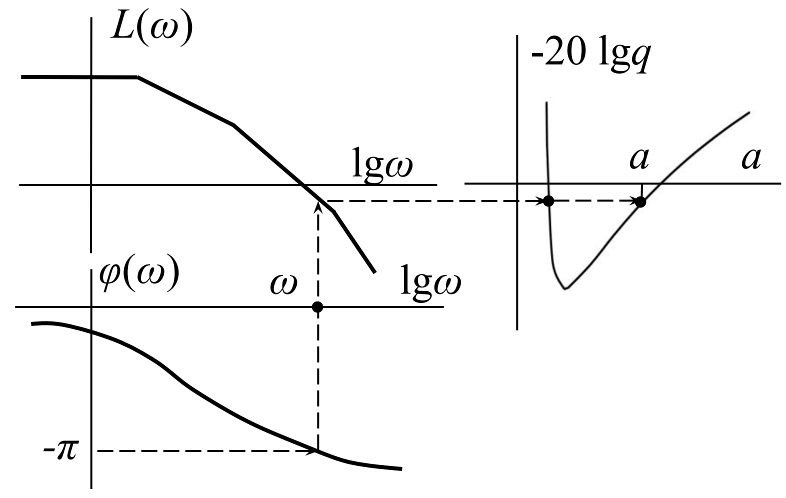

Рисунок 6