

Державний вищий навчальний заклад  
Запорізький національний університет  
Міністерства освіти та науки України

# Презентація на тему: “ Поняття похідної ”

Розробила:  
студентка групи 4214-2  
математичного факультету  
спеціальність “ Математика ”  
Піморенко Анастасія Олександрівна



$\triangle BCC_1$  і  $\triangle AFD$  -  
розбіжні трикутники.  
Доведіть:  
1)  $\angle BCD = \angle AFD$   
2)  $\angle BCK = \angle KDF$   
3)  $\triangle BCK = \triangle KDF$

# Зміст

## Т

1. Історія виникнення похідної
2. Похідна
3. Означення похідної
4. Геометричний зміст похідної
5. Фізичний зміст похідної
6. Диференціювання
7. Похідні від простих функцій
8. Похідні від експоненціальних та логарифмічних функцій
9. Похідні від тригонометричних функцій:
  - a) прямих;
  - b) обернених.
10. Похідні від гіперболічних функцій:
  - a) прямих;
  - b) обернених;
11. Арифметичні дії над похідними
12. Використані джерела



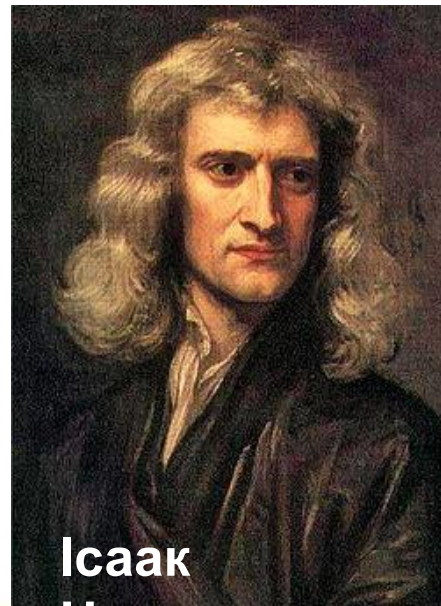
# ІСТОРИЯ ВИНИКНЕННЯ

## ПОХІДНОЇ

Відкриттю похідної і основ диференціального числення передували роботи французького математика і юриста П'єра Ферма, який у 1629 р. запропонував способи знаходження найбільших і найменших значень функцій, проведення дотичних до довільних кривих, що фактично спиралися на застосування похідних. В 1666 р. Ньютон і дещо пізніше Лейбніц незалежно один від одного побудували теорію диференціального числення.



П'єр Ферма



Ісаак  
НЬЮТОН



Вільгельм  
Лейбніц

# ПОХІДН

*Похідна*<sup>А</sup> — основне поняття диференціального числення, що характеризує швидкість зміни функції. Визначається як границя відношення приросту функції до приросту її аргументу коли приріст аргументу прямує до нуля (якщо така границя існує).



# ОЗНАЧЕННЯ ПОХІДНОЇ

Нехай в деякому околі точки  $x_0$  визначена функція  $f$ . Якщо ми візьмемо довільне число  $x$  в цьому околі, то приріст аргументу (позначається  $\Delta x$ ) в цьому випадку визначається як  $x - x_0$ , а приріст функції ( $\Delta y$ ) — як  $f(x) - f(x_0)$ .

Тоді, якщо існує границя

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x).$$

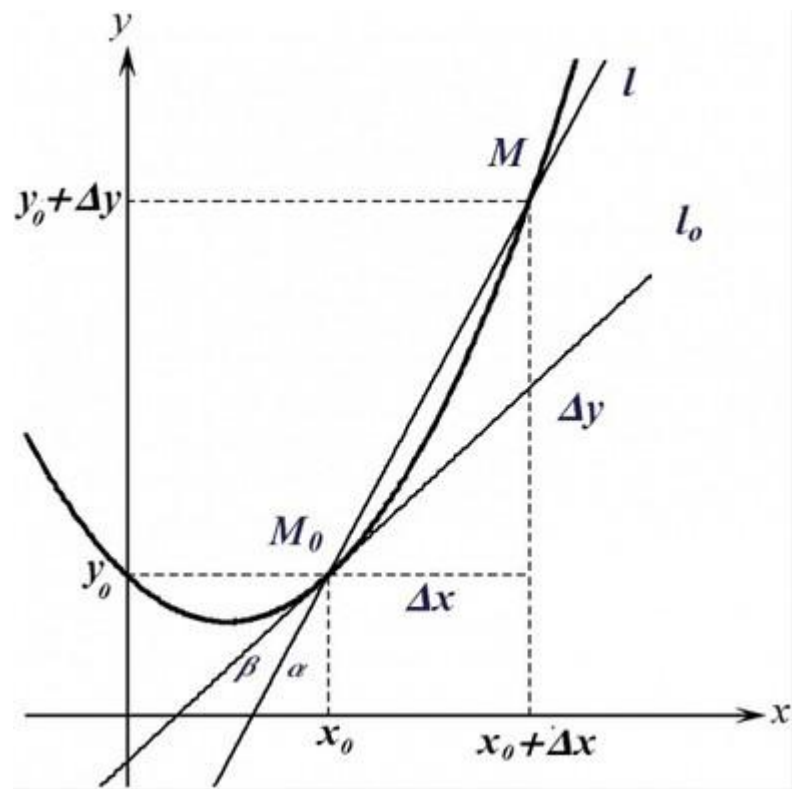
то вона називається **похідною функції  $f$  в точці  $x_0$** .

# ГЕОМЕТРИЧНИЙ ЗМІСТ ПОХІДНОЇ

Значення похідної  $f'(x_0)$  функції  $f$  у точці  $x_0$  дорівнює значенню кутового коефіцієнта дотичної до кривої  $y=f(x)$  у точці з абсцисою  $x_0$ .

Рівняння дотичної до кривої  $y=f(x)$  у точці  $M(x_0, y_0)$  має вигляд:

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$



# ФІЗИЧНИЙ ЗМІСТ ПОХІДНОЇ

Нехай функція шляху матеріальної точки, що рухається прямолінійно, залежно від часу  $t \in [0; T]$  має вигляд  $s(t)$ , а  $t \in [0; T]$ ,  $t + \Delta t \in [0; T]$ . Тоді миттєва швидкість у момент часу  $t$  дорівнює:

$$V_{cp} = \frac{S(t + \Delta t) - S(t)}{\Delta t}$$

якщо така границя існує. Таким чином, отримуємо **механічний зміст похідної**:

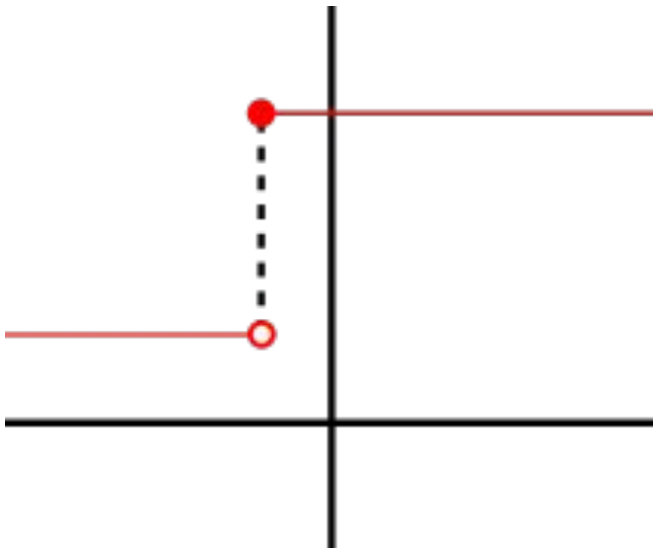
похідна від функції шляху в момент часу  $t$  – це миттєва швидкість в цей момент часу.



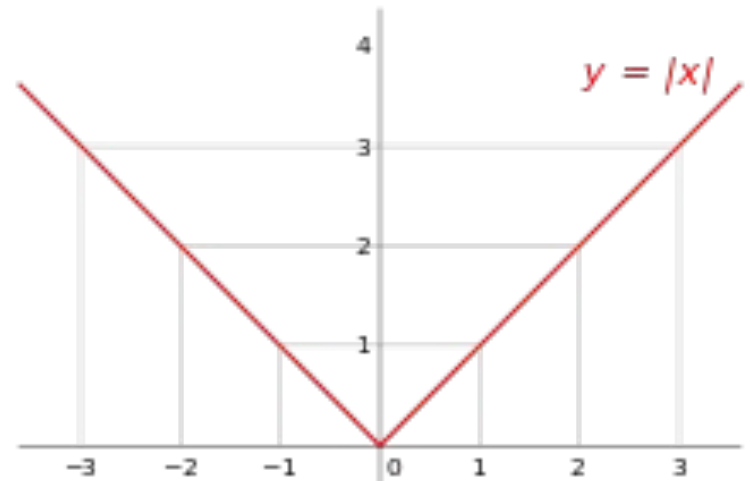
# ДИФЕРЕНЦІЮВАННЯ

Під *диференціюванням* розуміють операцію знаходження похідної.

Якщо  $y = f(x)$  — диференційовна в точці  $a$ , тоді  $f$  також має бути неперервна в точці  $a$ .



Якщо функція неперервна в точці, тоді вона не обов'язково диференційовна в цій точці.





# ПОХІДНІ ВІД ПРОСТИХ ФУНКЦІЙ

$$(c)' = 0$$

$$(x)' = 1$$

$$(cx)' = c$$

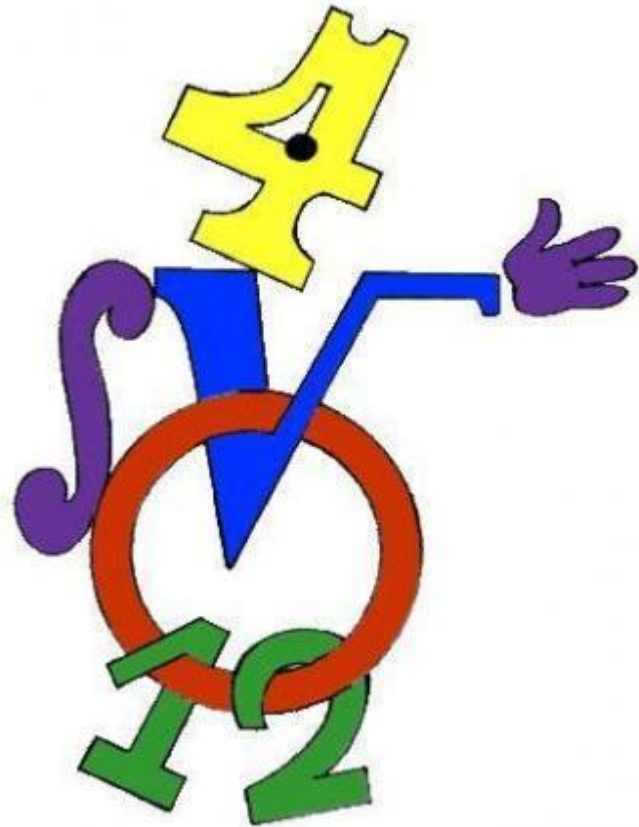
$$|x|' = \frac{x}{|x|} = \operatorname{sgn} x, \quad x \neq 0$$

$$(x^c)' = cx^{c-1}$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{d}{dx} (x^{-1}) = -\frac{1}{x^2}$$

$$\left(\frac{1}{x^c}\right)' = \frac{d}{dx} (x^{-c}) = -\frac{c}{x^{c+1}}$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{d}{dx} x^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}, \quad x > 0$$



# ПОХІДНІ ВІД ЕКСПОНЕНЦІАЛЬНИХ ТА ЛОГАРИФМІЧНИХ ФУНКЦІЙ

$$(e^x)' = e^x$$

$$(a^x)' = a^x \ln a, \quad a > 0$$

$$(e^{ax})' = ae^{ax}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}, \quad a > 0, a \neq 1$$



# ПОХІДНІ ВІД ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ (ПРЯМИХ) ФУНКЦІЙ

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\sec x)' = \frac{\sin x}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x \sec x$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = \frac{-1}{\sin^2 x}$$

$$(\operatorname{csc} x)' = -\frac{\cos x}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x \operatorname{csc} x$$

...1413926620897932284646823822795268819718929997510922077894459230761840028620899860038252421170619621489891  
11282326447093844609508221172535808128481174552841027019385110555944622948954930819442881097566593344  
0128475648233786783165271201909145648566292346034861045432648213393607260249141273724587066063155881748815209  
0926282925409171364367892593060011305050488204665213841469519451160943057236675959196309218617381932611  
79105118540744627996274956751885752499227938180311949123833673362440646430862139446439522473719070217  
860943702770539217176293176752384678184676694051320050812714556354082778571342577894091736317872514884409  
122495343014654980371050792279689288035420198651222902186064034115198116297477130949601870221349899999  
372978049510597117328160963185952445455346908302464523082533446850352619311881710100031378387528865875332  
3841420217177669147309598253494287546673159626838235379593751957181857805321712248064130019278766111959  
9921424019893809525720106548563278659361533818279682303105203530185296899573362259413891249721775283479131  
15074857242454150695908295311666172785589075096381754637464939192550604009277016711390988482401285836160  
356370766010471018194255961989467678744646825379774768871040475346462081666425906491293313677028991921  
475216205696602405803815019351125338243003587640474964732639141992726042699227967923547816360934172164121  
9245831503028618297455706749838504948588502695609077107505032905321165344898720755960364806548911988  
1834797535664898074264252786255181417574672890977727938000164706001614524919213217214772350141441973548  
88161361573525521334754184946848833232970774143344712843666211898356488520992192218427520524625888771  
7904946016534668049862723279178608578438276797668141009538837863609508600642251252051379289689084812848  
8629454024198528022106618630674427862203194815041213719780960896364719172746764857539624138908858234  
059581339047602759009465764078951246339832595709825226252248907726719478248462614769902640136394437  
1553050682043962545174939965143142980190659509722146946153709893874105978895972975498301617592846413  
924868386862741559918559245953954110497252464084597279344658486038367362226260991246008512438843904512  
441364976278079715691435997001296160894149486555848406354220722528284884815845402805601682739452267467  
978892521382234995466727862384654961104886230574549803593645481742421125105760494794510965960402522  
887917089314569136867287489405691015033081792868095087476017824938589097149067598526136554789189129784  
1682989847265888857840142704735813037944155274644363624828544179524867821051143364357395213427164  
0213596956231442952484971871101457650390579544037400731859021983874678488983214511286875194  
3506430218453191048810053706146806749127813117939952014196363287544064374512378192179993910159195818144  
7218262599611501421503068038447734549206541466592501497442805725186660021324340881907104863317346495145  
3905796248941005801064879698319615479452808514550252314088150142077621378559566389377830386079207134  
7230587631763594218731251471205329819826186125867321579198414848829164470609575270695722091761712729198  
149091528017350671274888222871835205396572511208357915189982914442106751013446711031412471136990858146  
981501970165116851143765716355650884909989895982837455283165507471815359322813293938898970  
42046725907901481415489594616718027981934309924489957128289059232326097299120444357326548929319193  
2974636710583604142813893203824967378985243744570291327864809173446032701469211201913023380187621301  
00449292151608424485963766983892286847831355268213144957657264334189303966462434107326269788293785  
154411010446823297162010205272116403695457932911840518595376346482065310856584820544792059834645  
1858019279366598746861179404531488503461136576867532494166803962657978718506648532945412654083061434443  
48587697514561408607002378716591344017127947020562305899461146711270004079547326699308194664648807  
8972082683063432858785983052535890930575740679545716375252021118597561140520512622891941302164150979259  
30990796547376125517656713575178286645479174501129961489030439947326621074043711895735914580913899731  
11790427828447403003198915140287080899480194121472131794747729221442848514623321785301642881175850

# ПОХІДНІ ВІД ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ (ОБЕРНЕНИХ) ФУНКЦІЙ

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

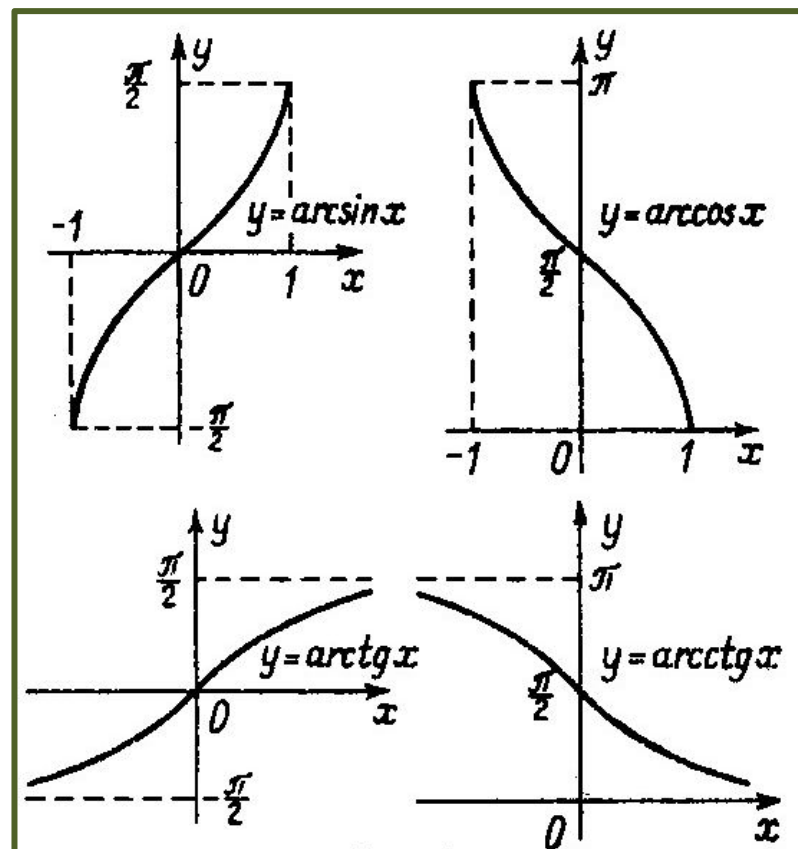
$$(\arccos x)' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

$$(\operatorname{arcsec} x)' = \frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}$$

$$(\operatorname{arcctg} x)' = \frac{-1}{1+x^2}$$

$$(\operatorname{arccsc} x)' = \frac{-1}{|x|\sqrt{x^2-1}}$$



# ПОХІДНІ ВІД ГІПЕРБОЛІЧНИХ (ПРЯМИХ) ФУНКЦІЙ

$$(\sinh x)' = \cosh x$$

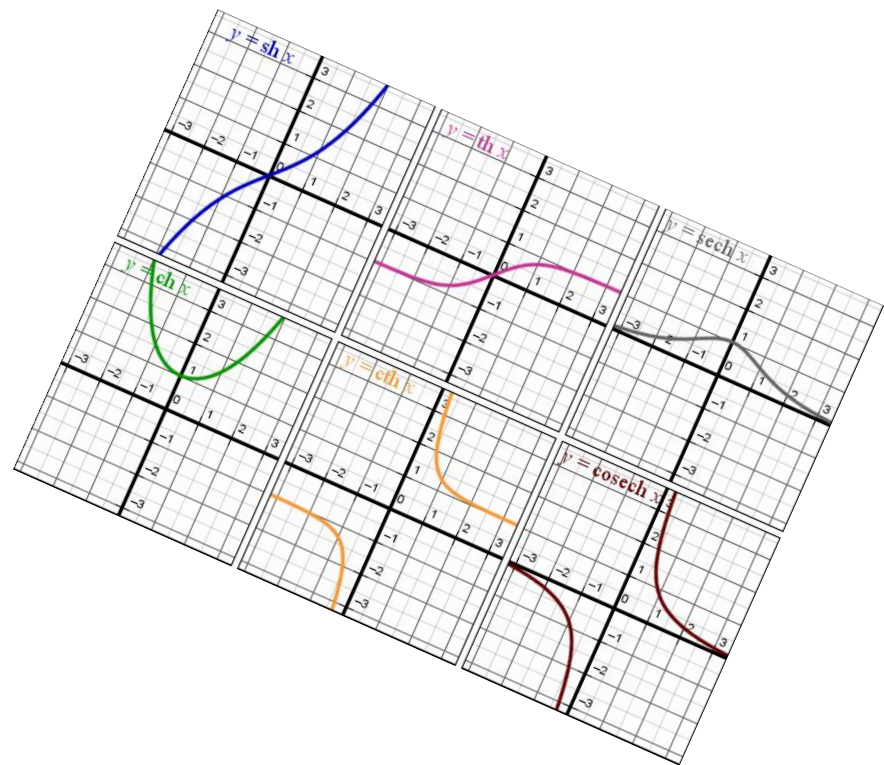
$$(\cosh x)' = \sinh x$$

$$(\tanh x)' = \operatorname{sech}^2 x$$

$$(\operatorname{sech} x)' = -\tanh x \operatorname{sech} x$$

$$(\operatorname{coth} x)' = -\operatorname{csch}^2 x$$

$$(\operatorname{csch} x)' = -\operatorname{coth} x \operatorname{csch} x$$



# ПОХІДНІ ВІД ГІПЕРБОЛІЧНИХ (ОБЕРНЕНИХ) ФУНКЦІЙ

$$(\operatorname{arcsinh} x)' = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

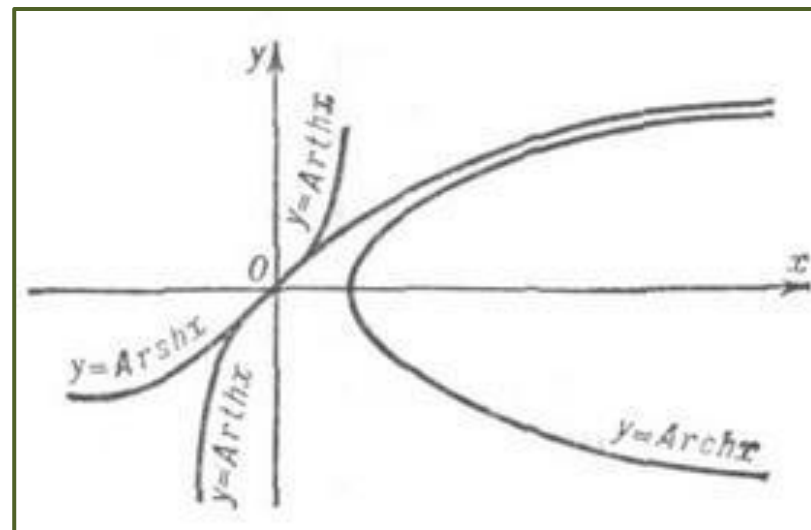
$$(\operatorname{arccosh} x)' = \frac{-1}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

$$(\operatorname{arctanh} x)' = \frac{1}{1 - x^2}$$

$$(\operatorname{arcsech} x)' = \frac{1}{x\sqrt{1 - x^2}}$$

$$(\operatorname{arcoth} x)' = \frac{1}{1 - x^2}$$

$$(\operatorname{arcsch} x)' = \frac{-1}{|x|\sqrt{1 + x^2}}$$



# АРИФМЕТИЧНІ ДІЇ НАД ПОХІДНИМИ

- Похідна суми –  $(u + v)' = u' + v'$
- Похідна різниці –  $(u - v)' = u' - v'$
- Похідна добутку –  $(u * v)' = u'v + uv'$
- Похідна частки –  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}, \quad v \neq 0$
- Похідна складеної функції –  $(u(v(x)))' = u'_v(v) \cdot v'_x(x)$





# ВИКОРИСТАНІ ДЖЕРЕЛА

- Двайт Г. Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы / Пер. с англ. Н. В. Леви, под ред. К. А. Семендяева. — М.: Наука, 1978. — 228 с.
- Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. — 13-е изд., исправленное. — М.: Наука, 1986. — 544 с.
- Диференціальне та інтегральне числення функції однієї змінної: частина 1: навч. посіб. /С.М. Гребенюк, Н.М. Д'яченко, М.І. Клименкота ін. – Запоріжжя: Запорізький національний університет, 2014. – 231 с.
- FIZMA.net - математика онлайн.
- <https://uk.wikipedia>.

