

Державний вищий навчальний заклад
Запорізький національний університет
Міністерства освіти та науки України

Презентація на тему: “ Поняття похідної ”

Розробила:
студентка групи 4214-2
математичного факультету
спеціальність “ Математика ”
Піморенко Анастасія Олександрівна



$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$
розбіжності
доказати
1) $\angle BCD = \angle C'D'$
2) $\angle BCK = \angle C'D'$
3) $\triangle BCK = \triangle C'D'$

Зміс

Т

1. Історія виникнення похідної
2. Похідна
3. Означення похідної
4. Геометричний зміст похідної
5. Фізичний зміст похідної
6. Диференціювання
7. Похідні від простих функцій
8. Похідні від експоненціальних та логарифмічних функцій
9. Похідні від тригонометричних функцій:
 - a) прямих;
 - b) обернених.
10. Похідні від гіперболічних функцій:
 - a) прямих;
 - b) обернених;
11. Арифметичні дії над похідними
12. Використані джерела



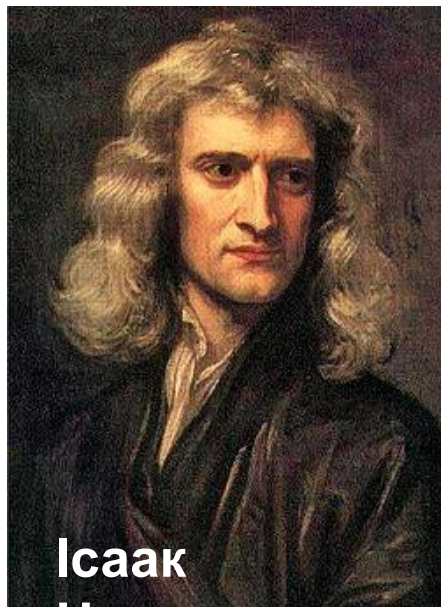
ІСТОРІЯ ВИНИКНЕННЯ

ПОХІДНОЇ

Відкриттю похідної і основ диференціального числення передували роботи французького математика і юриста П'єра Ферма, який у 1629 р. запропонував способи знаходження найбільших і найменших значень функцій, проведення дотичних до довільних кривих, що фактично спиралися на застосування похідних. В 1666 р. Ньютон і дещо пізніше Лейбніц незалежно один від одного побудували теорію диференціального числення.



П'єр Ферма



Ісаак
НЬЮТОН



Вільгельм
Лейбніц

ПОХІДН

Похідна^А — основне поняття диференціального числення, що характеризує швидкість зміни функції. Визначається як границя відношення приросту функції до приросту її аргументу коли приріст аргументу прямує до нуля (якщо така границя існує).



ОЗНАЧЕННЯ ПОХІДНОЇ

Нехай в деякому околі точки x_0 визначена функція f . Якщо ми візьмемо довільне число x в цьому околі, то приріст аргументу (позначається Δx) в цьому випадку визначається як $x - x_0$, а приріст функції (Δy) — як $f(x) - f(x_0)$.

Тоді, якщо існує границя

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x).$$

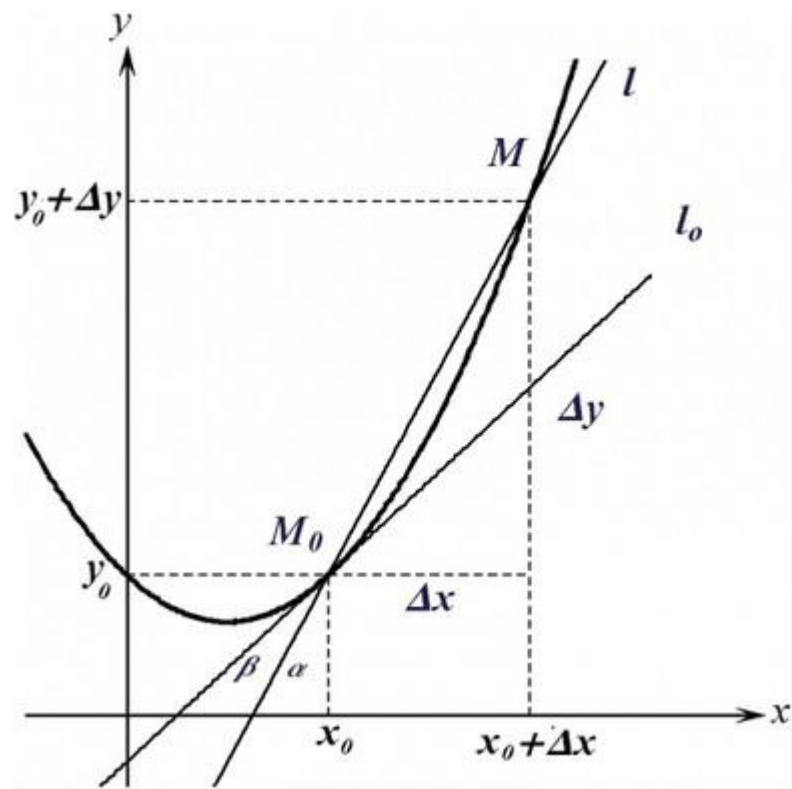
то вона називається **похідною функції f в точці x_0** .

ГЕОМЕТРИЧНИЙ ЗМІСТ ПОХІДНОЇ

Значення похідної $f'(x_0)$ функції f у точці x_0 дорівнює значенню кутового коефіцієнта дотичної до кривої $y=f(x)$ у точці з абсцисою x_0 .

Рівняння дотичної до кривої $y=f(x)$ у точці $M(x_0, y_0)$ має вигляд:

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$



ФІЗИЧНИЙ ЗМІСТ ПОХІДНОЇ

Нехай функція шляху матеріальної точки, що рухається прямолінійно, залежно від часу $t \in [0; T]$ має вигляд $s(t)$, а $t \in [0; T]$, $t + \Delta t \in [0; T]$. Тоді миттєва швидкість у момент часу t дорівнює:

$$V_{cp} = \frac{S(t + \Delta t) - S(t)}{\Delta t}$$

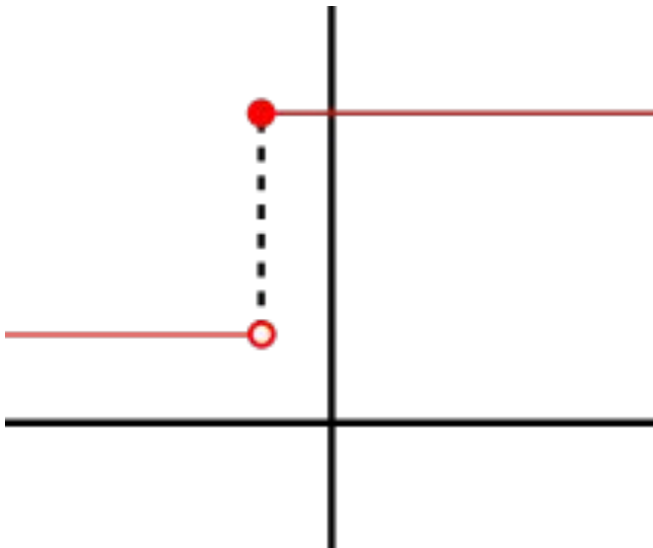
якщо така границя існує. Таким чином, отримуємо **механічний зміст похідної**:

похідна від функції шляху в момент часу t – це миттєва швидкість в цей момент часу.

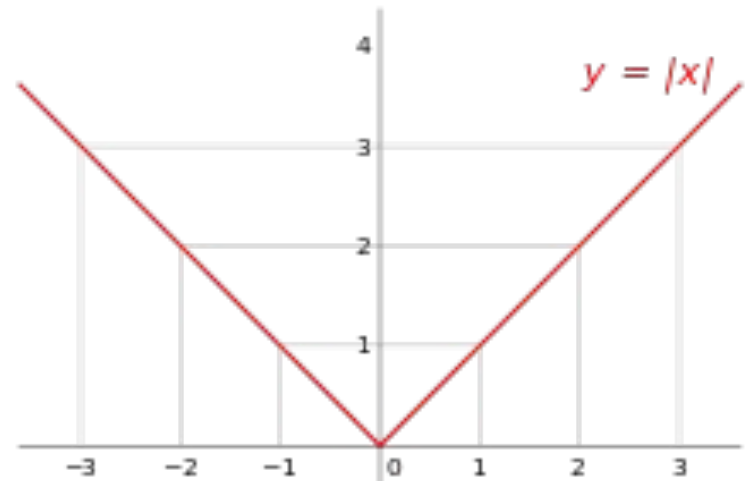
ДИФЕРЕНЦІЮВАННЯ

Під *диференціюванням* розуміють операцію знаходження похідної.

Якщо $y = f(x)$ — диференційовна в точці a , тоді f також має бути неперервна в точці a .



Якщо функція неперервна в точці, тоді вона не обов'язково диференційовна в цій точці.



ПОХІДНІ ВІД ПРОСТИХ ФУНКЦІЙ

$$(c)' = 0$$

$$(x)' = 1$$

$$(cx)' = c$$

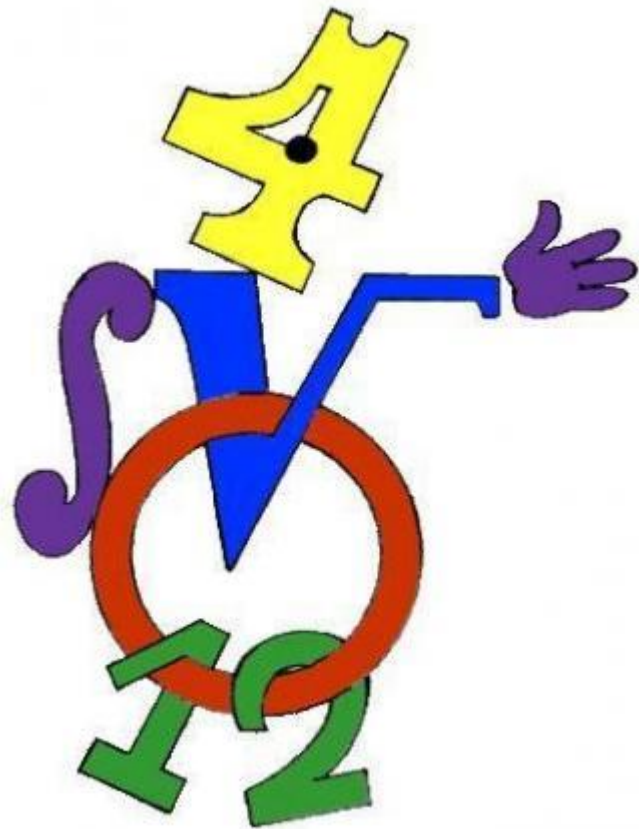
$$|x|' = \frac{x}{|x|} = \operatorname{sgn} x, \quad x \neq 0$$

$$(x^c)' = cx^{c-1}$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{d}{dx} (x^{-1}) = -\frac{1}{x^2}$$

$$\left(\frac{1}{x^c}\right)' = \frac{d}{dx} (x^{-c}) = -\frac{c}{x^{c+1}}$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{d}{dx} x^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}, \quad x > 0$$



ПОХІДНІ ВІД ЕКСПОНЕНЦІАЛЬНИХ ТА ЛОГАРИФМІЧНИХ ФУНКЦІЙ

$$(e^x)' = e^x$$

$$(a^x)' = a^x \ln a, \quad a > 0$$

$$(e^{ax})' = ae^{ax}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}, \quad a > 0, a \neq 1$$



ПОХІДНІ ВІД ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ (ПРЯМИХ) ФУНКЦІЙ

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\sec x)' = \frac{\sin x}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x \sec x$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = \frac{-1}{\sin^2 x}$$

$$(\operatorname{csc} x)' = -\frac{\cos x}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x \operatorname{csc} x$$

...141392622089793228462482382279526881971029299751026207949459230761640028208998650348252421170619621489891
1128232644709384460955022117253580182481174528410270193851105559446229489549303819442881097566593344
01284756482337867831652712019091456485692346034861045432648213393607260249141273724587066063155881748815209
09262829254091713643678925930600113050504882046652138414695194511609430572306579595196309218617381932611
79105118540744627996274956751885752499227938180311949123833673362440646430862139446439522473719070217
860943702770539217176293176752384678184676694051320050812714556354082778571342577894091736317872514884409
122495343034454908371050792279689280354201996611222902186064034413198116297477130996051870221349999999
3729780499510597117328160963185952445455346908302442523082533446850352619311881710100031378387528868575332
38414202171776691473059825349428754667315962683823537959375195781857805321712248866130019278766111959
992142401989380952570106548563278659361533818279682303105203530185268995733622599413891249721775283479131
15074857242454150695908295311666172785589075096381754637464939192550604009277016711390988482401285836160
35637076601047101819425596198946767874464682557977476887104047534464208166645906491293313677028991521
47521620569660240580381501935112533824300358764047496473263914199272604269922796782547816360934172164121
0245631503028618297455706749838504948588502695609077107505032905321165344898720755960364806549911988
184797535664898074264252786255181417574672890977727938008164706001614524919213217214772350141441973548
8816136157352552133475418494684885323297077414334471284366621189835648852099219221842755025246588771
790494601653466804986272327917860857843827679766814100953883786360950860064225125205137928984960842844
86294640241985280221066186306744278622031948150412137137896809636471917274677646575739624138908858234
0595813398476027590094657640789512464398325957098252262522489077267194782646462416769902640136394437
155305068204962545174939965143142989190659509722146946153709893874105978895972975498301617592846413
0248638689627415599185592459539594110497252464084597279344658486038367362226249991246008512438843004312
4413649762780797156914359970012961608941494865558484063542207225828488481584540285061682739452267467
07889522138823499546672786398465961104686230574549803593645481742421125105760494794510965960402522
8879170893145691368672874894056910150330817928680950874760178249385890997149067598526136554789189129784
1682989987226588885784014270473581303794611523746343615428084417952686782051141336473507395213427146
0213596956231442952484971871101457650390579540037400731859021983874678488983214511286875194
3506430218453191048810053706146806749127813117939952014196363287544064374512378192179993910159195818144
7218262599611501421503068038447734549206541466592501497442805212818660021324340881907104863317346495145
39057962489410058016048796983856747318402514591208704940310971206280439059391671577002403378699360
727305876317635942187312514712053298198261861258673215919841484882916447060957270695722091761712729198
149091528037350671274888222871835205396572511208357915189982991444210675101344671101412471136990858146
98150197016511685114376571635565088490998989982837455283165507479185358932213293938898970
4240476259079914841454895946167180279819343099244899571282890592323260972997120444357326548929319193
5746367105836041428138930238249673789852437445709212756618093734460327014692112019130233801976211011
004492921516084244859637669898922868478313552688213148957657264334189303966462434107326269788293785
1641101044682329716201020267231164036965457092731188548597634648206531089656482054694782059834645
1858019279366598746681179404534488503461136576867532494166803962657978718560648532945416654083061434443
48587697514565140860700237876593344617127947042056223058994611467112700040795473266993081946646458807
897028683063432858785983052358099305757406795457163752520211859756118540025012622891941302164150979259
3099079654737612551765671357517828664547917450112996148903046399473266210740437151895735914589013899731
179042782846474033031989151402870808994801941214721317947647729221442848514623321785301642288173986

ПОХІДНІ ВІД ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ (ОБЕРНЕНИХ) ФУНКЦІЙ

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

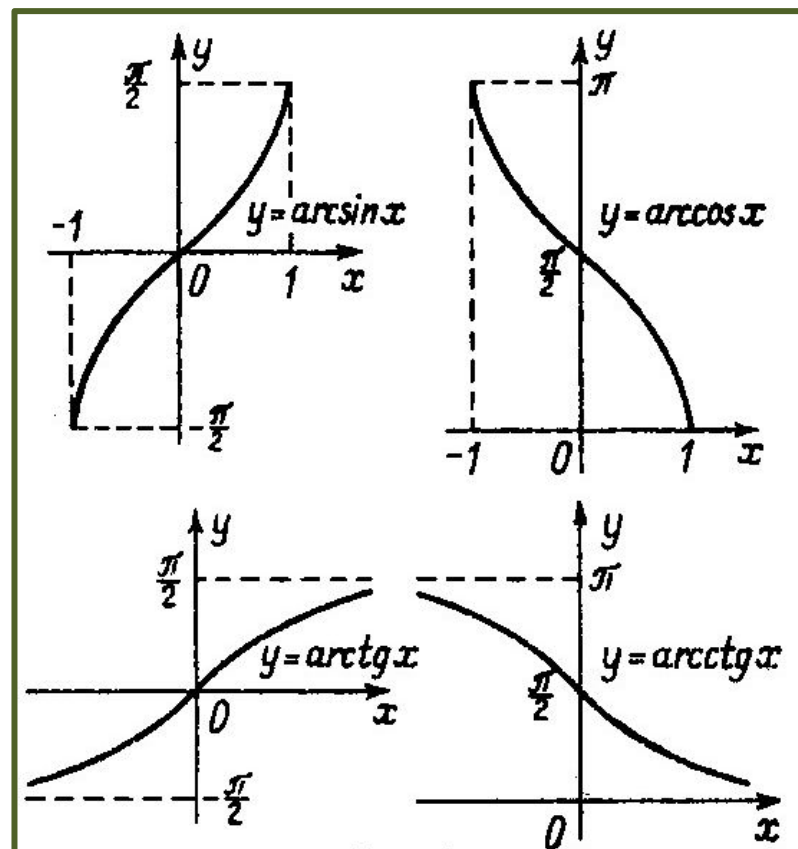
$$(\arccos x)' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

$$(\operatorname{arcsec} x)' = \frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}$$

$$(\operatorname{arcctg} x)' = \frac{-1}{1+x^2}$$

$$(\operatorname{arccsc} x)' = \frac{-1}{|x|\sqrt{x^2-1}}$$



ПОХІДНІ ВІД ГІПЕРБОЛІЧНИХ (ПРЯМИХ) ФУНКЦІЙ

$$(\sinh x)' = \cosh x$$

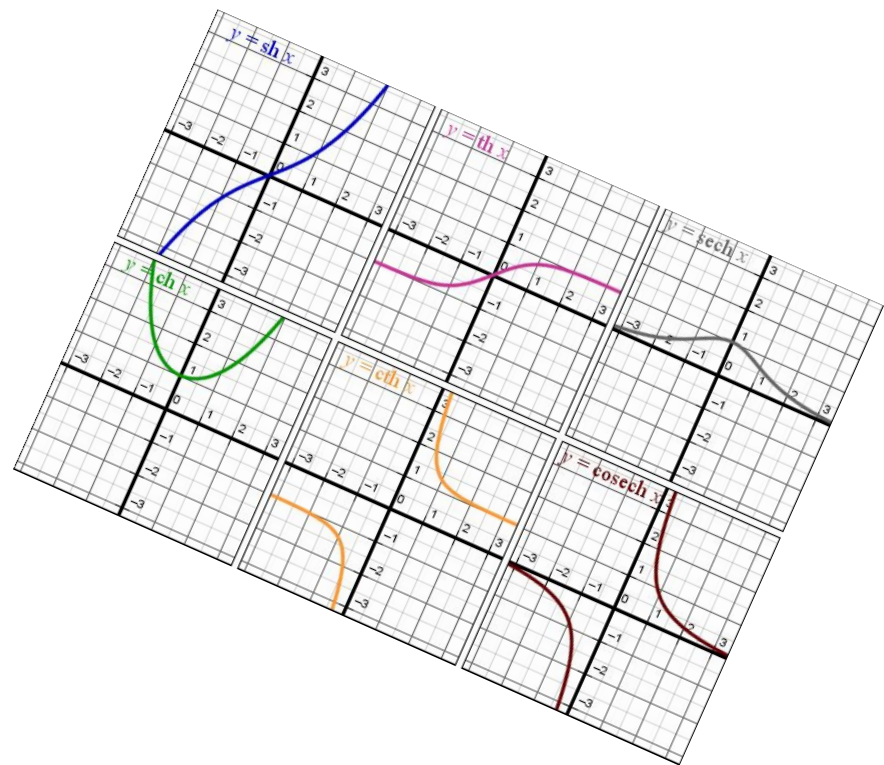
$$(\cosh x)' = \sinh x$$

$$(\tanh x)' = \operatorname{sech}^2 x$$

$$(\operatorname{sech} x)' = -\tanh x \operatorname{sech} x$$

$$(\operatorname{coth} x)' = -\operatorname{csch}^2 x$$

$$(\operatorname{csch} x)' = -\operatorname{coth} x \operatorname{csch} x$$



ПОХІДНІ ВІД ГІПЕРБОЛІЧНИХ (ОБЕРНЕНИХ) ФУНКЦІЙ

$$(\operatorname{arcsinh} x)' = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

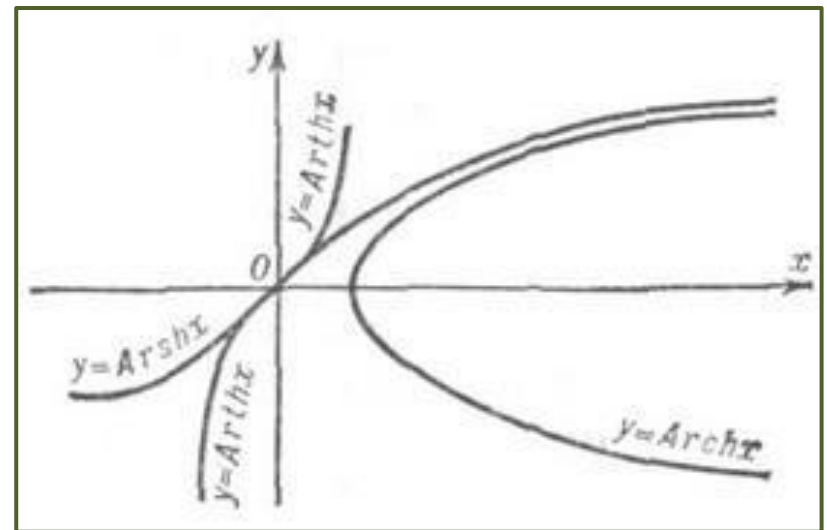
$$(\operatorname{arccosh} x)' = \frac{-1}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

$$(\operatorname{arctanh} x)' = \frac{1}{1 - x^2}$$

$$(\operatorname{arcsech} x)' = \frac{1}{x\sqrt{1 - x^2}}$$

$$(\operatorname{arcoth} x)' = \frac{1}{1 - x^2}$$

$$(\operatorname{arcsch} x)' = \frac{-1}{|x|\sqrt{1 + x^2}}$$



АРИФМЕТИЧНІ ДІЇ НАД ПОХІДНИМИ

- Похідна суми – $(u + v)' = u' + v'$
- Похідна різниці – $(u - v)' = u' - v'$
- Похідна добутку – $(u * v)' = u'v + uv'$
- Похідна частки – $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}, \quad v \neq 0$
- Похідна складеної функції – $(u(v(x)))' = u'_v(v) \cdot v'_x(x)$



ВИКОРИСТАНІ ДЖЕРЕЛА

- Двайт Г. Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы / Пер. с англ. Н. В. Леви, под ред. К. А. Семендяева. — М.: Наука, 1978. — 228 с.
- Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. — 13-е изд., исправленное. — М.: Наука, 1986. — 544 с.
- Диференціальне та інтегральне числення функції однієї змінної: частина 1: навч. посіб. /С.М. Гребенюк, Н.М. Д'яченко, М.І. Клименкота ін. – Запоріжжя: Запорізький національний університет, 2014. – 231 с.
- FIZMA.net - математика онлайн.
- <https://uk.wikipedia>.

