Державний вищий навчальний заклад
Запорізький національний університет
Міністерства освіти та науки України

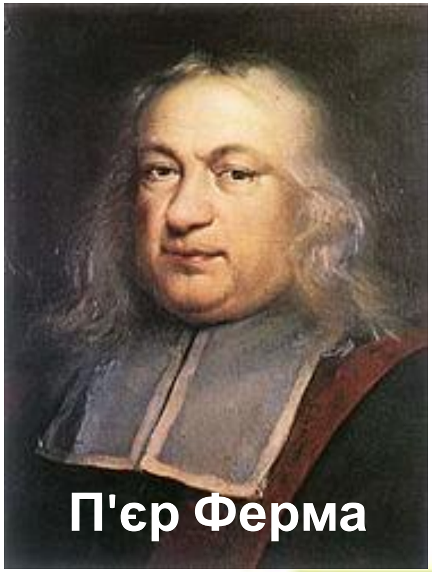
Презентація на тему: “ Поняття похідної ”

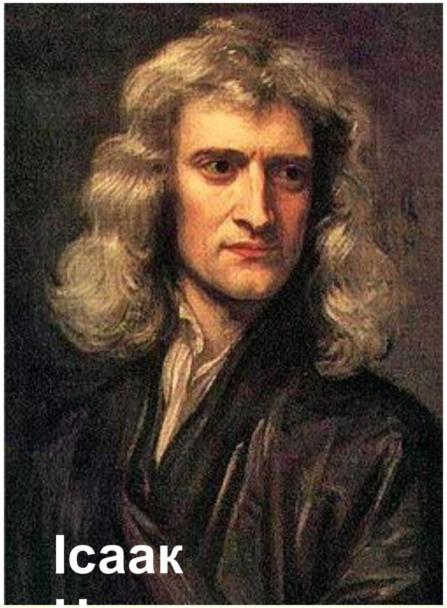
Розробила:
студентка групи 4214-2
математичного факультету
спеціальність “ Математика ”
Піморенко Анастасія Олександрівна

Зміст

ІСТОРІЯ ВИНИКНЕННЯ ПОХІДНОЇ

Відкриттю похідної і основ диференціального числення передували роботи французького математика і юриста П’’єра Ферма, який у 1629 р. запропонував способи знаходження найбільших і найменших значень функцій, проведення дотичних до довільних кривих, що фактично спиралися на застосування похідних. В 1666 р. Ньютон і дещо пізніше Лейбніц незалежно один від одного побудували теорію диференціального числення.


П'єр Ферма


Ісаак Ньютон


Вільгельм Лейбніц

ПОХІДНА́

Похідна — основне поняття диференціального числення, що характеризує швидкість зміни функції. Визначається як границя відношення приросту функції до приросту її аргументу коли приріст аргументу прямує до нуля (якщо така границя існує).

ОЗНАЧЕННЯ ПОХІДНОЇ

Нехай в деякому околі точки $\mathbf{x_0}$ визначена функція **f.** Якщо ми візьмемо довільне число x в цьому околі, то приріст аргументу (позначається Δx) в цьому випадку визначається як $\mathbf{x - x_0}$, а приріст функції **(Δy) — як** $\boldsymbol{f(x) - f(x_0)}$**.**

Тоді, якщо існує границя

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x).$$

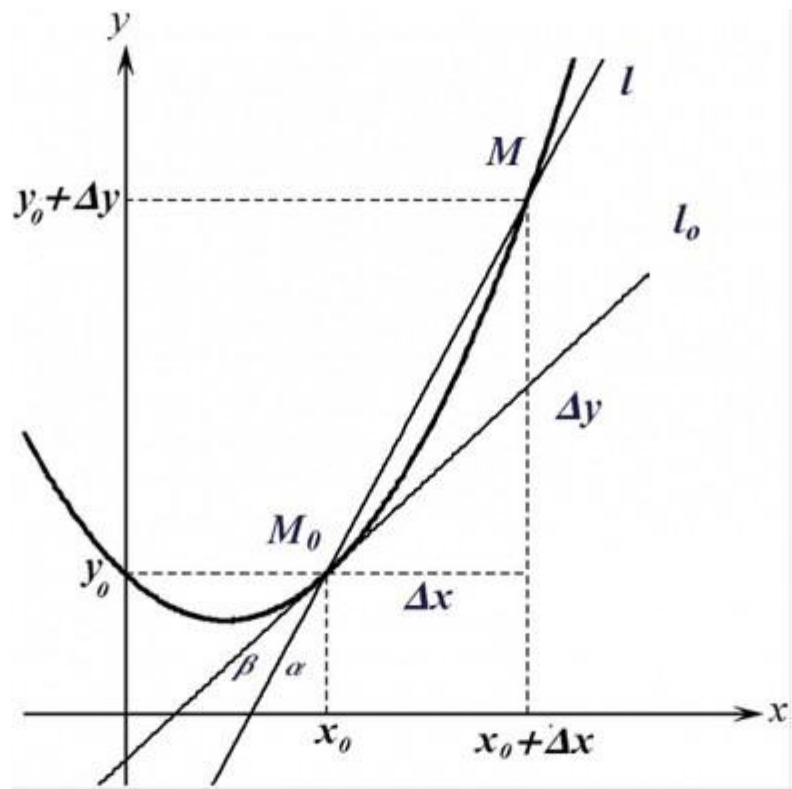
то вона називається ***похідною функції f в точці*** $\boldsymbol{x_0.}$

ГЕОМЕТРИЧНИЙ ЗМІСТ ПОХІДНОЇ

Значення похідної $\mathbf{f'(x_0)}$ функції **f** у точці $\mathbf{x_0}$ дорівнює значенню кутового кофіцієнта дотичної до кривої **y=f(x)** у точці з абсцисою $\mathbf{x_0}$.

Рівняння дотичної до кривої **y=f(x)** у точці $\mathbf{M(x_0, y_0)}$ має вигляд:

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$



ФІЗИЧНИЙ ЗМІСТ ПОХІДНОЇ

Нехай функція шляху

матеріальної точки, що рухається прямолінійно, залежно від часу *$t \in [0;T]$ має*

вигляд *$s(t)$, а $t \in [0;T]$, $t + \Delta t \in [0;T]$. Тоді миттєва швидкість у момент часу*

t дорівнює:

$$\boxed{V_{cp} = \frac{S(t+\Delta t) - S(t)}{\Delta t}}$$

якщо така границя існує. Таким чином, отримуємо ***механічний зміст похідної:***

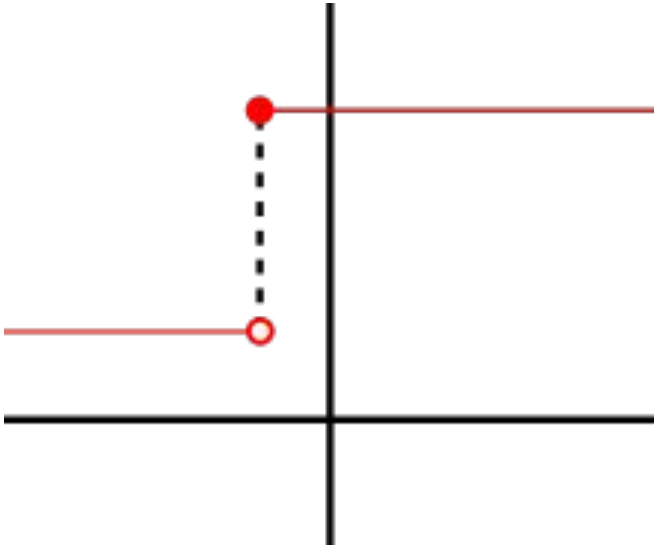
похідна від функції шляху в момент часу 0 t – це миттєва швидкість в цей

момент часу.

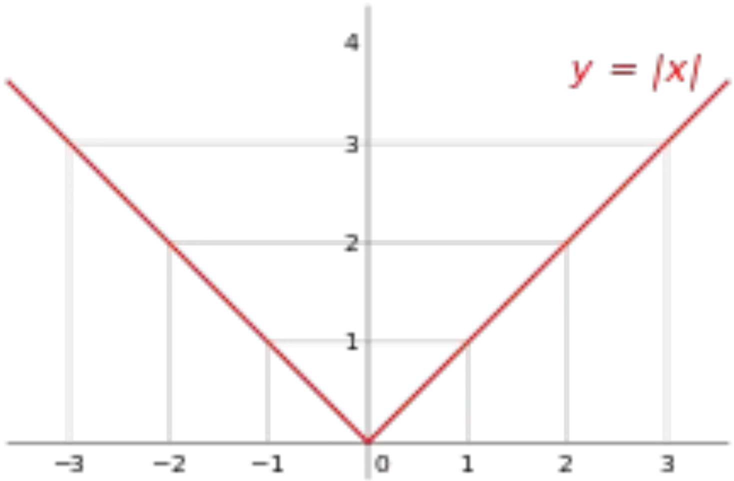
ДИФЕРЕНЦІЮВАННЯ

Під ***диференціюванням*** розуміють операцію знаходження похідної.

Якщо y = *ƒ*(x) — диференційовна в точці a, тоді *ƒ* також має бути неперервна в точці a.



Якщо функція неперервна в точці, тоді вона не обов'язково диференційовна в цій точці.



ПОХІДНІ ВІД ПРОСТИХ ФУНКЦІЙ

$$(c)' = 0$$

$$(x)' = 1$$

$$(cx)' = c$$

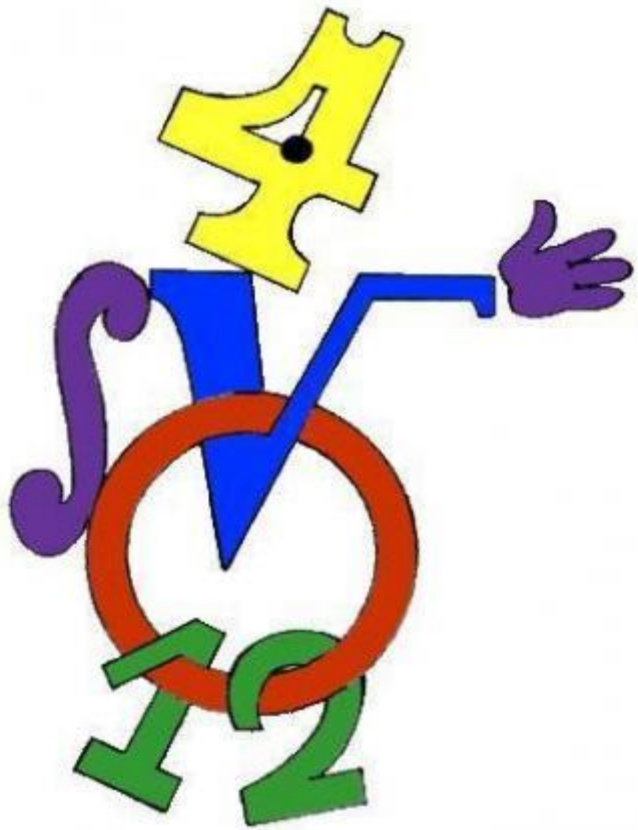
$$|x|' = \frac{x}{|x|} = \operatorname{sgn} x, \qquad x \neq 0$$

$$(x^c)' = cx^{c-1}$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{d}{dx}\left(x^{-1}\right) = -\frac{1}{x^2}$$

$$\left(\frac{1}{x^c}\right)' = \frac{d}{dx}\left(x^{-c}\right) = -\frac{c}{x^{c+1}}$$

$$\left(\sqrt{x}\right)' = \frac{d}{dx}x^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}, \qquad x > 0$$



ПОХІДНІ ВІД ЕКСПОНЕНЦІАЛЬНИХ ТА ЛОГАРИФМІЧНИХ ФУНКЦІЙ

$$(e^x)' = e^x$$

$$(a^x)' = a^x \ln a, \quad a > 0$$

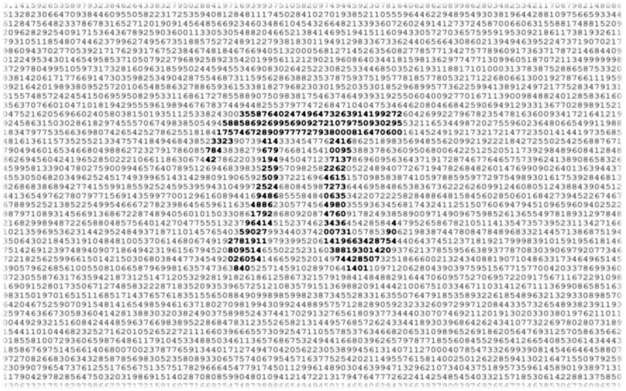
$$(e^{ax})' = ae^{ax}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}, \quad a > 0, a \neq 1$$

ПОХІДНІ ВІД ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ (ПРЯМИХ) ФУНКЦІЙ

$$(\sin x)' = \cos x$$
$$(\cos x)' = -\sin x$$
$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$
$$(\sec x)' = \frac{\sin x}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x \sec x$$
$$(\operatorname{ctg} x)' = \frac{-1}{\sin^2 x}$$
$$(\csc x)' = -\frac{\cos x}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x \csc x$$



ПОХІДНІ ВІД ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ (ОБЕРНЕНИХ) ФУНКЦІЙ

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

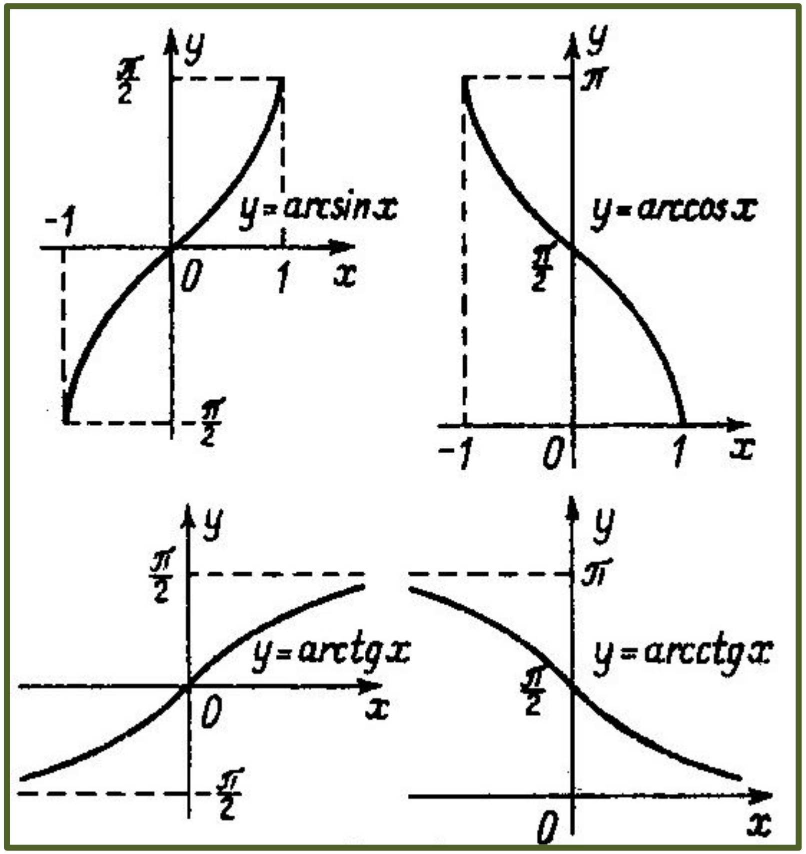
$$(\arccos x)' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

$$(\operatorname{arcsec} x)' = \frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}$$

$$(\operatorname{arcctg} x)' = \frac{-1}{1+x^2}$$

$$(\operatorname{arccsc} x)' = \frac{-1}{|x|\sqrt{x^2-1}}$$



ПОХІДНІ ВІД ГІПЕРБОЛІЧНИХ (ПРЯМИХ) ФУНКЦІЙ

$$(\sinh x)' = \cosh x$$

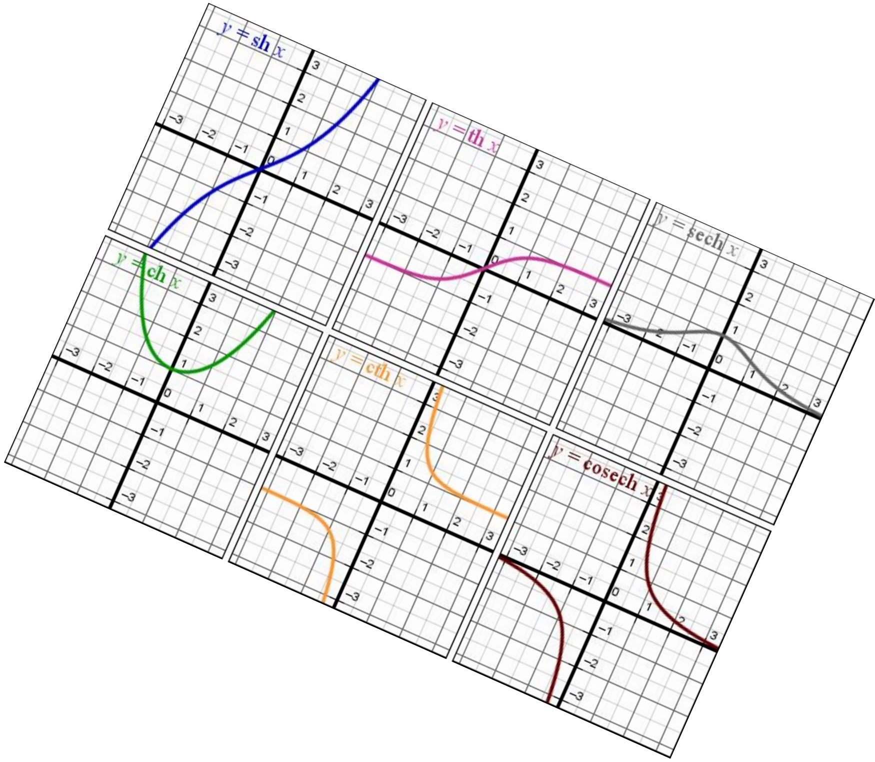
$$(\cosh x)' = \sinh x$$

$$(\tanh x)' = \operatorname{sech}^2 x$$

$$(\operatorname{sech} x)' = -\tanh x \operatorname{sech} x$$

$$(\coth x)' = -\operatorname{csch}^2 x$$

$$(\operatorname{csch} x)' = -\coth x \operatorname{csch} x$$



ПОХІДНІ ВІД ГІПЕРБОЛІЧНИХ (ОБЕРНЕНИХ) ФУНКЦІЙ

$$(\operatorname{arcsinh} x)' = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$$

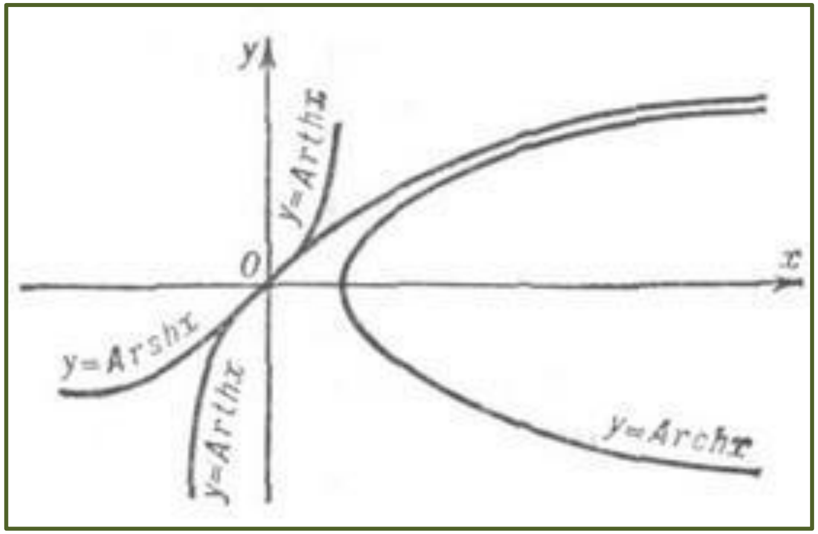
$$(\operatorname{arccosh} x)' = \frac{-1}{\sqrt{x^2-1}}$$

$$(\operatorname{arctanh} x)' = \frac{1}{1-x^2}$$

$$(\operatorname{arcsech} x)' = \frac{1}{x\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\operatorname{arccoth} x)' = \frac{1}{1-x^2}$$

$$(\operatorname{arccsch} x)' = \frac{-1}{|x|\sqrt{1+x^2}}$$



АРИФМЕТИЧНІ ДІЇ НАД ПОХІДНИМИ

- Похідна суми – $(u+v)' = u' + v'$
- Похідна різниці – $(u-v)' = u' - v'$
- Похідна добутку – $(u*v)' = u'v + uv'$
- Похідна частки – $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}, \qquad v \neq 0$
- Похідна складеної функції – $(u(v(x)))' = u'_v(v) \cdot v'_x(x)$

ВИКОРИСТАНІ ДЖЕРЕЛА

- Двайт Г. Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы / Пер. с англ. Н. В. Леви, под ред. К. А. Семендяева. — М.: Наука, 1978. — 228 с.
- Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. — 13-е изд., исправленное. — М.: Наука, 1986. — 544 с.
- Диференціальне та інтегральне числення функції однієї змінної: частина 1: навч. посіб. /С.М. Гребенюк, Н.М. Д’яченко, М.І. Клименкота ін. – Запоріжжя: Запорізький національний університет, 2014. – 231 с.
- FIZMA.neT - математика онлайн.
- https://uk.wikipedia.