



# **Дифференциальн ые уравнения**

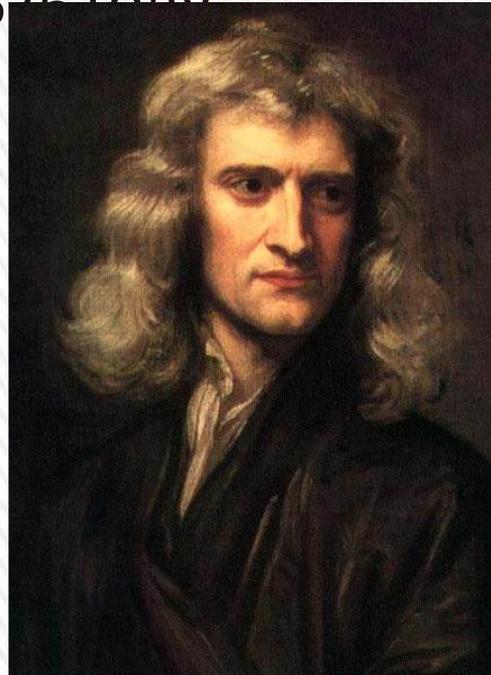
» Дифференциальное уравнение — уравнение, связывающее значение производной функции с самой функцией, значениями независимой переменной, числами (параметрами). Порядок входящих в уравнение производных может быть различен (формально он ничем не ограничен). Производные, функции, независимые переменные и параметры могут входить в уравнение в различных комбинациях или все, кроме хотя бы одной производной, отсутствовать вовсе. Дифференциальное уравнение порядка выше первого можно преобразовать в систему уравнений первого порядка, в которой число уравнений равно порядку исходного уравнения.



» Первоначально дифференциальные уравнения возникли из задач механики, в которых требовалось определить координаты тел, их скорости и ускорения, рассматриваемые как функции времени при различных воздействиях. К дифференциальным уравнениям приводили также некоторые рассмотренные в то время геометрические задачи.



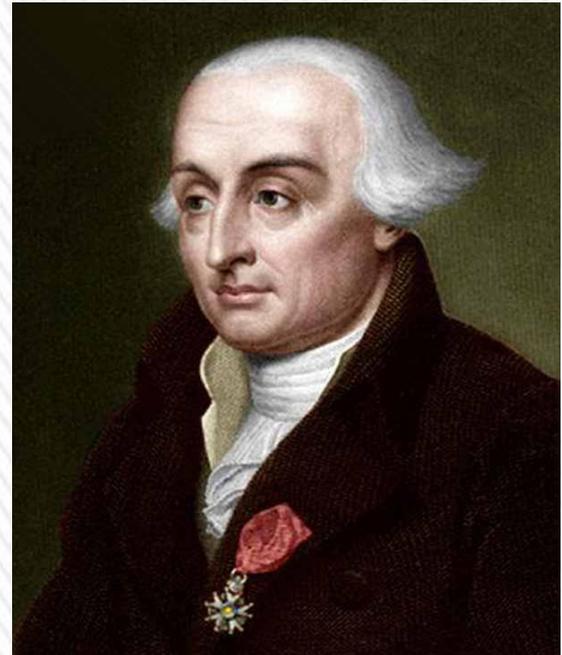
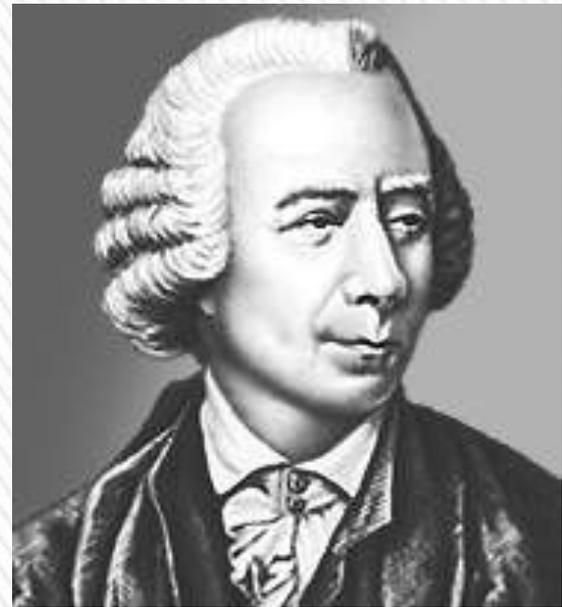
» Определяющее развитие на теорию дифференциальных уравнений оказало дифференциальное исчисление, созданное Лейбницем и Ньютоном (1642—1727). Сам термин «дифференциальное уравнение» был предложен в 1676 году



» Основным аналитическим достижением Ньютона было разложение всевозможных функций в степенные ряды. Особое значение имела здесь открытая им формула бинома Ньютона. Ньютон разложил в «ряды Тейлора» все основные элементарные функции. Это, вместе с составленной им таблицей первообразных (которая перешла в почти неизменном виде в современные учебники анализа), позволяло ему, по его словам, сравнивать площади любых фигур «за половину четверти часа».



» Из огромного числа работ XVIII века по дифференциальным уравнениям выделяются работы Эйлера (1707—1783) и Лагранжа (1736—1813). В этих работах была прежде развита теория малых колебаний, а следовательно — теория линейных систем дифференциальных уравнений; попутно возникли основные понятия линейной алгебры (собственные числа и векторы в  $n$ -мерном случае).



# ПРИМЕНЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

- » Дифференциальные уравнения находят широчайшее применение в различных областях науки и техники. Изучая какие-либо физические явления, исследователь прежде всего создает его математическую идеализацию или, другими словами, математическую модель, то есть, пренебрегая второстепенными характеристиками явления, он записывает основные законы, управляющие этим явлением, в математической форме. Очень часто эти законы можно выразить в виде дифференциальных уравнений. Такими оказываются модели различных явлений механики сплошной среды, химических реакций, электрических и магнитных явлений



» Начало качественной теории дифференциальных уравнений было положено в работах знаменитого французского математика Пуанкаре. Эти исследования Пуанкаре по обыкновенным дифференциальным уравнениям привели его к созданию основ современной топологии. Качественная теория дифференциальных уравнений, или, как теперь её чаще называют, теория динамических систем, сейчас развивается активно и имеет важные применения теории дифференциальных уравнений в естествознании.



» Из других применений дифференциальных уравнений непрерывных случайных процессов отметим работу А. Н. Колмогорова и М. А. Леонтовича о броуновском движении и работу А. Н. Колмогорова, продолжающую исследования Р. Фишера по теории естественного отбора в обширных популяциях.

