Дифференциальные уравнения

Основные понятия об обыкновенных дифференциальных уравнениях

* Обыкновенным дифференциальным уравнением *n* – го порядка для функции *y* аргумента *x* называется соотношение вида
* (1.1),
* где *F* – заданная функция своих аргументов. В названии этого класса математических уравнений термин «дифференциальное» подчеркивает, что в них входят производные (функции, образованные как результат дифференцирования); термин – «обыкновенное» говорит о том, что искомая функция зависит только от одного действительного аргумента.

Обыкновенные дифференциальные уравнения 1-го порядка – основные понятия

* **Теорема 2.1.** Если в уравнении функция и ее частная производная   непрерывны в некоторой области *D* плоскости *XOY* , и в этой области задана точка , то существует и притом единственное решение , удовлетворяющее как уравнению , так и начальному условию .

Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными

* **Определение.** Дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными называется уравнение вида (3.1)
* или уравнение вида (3.2)
* Для того, чтобы в уравнении (3.1) разделить переменные, т.е. привести это уравнение к так называемому уравнению с разделенными переменными, произвести следующие действия:
* ;
* Теперь надо решить уравнение *g*(*y*)= *0*. Если оно имеет вещественное решение *y=a*, то *y=a* тоже будет решением уравнения (3.1).

Однородные дифференциальные уравнения 1-го порядка

- **Определение 1.** Уравнение 1-го порядка называется однородным, если для его правой части при любых справедливо соотношение , называемое условием однородности функции двух переменных нулевого измерения.

Дифференциальные уравнения, приводящиеся к однородным

* Рассмотрим уравнение вида . (5.1)
* Если , то это уравнение с помощью подстановки , где и - новые переменные, а и - некоторые постоянные числа, определяемые из системы
* Приводится к однородному уравнению
* Если , то уравнение (5.1) принимает вид
* .
* Полагая *z=ax+by*, приходим к уравнению, не содержащему независимой переменной.

Обобщенное однородное уравнение

* Уравнение $M(x,y)dx+N(x,y)dy=0$ называется обобщенным однородным, если удается подобрать такое число k, что левая часть этого уравнения становится однородной функцией некоторой степени m относительно x, y, dx и dy при условии, что x считается величиной первого измерения, y – k-го измерения, dx и dy – соответственно нулевого и $(k-1)$-го измерений. Например, таким будет уравнение .

Уравнение Бернулли

* **Определение.**
* Дифференциальное уравнение вида , где , называется уравнением Бернулли.
* Предполагая, что , разделим обе части уравнения Бернулли на . В результате получим:

Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах

* **Определение.** Если в уравнении $M(x,y)dx+N(x,y)dy=0$ (9.1) левая часть есть полный дифференциал некоторой функции $U(x,y)$, то оно называется уравнением в полных дифференциалах. Это уравнение можно переписать в виде $du(x,y)=0$, следовательно, его общий интеграл есть $u(x,y)=c$.

Интегрирующий множитель

* Если уравнение $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$ не является уравнением в полных дифференциалах и существует функция $\mu = \mu(x,y)$, такая что после умножения на нее обеих частей уравнения получается уравнение
* $\mu(Mdx + Ndy) = 0$ в полных дифференциалах, т. е. $\mu(Mdx + Ndy)du$, то функция $\mu(x,y)$ называется интегрирующим множителем уравнения. В случае, когда уравнение уже есть уравнение в полных дифференциалах, полагают $\mu = 1$.

Примеры задачи Maple

* > restart; cond :=x(0)=1,y(0)=2:
* > sys:=diff(x(t),t)=2*y(t)*sin(t)-x(t)-t,diff(y(t),t) = x(t):
* > F:=dsolve({sys,cond},[x(t),y(t)],numeric):
* > with(plots):
* > p1:= odeplot (F,[t , x(t)],-3..7,color= black, thickness=2,linestyle=3):
* > p2:=odeplot(F,[t , x(t)],-3..7,color= green, thickness=2):
* > p3:=textplot([3.5,8,"x(t)"],font=[TIMES,ITALIC, 12]):
* > p4:=textplot([5,13,"y(t)"],font=[TIMES,ITALIC, 12]):
* > display(p1,p2,p3,p4);

* > restart;
* **> de:=diff(y(x),x)+y(x)*cos(x)=sin(x)*cos(x);**

* **> dsolve(de,y(x));**

Выполнил

* Ст.гр. Ози -11 Камбаралиев А. А.