

ДИСТРИБУТИВНО- ЛАГОВЫЕ МОДЕЛИ

Понятие дистрибутивно-лаговой модели

- Модель с распределенными лагами

(дистрибутивно-лаговая модель) – модель,

регрессорами в которой являются не только текущие,

но и прошлые (лаговые, задержанные) значения

независимых переменных.

$$y_t = \alpha + \beta_0 x_t + \beta_1 x_{t-1} + \beta_2 x_{t-2} + \varepsilon_t$$

Виды моделей

- *конечная дистрибутивно-лаговая модель*

$$y_t = \alpha + \beta_0 x_t + \beta_1 x_{t-1} + \beta_2 x_{t-2} + \dots + \beta_k x_{t-k} + \varepsilon_t$$

- *бесконечная дистрибутивно-лаговая модель*

$$y_t = \alpha + \beta_0 x_t + \beta_1 x_{t-1} + \beta_2 x_{t-2} + \dots + \varepsilon_t$$

Объяснение коэффициентов

- β_0 - краткосрочный (влияющий) мультипликатор
- $\beta_0 + \beta_1$ - изменение y во второй период
- $\beta_0 + \beta_1 + \beta_2$ - изменение y в третий период
- И т.д.

Объяснение коэффициентов

- Все частичные суммы называются *промежуточными мультипликаторами (интервалами)*
- Через k периодов:

$$\sum_{i=0}^k \beta_i = \beta_0 + \beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_k = \beta -$$

долгосрочный (общий) дистрибутивно-лаговый мультипликатор

Объяснение коэффициентов

*Стандартизированные коэффициенты
дистрибутивно-лаговой модели*

$$\beta_i^* = \frac{\beta_i}{\sum_{i=0}^k \beta_i} = \frac{\beta_i}{\beta}$$

Частные суммы стандартизированных β_i^* показывают пропорцию долгосрочного (общего) влияния переменной x на изменение значения y в некоторый временной период

Причины и виды лагов

- Между причиной и следствием, стимулирующим действием и его эффектом, вложением ресурсов и получением продукции почти всегда существует некоторый промежуток времени, который называется **временным лагом** (лагом запаздывания, просто лагом)

Четыре основные причины возникновения лагов

- *Социально-экономические*
- *Психологические*
- *Технологические*
- *Институциональные*

Важность лагов в экономике

- краткосрочная эластичность с точки зрения дохода значительно меньше, чем долгосрочная, также и краткосрочная граничная склонность к потреблению значительно меньше, чем долгосрочная граничная склонность к потреблению

Виды лагов

- *инвестиционный*
- *демографический*

Виды лагов

- **Инвестиционный лаг** охватывает промежуток времени от начала проектирования объекта до его введения в эксплуатацию на полную мощность
- **Демографический лаг** охватывает период от рождения человека до вступления его в трудоспособный возраст или до начала трудовой деятельности после получения образования

Сосредоточенный и распределенный лаги

- Если значение лага четко определено во времени, его называют *сосредоточенным*

$$y_t = f(x_{t-\tau}),$$

τ – лаг.

- Если лаг получает значение из некоторого промежутка времени, то его называют *распределенным*, а модели, которые его используют, – *дистрибутивно-лаговыми*.. (с англ. *distribution* – распределение)

Медианный и средний лаги

- Используются для измерения скорости реагирования результирующей переменной y на изменение факторного признака x

Медианный лаг

- *Медианный лаг* – это время, необходимое для половинного (50%) общего изменения результирующей переменной после единичного изменения факторного признака
- для модели Койка $-\left(\frac{\log 2}{\log \lambda}\right)$
- λ – темп снижения распределенного лага ($0 < \lambda < 1$)

Средний лаг

- *Средний лаг* является взвешенным средним всех лагов, которые содержит модель, с соответствующими коэффициентами β_i . Средний лаг вычисляется по формуле

$$\frac{\sum_{i=0}^{\infty} i\beta_i}{\sum_{i=0}^{\infty} \beta_i}$$

Для модели Койка $\frac{\lambda}{1-\lambda}$

Модель потребления

- Прибавка в зарплате – 480 грн. в месяц
- Реакция потребителя:
- Прирост потребления в первый месяц – 50% (240 грн.)
- Прирост потребления во второй месяц – дополнительно 25% (к базовому уровню) (120 грн.)
- Прирост потребления в третий месяц – дополнительно 15% (к базовому уровню) (72 грн.)

Функция потребления

- $y = \alpha + 0,5x_t + 0,25x_{t-1} + 0,15x_{t-2} + \varepsilon_t$
- α – начальный прирост затрат на потребление,
- t – номер временного периода (месяца)
- Функция потребления - дистрибутивно-лаговая модель, которая показывает, что эффект повышения дохода на 480 грн. распределен на 3 месяца в соответствии с приведенными выше допущениями

Мультипликаторы

- Краткосрочный – представляет краткосрочную граничную склонность к потреблению – 0,5
- Долгосрочный – показывает долгосрочную склонность к потреблению – 0,9 (0,5+0,25+0,15)
- Долгосрочное влияние повышения дохода на 1 грн. на прирост затрат на потребление составляет 0,9 грн.

Стандартизированные коэффициенты

- 0,5556,
- 0,2778
- 0,1666

- 55,56% общего влияния прироста дохода на повышение затрат на потребление будут ощущаться в первом периоде,
- 83,34% – через месяц и
- 100% в конце 3 месяца

Пример:

Исследование зависимости между денежным предложением и индексом потребительских цен

- Временной лаг между увеличением денежного предложения и повышением цен составляет от 3 до 20 кварталов

- Дистрибутивно-лаговая модель взаимосвязи между уровнем инфляции и денежным предложением имеет следующий вид

- $$P = -0,146 + \sum_{t=0}^{20} m_t M_t,$$

- (Keith M. Carlson)

- P – годовая норма прироста дефлятора ВВП,
- M_t – годовая норма прироста денежного предложения в период времени t ,
- m_t – годовая норма инфляции в период t .

Параметры дистрибутивно-лаговой модели взаимосвязи между уровнем инфляции и денежным предложением

Показатель	Коэффициент	Показатель	Коэффициент
	0,041		0,069
	0,034		0,072
	0,030		0,073
	0,029		0,072
	0,030		0,069
	0,033		0,062
	0,037		0,053
	0,042		0,039
	0,048		0,022
	0,054	—	—
	0,059		1,031
	0,065	Средний лаг	10,959

Объяснение

- m_t показывает эластичность P по отношению к M , которая является процентным изменением цены, возникающим вследствие увеличения денежного предложения на 1%.
- $m_0 = 0.041$ означает, что при увеличении денежного предложения на 1% краткосрочная ценовая эластичность составит 0,041%.
- Долгосрочная эластичность прироста дефлятора ВВП по отношению к приросту денежного предложения - 1,031%.
- В долгосрочной перспективе увеличение на 1 % денежного предложения приведет примерно к такому же проценту роста цен, т.е. при увеличении денежного предложения в долгосрочном периоде уровень инфляции увеличится чуть более, чем на 1%

Методы оценивания параметров дистрибутивно-лаговых моделей

- Последовательного оценивания;
- Априорного оценивания (допуская, что переменная имеет некоторую систематическую закономерность)

Последовательное оценивание параметров дистрибутивно-лаговых моделей

1) Строится парная линейная корреляционно-регрессионная модель, отражающая зависимость y_t от x_t

$$\tilde{y}_t = a^{(1)} + b_0^{(1)} x_t$$

Последовательное оценивание

2) Строится двухфакторная линейная корреляционно-регрессионная модель, которая отражает зависимость y_t от x_t и x_{t-1}

$$\tilde{y}_t = a^{(2)} + b_0^{(2)} x_t + b_1^{(2)} x_{t-1}$$

3) Строится трехфакторная линейная корреляционно-регрессионная модель, которая отражает зависимость y_t от x_t , x_{t-1} и x_{t-2}

$$\tilde{y}_t = a^{(3)} + b_0^{(3)} x_t + b_1^{(3)} x_{t-1} + b_2^{(3)} x_{t-2}$$

• И т.д.

Последовательное оценивание

- Последовательное построение множественных корреляционно-регрессионных моделей заканчивают, когда параметры при лаговых переменных $x_{t-\tau}$ становятся статистически незначимыми или коэффициент регрессии хотя бы при одной лаговой переменной сменит свой знак.

Недостатки метода

- В начале построения бесконечной дистрибутивно-лаговой модели не известна максимальная длина лага.
- Лаговые значения $x_{t-\tau}$ экзогенной переменной могут коррелировать между собой, что приведет к проблеме мультиколлинеарности.
- С каждым шагом метода при проверке нулевой гипотезы о значимости модели и ее параметров остается все меньше и меньше степеней свободы, что снижает точность последовательных множественных моделей (объем выборки остается постоянным, а количество факторов увеличивается).

Пример

- Имеется выборочная совокупность данных о величинах прибыли и затрат на обновление производства

Номер временного периода	Прибыль, тыс. грн.	Затраты на обновление производства, тыс. грн.
1	17,48	74,62
2	15,88	79,02
3	16,74	89,09
4	20,02	103,07
5	24,80	119,83
6	25,36	122,39
7	27,66	139,63
8	31,89	159,98
9	37,14	179,34
10	45,34	203,42
11	53,09	218,19
12	59,81	237,61
13	57,04	224,75
14	54,92	240,88
15	65,61	267,93

Первый этап

- строим модель парной зависимости вида -
- $y_t = \alpha^{(1)} + \beta_0^{(1)} x_t + \varepsilon_t$.
- Корреляционно-регрессионная модель
- $\tilde{y}_t = a^{(1)} + b_0^{(1)} x_t$: $\tilde{y}_t = -6,82318 + 0,2663x_t$
- Показатели значимости модели и ее параметров:
 $F_{\text{расч.}} = 539,5$, значимость $F = 5,71\text{E} - 12$,
- $R^2 = 0.976$,
- статистики Стьюдента: для $a^{(1)}$ $t_{\text{расч. } a^{(1)}} = -3,388$ при P – значении = 0,00485, для $b_0^{(1)}$ $t_{\text{расч. } b^{(1)}} = 23,227$ при P – значении = 5,71E – 12.

Второй этап

- строим и оцениваем модель вида
- $y_t = \alpha^{(2)} + \beta_0^{(2)} x_t + \beta_1^{(2)} x_{t-1} + \varepsilon_t$
- Уравнение множественной регрессии:
- $\tilde{y}_t = -7,61584 + 0,135x_t + 0,14596x_{t-1}$
- Показатели значимости модели и ее параметров:
 $F_{\text{расч.}} = 423,79$, значимость $F = 3,91\text{E} - 11$,
- $R^2 = 0.987$,
- статистики Стьюдента: для $a^{(2)}$ $t_{\text{расч. } a^{(2)}} = -4,34$ при P – значении = 0,00117, для $b_0^{(2)}$ $t_{\text{расч. } b_0^{(2)}} = 2,314$ при P – значении = 0,041, для $b_1^{(2)}$ $t_{\text{расч. } b_1^{(2)}} = 2,314$ при P – значении = 0.0336

Третий этап

- оцениваем параметры модели, содержащей 3 объясняющие переменные
- $y_t = \alpha^{(3)} + \beta_0^{(3)}x_t + \beta_1^{(3)}x_{t-1} + \beta_2^{(3)}x_{t-2} + \varepsilon_t$
- уравнение множественной регрессии:
- $\tilde{y}_t = -9,268 + 0,154x_t + 0,1864x_{t-1} - 0,0564x_{t-2}$
- При общей значимости уравнения ($F = 241.3, P = 6,48E - 09, R^2 = 0.988$) и
- оценок параметров
 $a^{(3)}(t = -4.33, P = 0.002), b_0^{(3)}(t = 2.54, P = 0.032)$ и $b_1^{(3)}(t = 2.2, P = 0.055)$
- оценка $b_2^{(3)}$ оказалась незначимой ($t = -0,8888, P = 0.397$).

Вывод

- В качестве конечно дистрибутивно-лаговой модели принимаем модель, содержащую 2 переменные: x_t и x_{t-1} :
- $\tilde{y}_t = -7,61584 + 0,135x_t + 0,14596x_{t-1}$

Краткосрочный эффект

- Краткосрочный, или влияющий мультипликатор показывает влияние ожидаемой прибыли x на изменение затрат на обновление производства y в текущий период времени в размере $b_0 = 0.135$.
- В текущий момент времени с каждой дополнительной гривни, которую используют на обновление производства, получают 13,5 коп. прибыли.

Долгосрочный эффект

- Долгосрочный или общий мультипликатор показывает влияние затрат, использованных на обновление производства, на изменение величины ожидаемой прибыли на протяжении 2-х периодов времени и составляет $b = b_0 + b_1 = 0,135 + 0,14596 = 0,28096$,
- На протяжении двух временных периодов с каждой дополнительной гривни, потраченной на обновление производства, получаем 28,096 коп. прибыли

Стандартизированные значения промежуточных мультипликаторов β_i^*

- показывают пропорцию долгосрочного влияния за некоторый временной период.
- $\beta_1^* = \frac{0,135}{0,28096} = 0,4805$
- $\beta_2^* = \frac{0,14596}{0,28096} = 0,5195$
- На протяжении текущего периода имеем 48,05% общего влияния единичного изменения величины затрат на обновление производства на величину прибыли, а на протяжении второго периода – 51,95%.