* Доказательство теоремы

Производная обратной функции

* Если f и g – взаимно обратные функции, $f'(q) \neq 0$ и $p = f(q)$, то

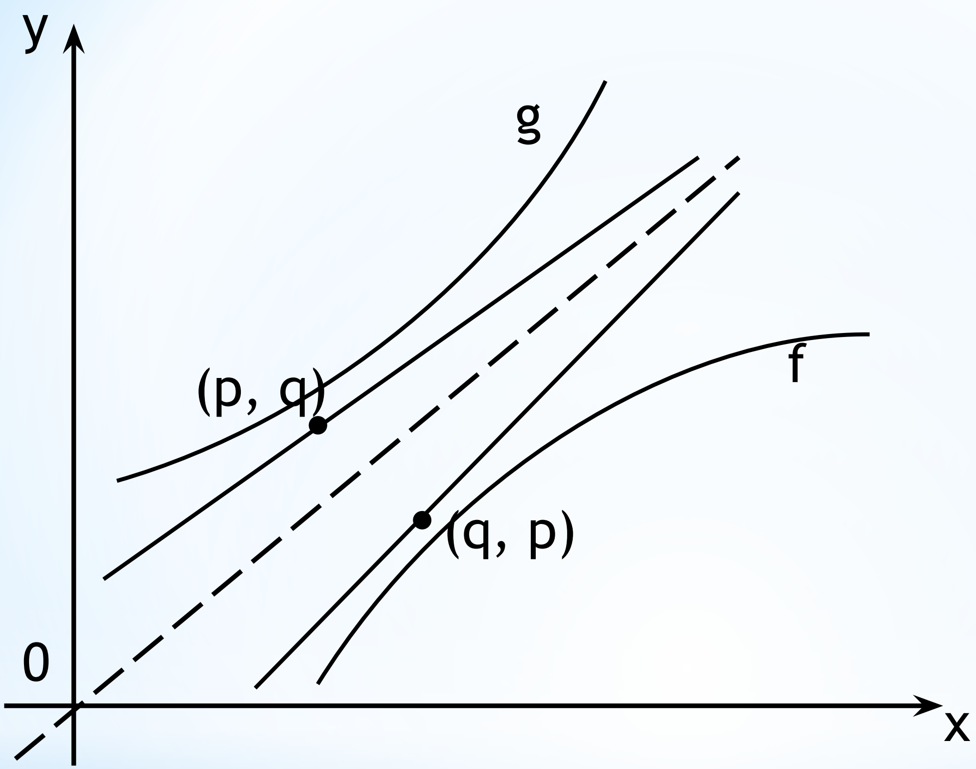
$$g'(p) = \frac{1}{f'(g(p))}$$

*Определение

Графики функции f и g симметричны относительно прямой $y=x$. Так как $f'(q)\neq 0$, то график функции f в точке $(q, f(q))$ имеет касательную – это прямая $l \nparallel Ox$. После симметрии относительно прямой y=x график функции f переходит в график функции g, точка $(q, f(q))$ переходит в точку $(f(q),q)= (p, g(p))$, а прямая l переходит в прямую, которая очевидно, касается графика функции g в точке $(p, g(p))$

Доказательство

График



*График

Таким образом, график функции g в точке

$(p, g(p))$ имеет касательную и потому существует $g'(p)$. Поскольку $f(g(x))=x$, то производные в точке p левой и правой части равны, т.е. $1=g'(p)f'(g(p))$, откуда следует формула

*Доказательство

График