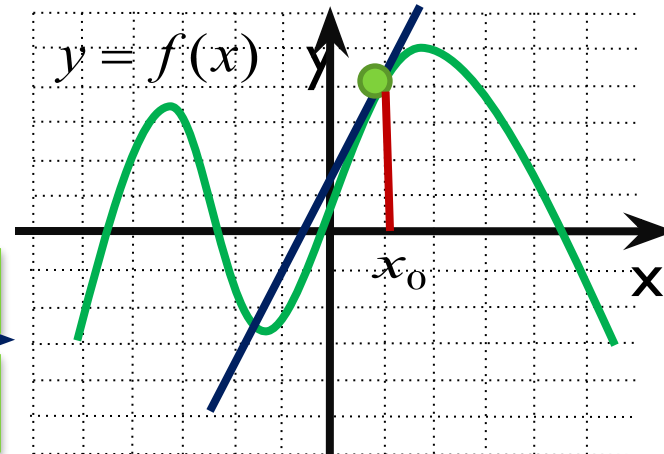
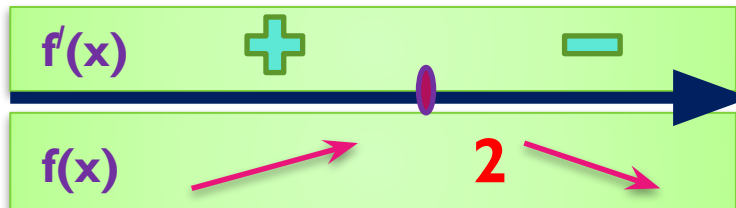




**ЕГЭ**

# Производная в заданиях уровня В.



Учитель высшей категории Сильченкова С.Н.,  
г.Белый Тверской обл.

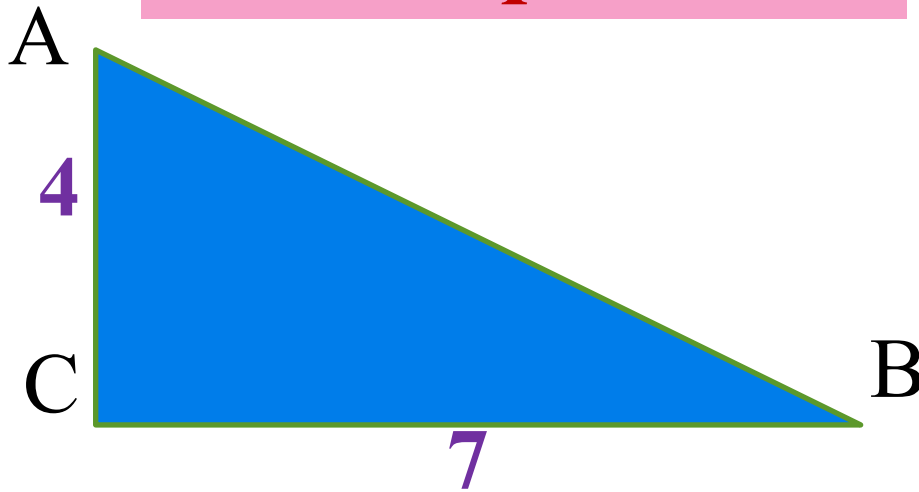
# Цели урока

- повторить и обобщить теоретические знания по темам: «Геометрический смысл производной», «Применение производной к исследованию функций»
- рассмотреть все типы задач В8, встречающиеся на ЕГЭ по математике
- проверить свои знания при самостоятельном решении задач
- научиться вносить свой ответ в экзаменационный бланк ответов

# ТЕМА I

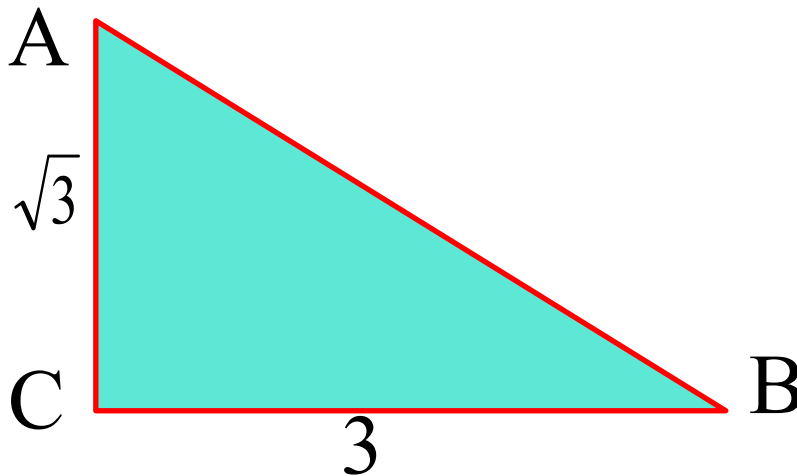
## *Геометрический смысл производной*

## Устная работа



$\operatorname{tg} A$  -?

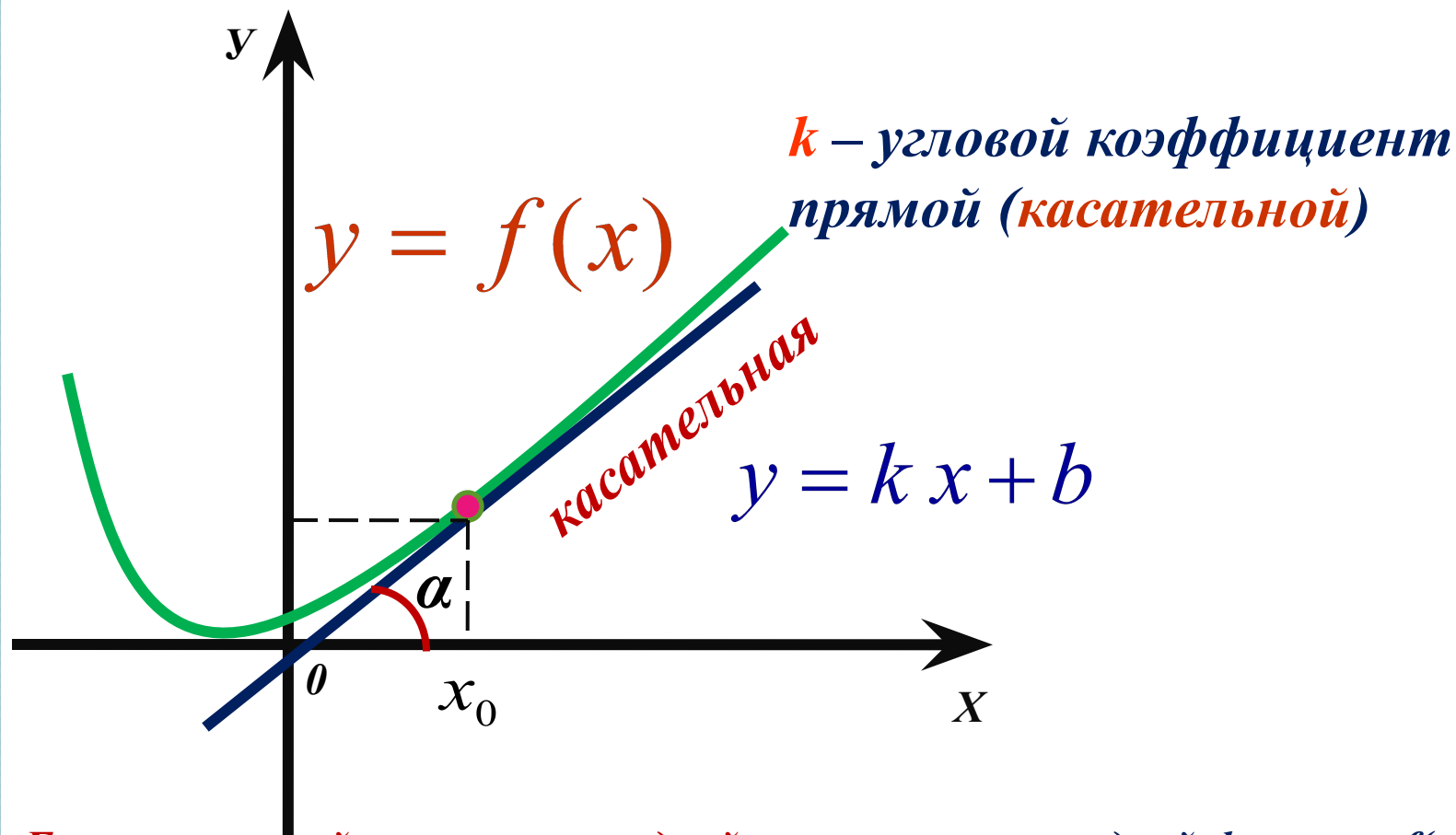
$\operatorname{tg} B$  -?



Вычислите  
 $\operatorname{tga}$ , если  
 $\alpha = 135^\circ,$   
 $120^\circ, 150^\circ$

Найдите градусную меру  $\angle B$

Найдите градусную меру  $\angle A$

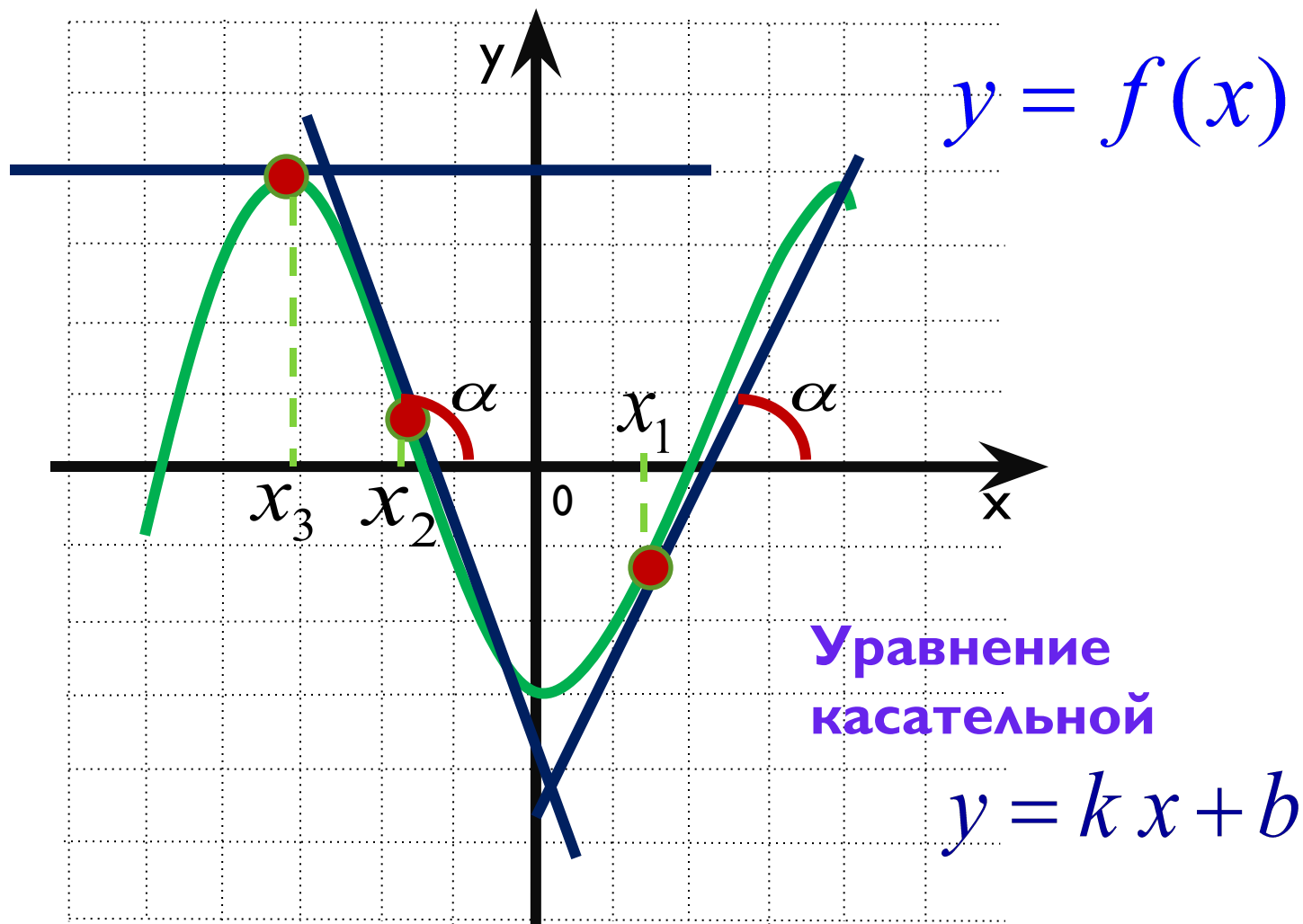


**Геометрический смысл производной:** значение производной функции  $f(x)$  в точке с абсциссой  $x_0$  равно угловому коэффициенту касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке  $(x_0; f(x_0))$ , т.е.  $f'(x_0) = k$

Поскольку  $k = \operatorname{tg} \alpha$ , то верно равенство  $f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = k$

Если  $\alpha < 90^\circ$ , то  $k > 0$ .

Если  $\alpha > 90^\circ$ , то  $k < 0$ .



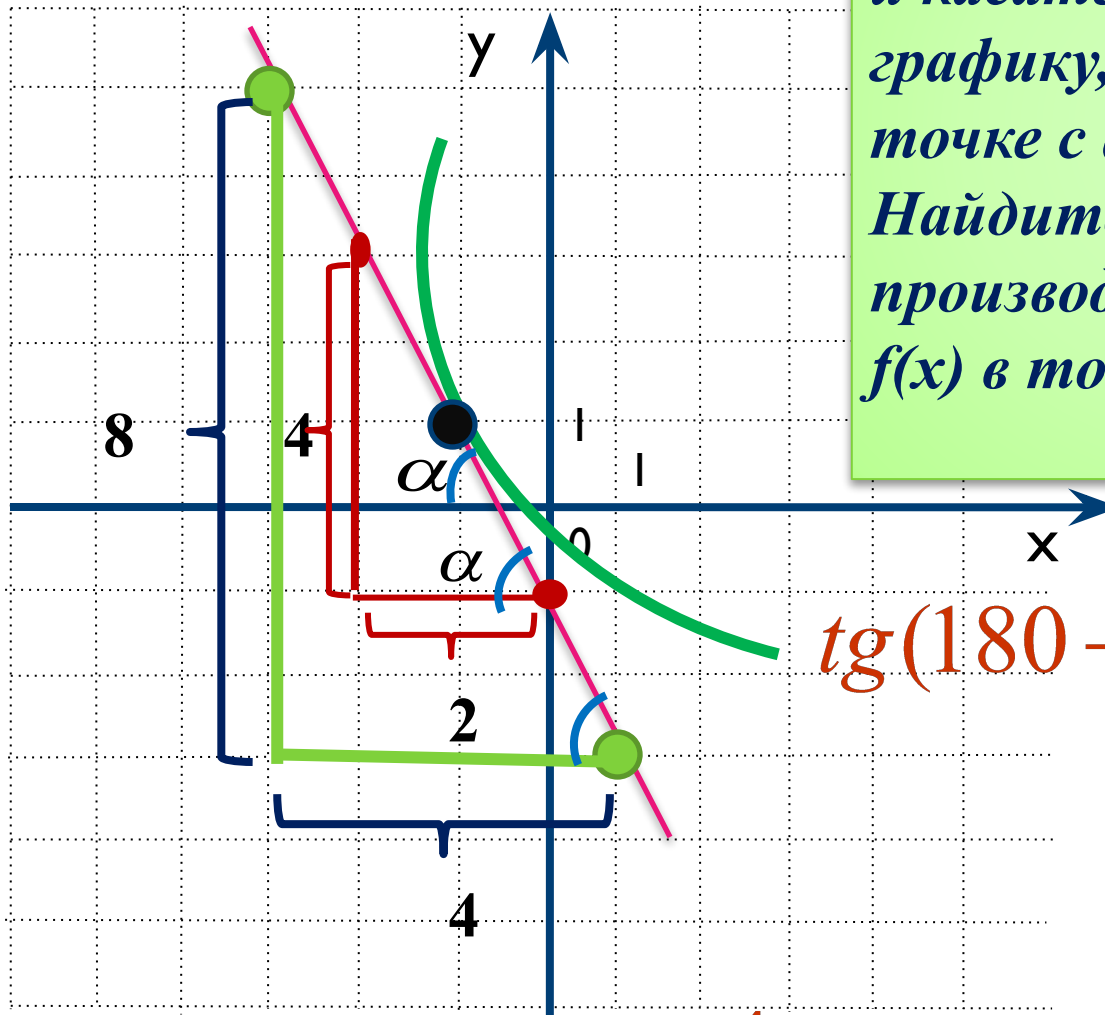
Если  $\alpha = 0^\circ$ , то  $k = 0$ . Касательная параллельна оси  $Ox$ .

□ *Острый или тупой угол образует касательная к графику функции в точке  $x_0$  с положительной полуосью  $Ox$ ?*

□ *Чему равен тангенс угла наклона касательной к графику функции  $y = x^2 + 2$  в точке  $x_0 = -1$ ?*

## Задание №1.

На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведённая в точке с абсциссой  $-1$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0 = -1$ .



$$\operatorname{tg}(180 - \alpha) = -\operatorname{tg}\alpha$$

$$f'(x_0) = \operatorname{tg}\alpha$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{4}{2}$$

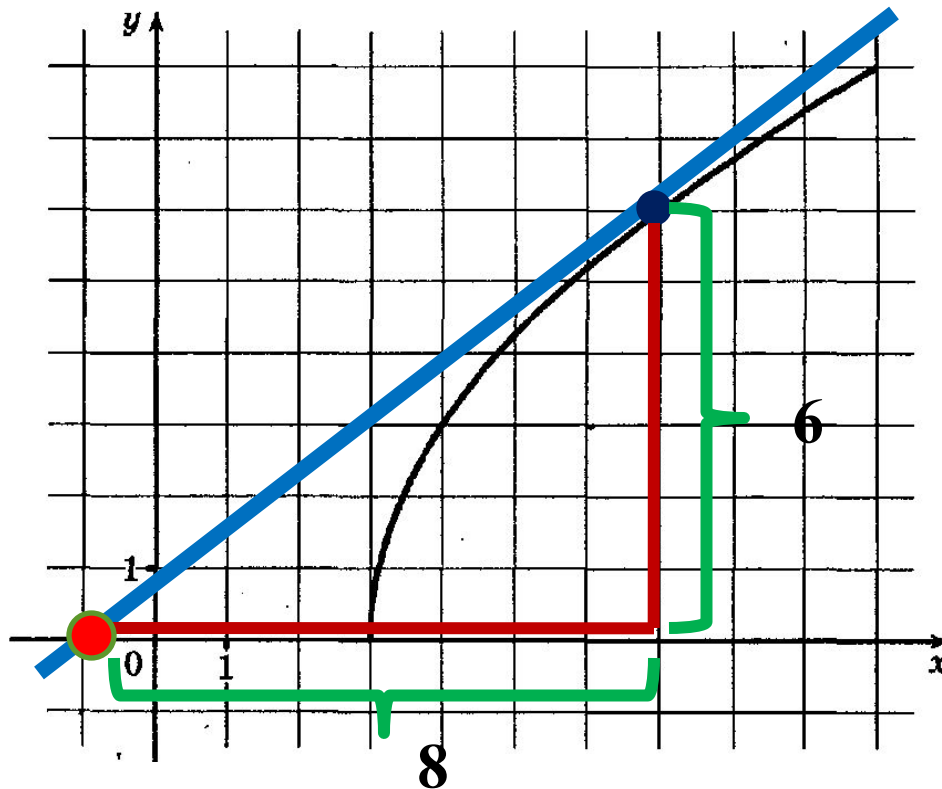
$$f'(x_0) = -2$$

ПОДСКАЗКА



## Задание №2.

На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ . Прямая, проходящая через точку  $(-1; 0)$ , касается графика этой функции в точке с абсциссой 7. Найдите  $f'(7)$ .

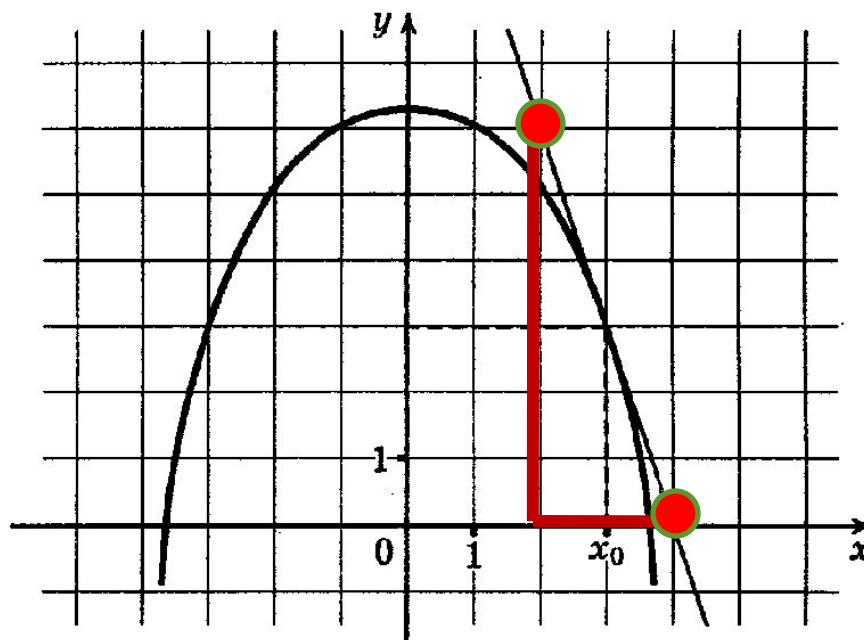


Ответ:

В 8 0 , 7 5

## Задание №3.

На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной  $f'(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ:

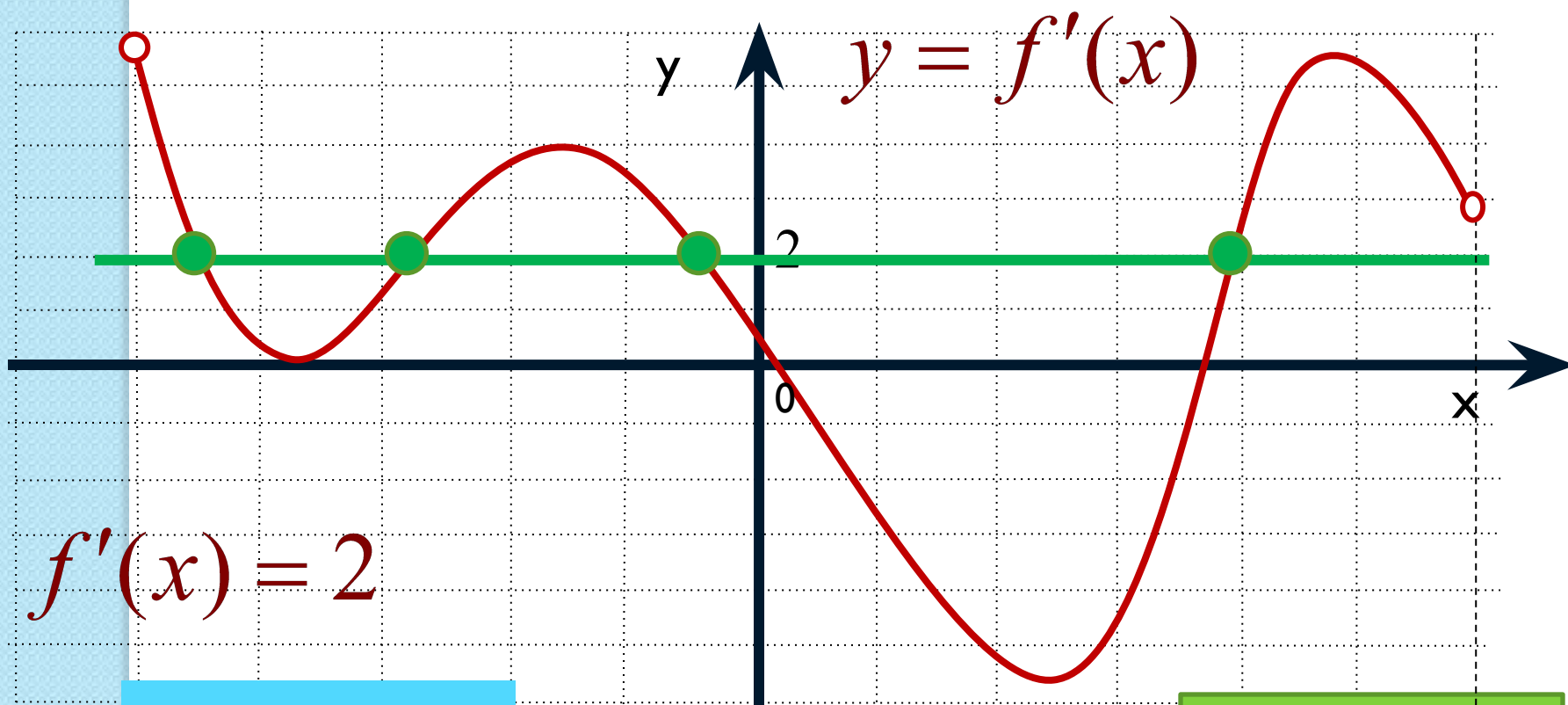
В 8

-

3

## Задание №4.

На рисунке изображён график производной функции  $y = f'(x)$ , определённой на интервале  $(-5; 6)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции  $y = f(x)$  параллельна прямой  $y = 2x - 5$  или совпадает с ней.



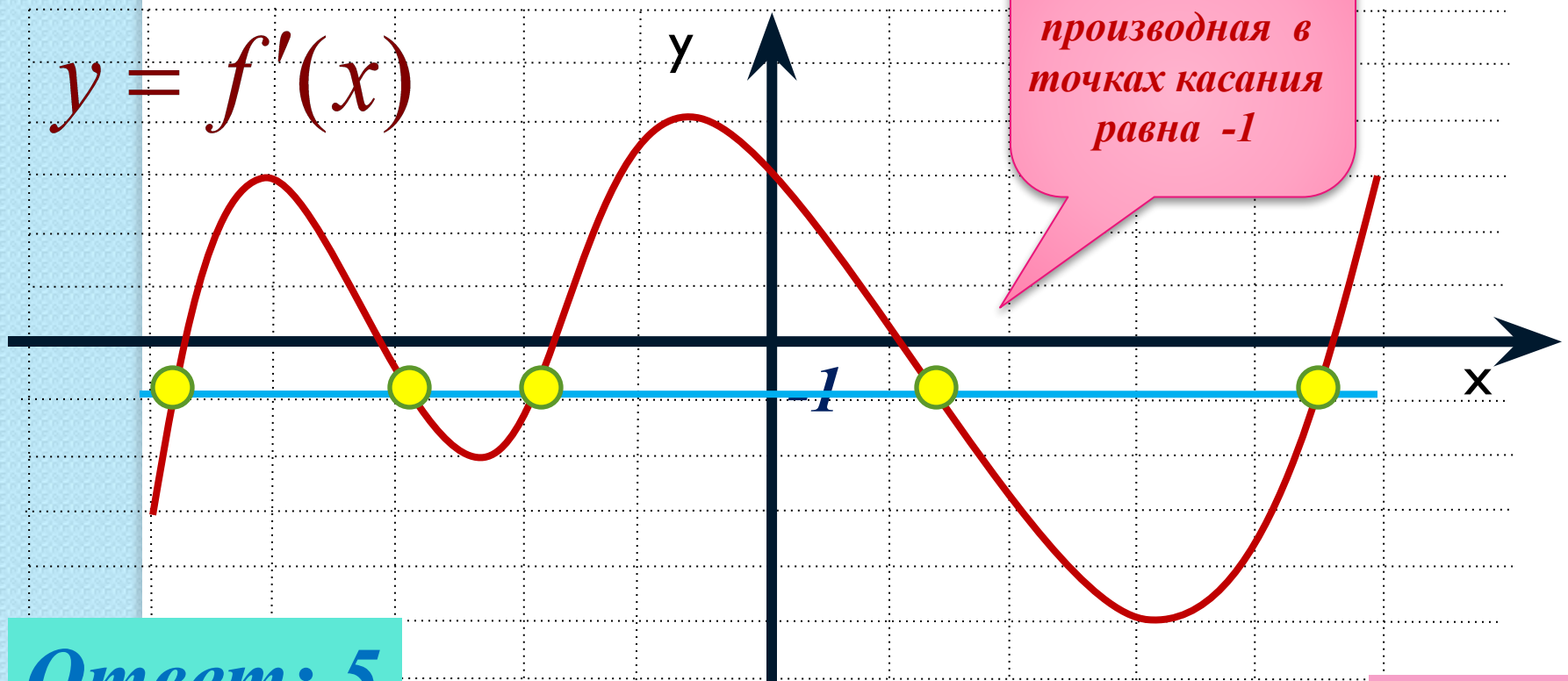
**Ответ: 4**

Учитель высшей категории Сильченкова С.Н.,  
г.Белый Тверской обл.

подсказка

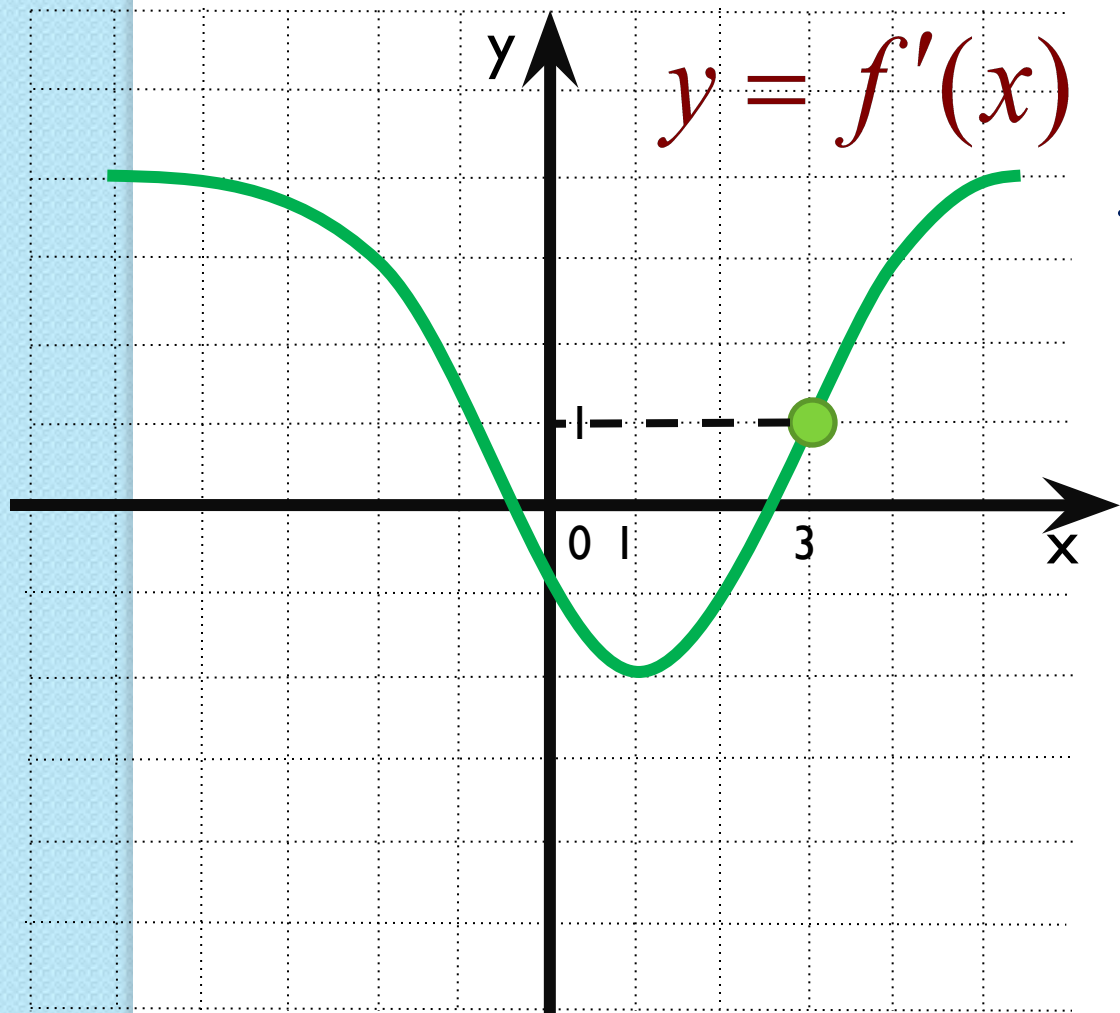
## Задание №5

К графику функции  $y = f(x)$  провели касательные под углом  $135^\circ$  к положительному направлению оси  $Ox$ . На рисунке изображён график производной функции. Укажите количество точек касания.



Ответ: 5

## Задание №6



К графику функции  $y = f(x)$  проведена касательная в точке с абсциссой  $x_0 = 3$ . Определите градусную меру угла наклона касательной, если на рисунке изображён график производной этой функции.

$$f'(x_0) = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 1$$

$$\alpha = 45^\circ$$

Ответ:

В8

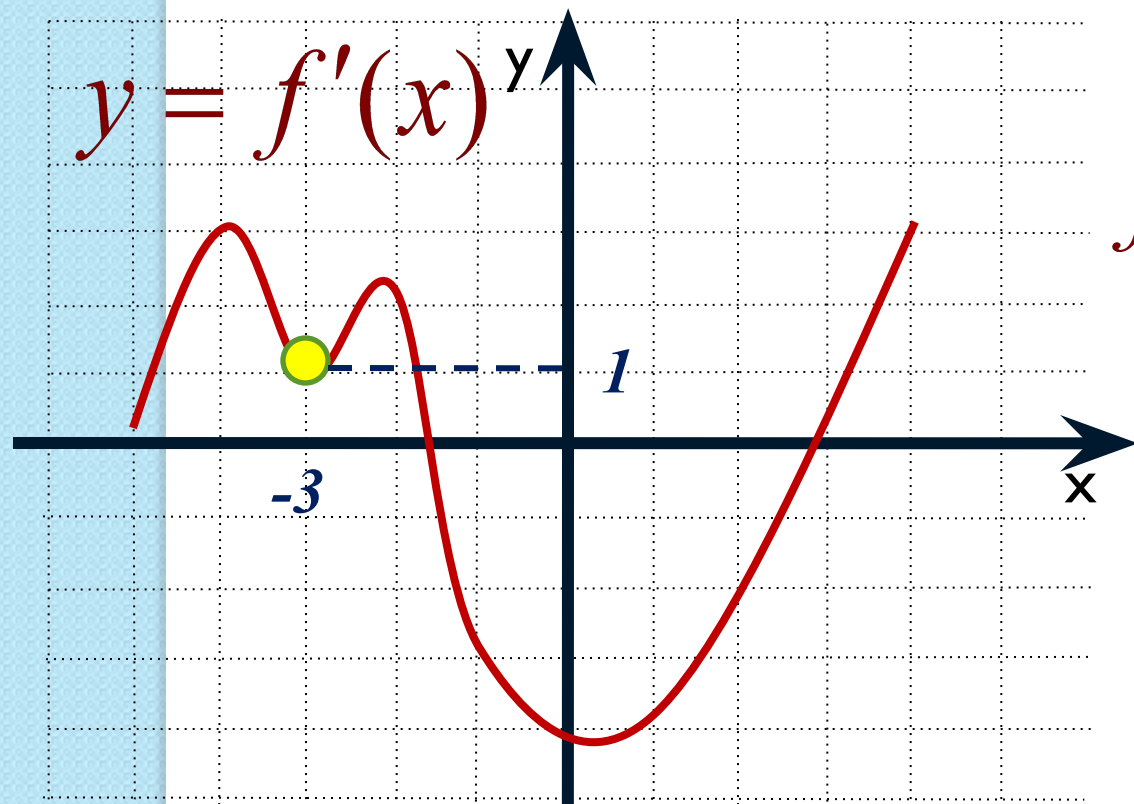
4

5

## Задание №7

Учитель высшей категории Сильченкова С.Н.,  
г.Белый Тверской обл.

По графику производной функции определите величину угла в градусах между положительным направлением оси  $Ox$  и касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0 = -3$ .



$$f'(-3) = 1 = \operatorname{tg} \alpha$$

Ответ:

В8

4

5

В8	4	5						
----	---	---	--	--	--	--	--	--

## Задание

**№8**

Прямая  $y = 8x + 11$  параллельна касательной к графику функции  $y = x^2 + 7x - 7$ . Найдите абсциссу точки касания.

<b>В8</b>	<b>0</b>	<b>,</b>	<b>5</b>				
-----------	----------	----------	----------	--	--	--	--

**Ответ:**

[подсказка](#)

## Задание

**№9**

Прямая  $y = -4x - 11$  является касательной к графику функции  $y = x^3 + 7x^2 + 7x - 6$ . Найдите абсциссу точки касания.

<b>В8</b>	<b>-</b>	<b>1</b>					
-----------	----------	----------	--	--	--	--	--

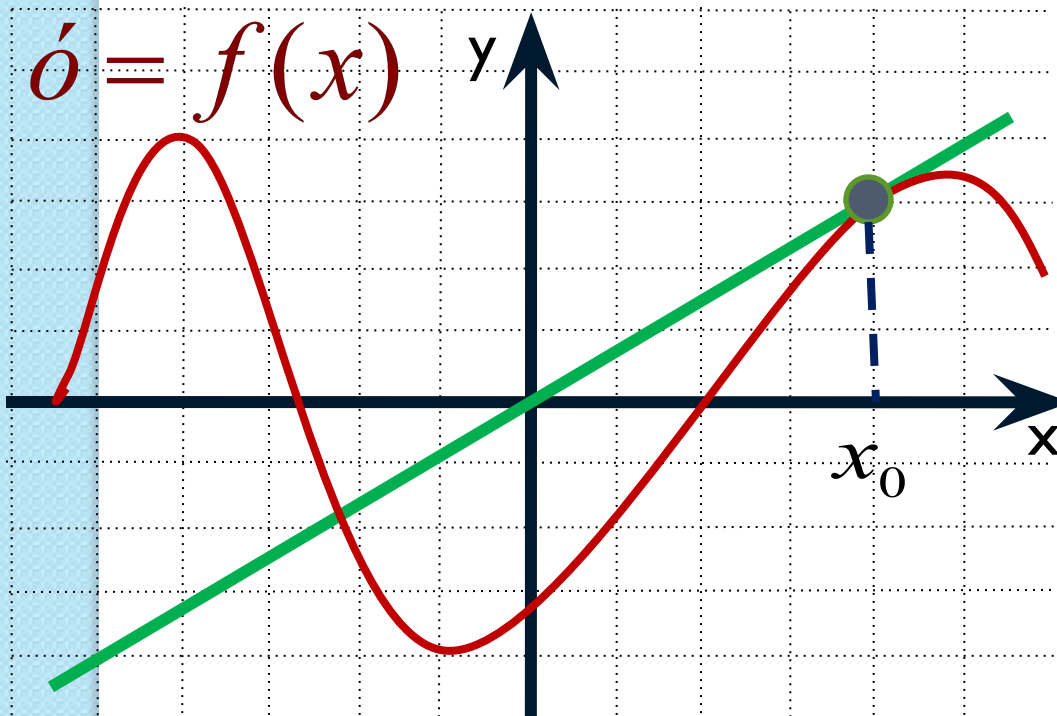
**Ответ:**

Учитель высшей категории Сильченкова С.Н., г.Белый Тверской обл.

[подсказка](#)

## Задание №10

Прямая проходит через начало координат и касается графика функции  $y = f(x)$ . Найдите производную в точке  $x = 4$ .



Производная функции в точке  $x = 4$  – это производная в точке касания  $x_0$ , а она равна угловому коэффициенту касательной или тангенсу угла наклона касательной к положительному направлению оси  $ox$

ПОДСКАЗКА

Ответ:

В8

0

,

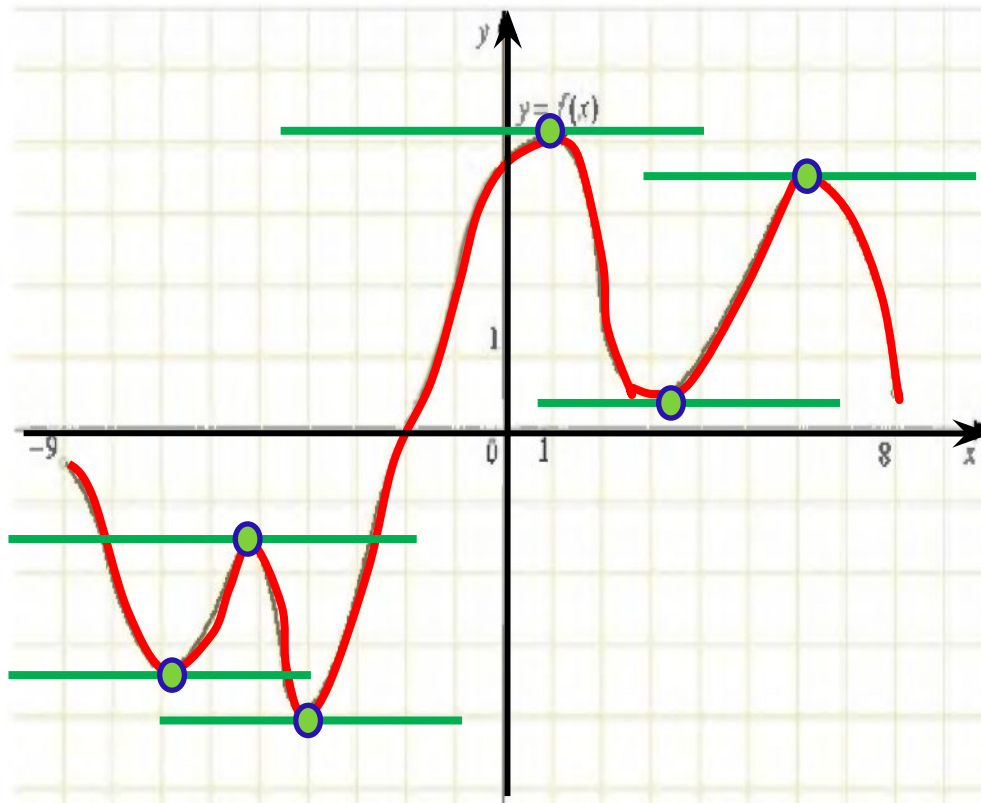
7

5



# Задание №11

На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-9; 8)$ .  
Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой  $y = 10$ .



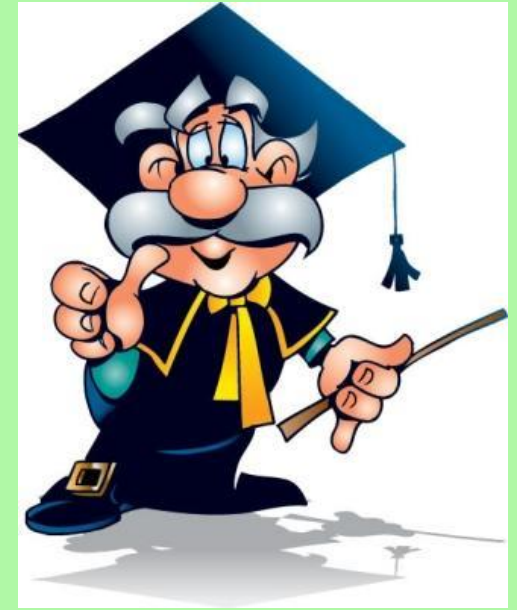
**Ответ**

**В8**

**6**

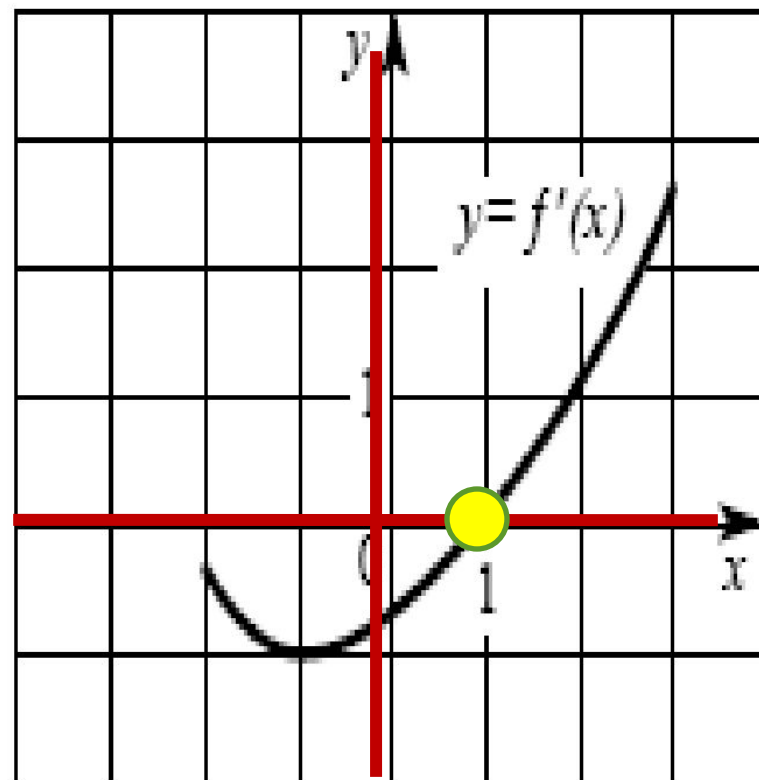
--	--	--	--	--	--	--	--	--

***Решите  
самостоятельно  
следующие  
задания***



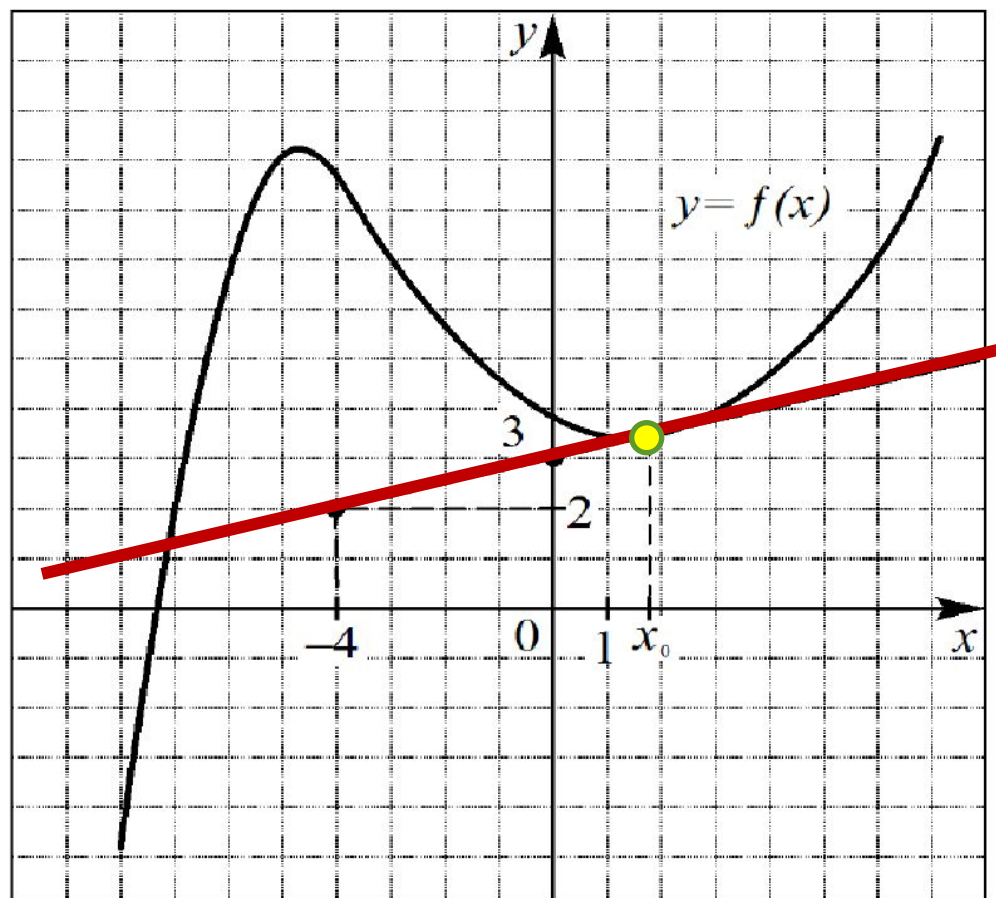
# №1

На рисунке изображен график производной  $y = f'(x)$  некоторой функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-2; 3)$ . Укажите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции  $y = f(x)$  параллельна прямой  $y = -3$  или совпадает с ней.



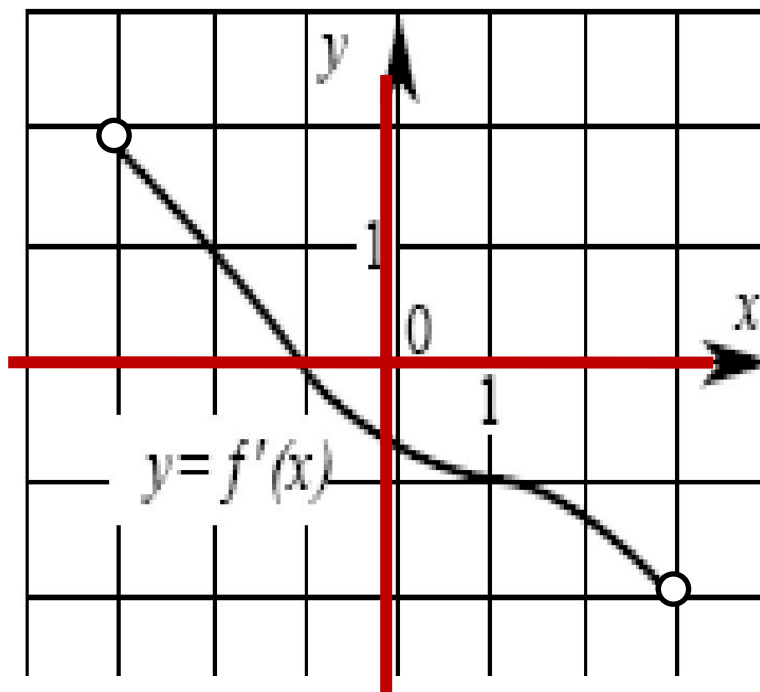
# №2

На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведенная в точке  $x_0$ . Пользуясь рисунком, найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



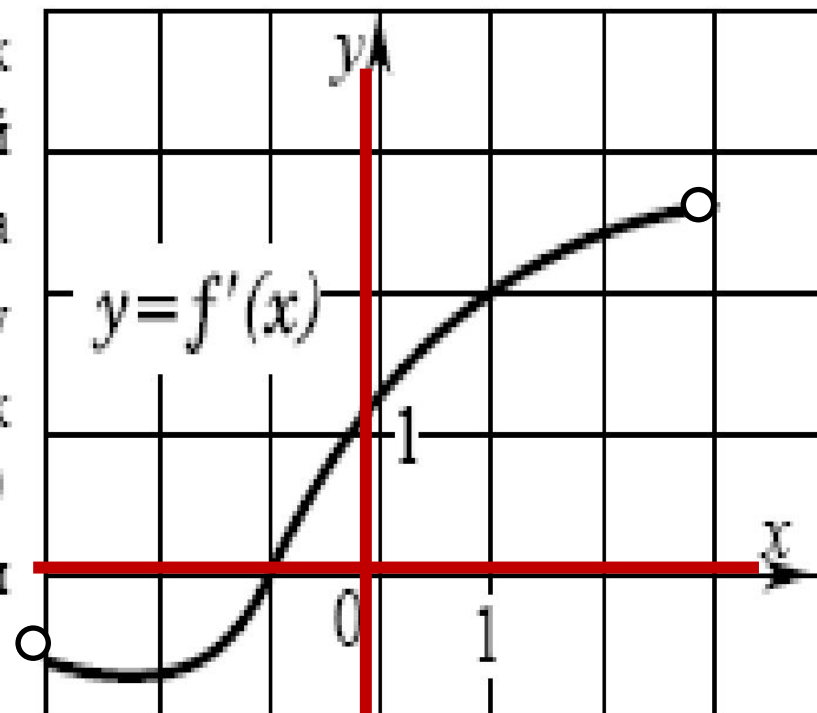
# №3

На рисунке изображен график производной  $y = f'(x)$  некоторой функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-3; 3)$ . Укажите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции  $y = f(x)$  параллельна прямой  $y = 4 - x$  или совпадает с ней.



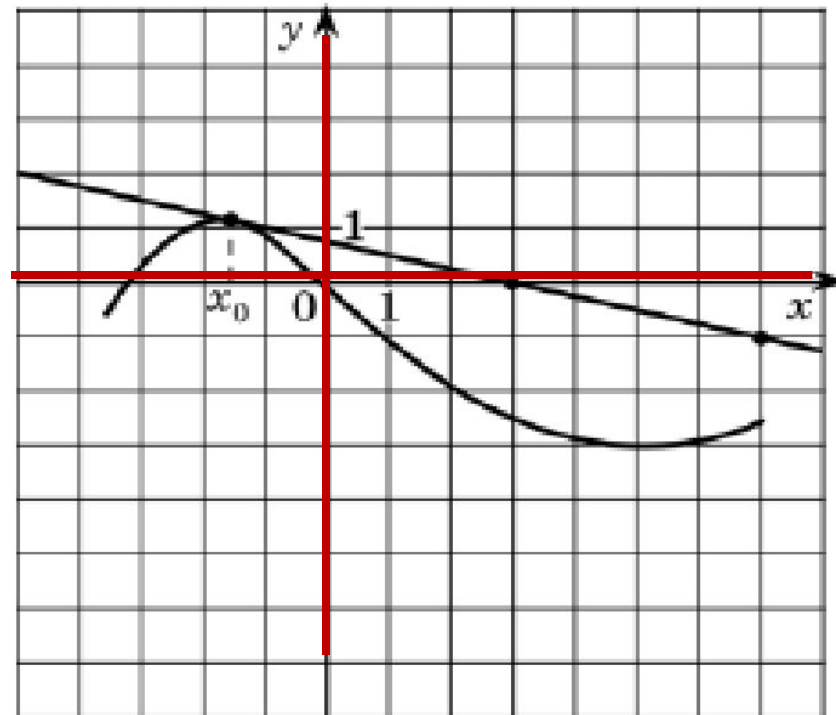
# №4

На рисунке изображен график производной  $y = f'(x)$  некоторой функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-3; 3)$ . Укажите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции  $y = f(x)$  параллельна прямой  $y = 2x$  или совпадает с ней.



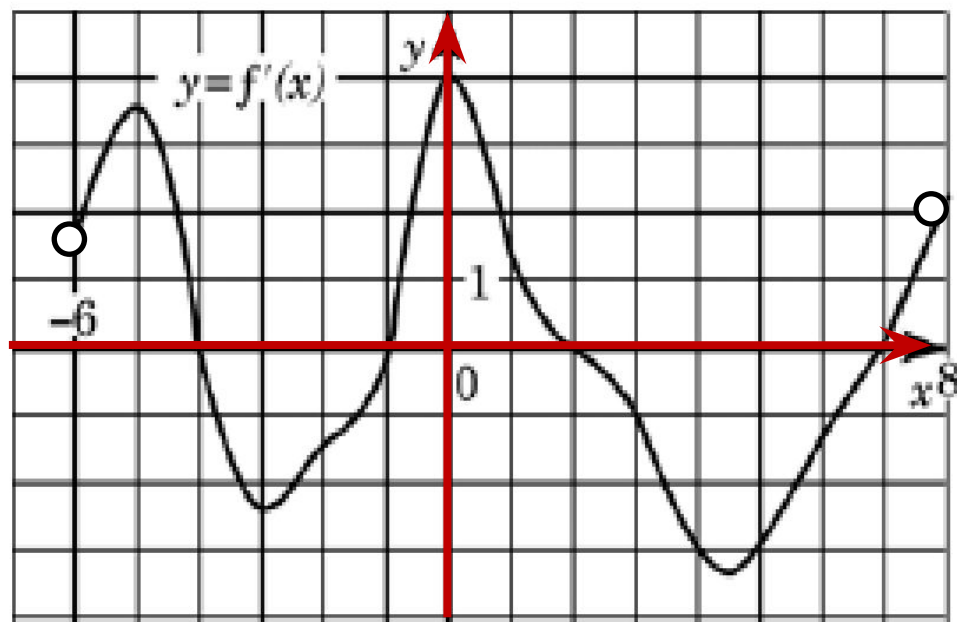
# №5

На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



# №6

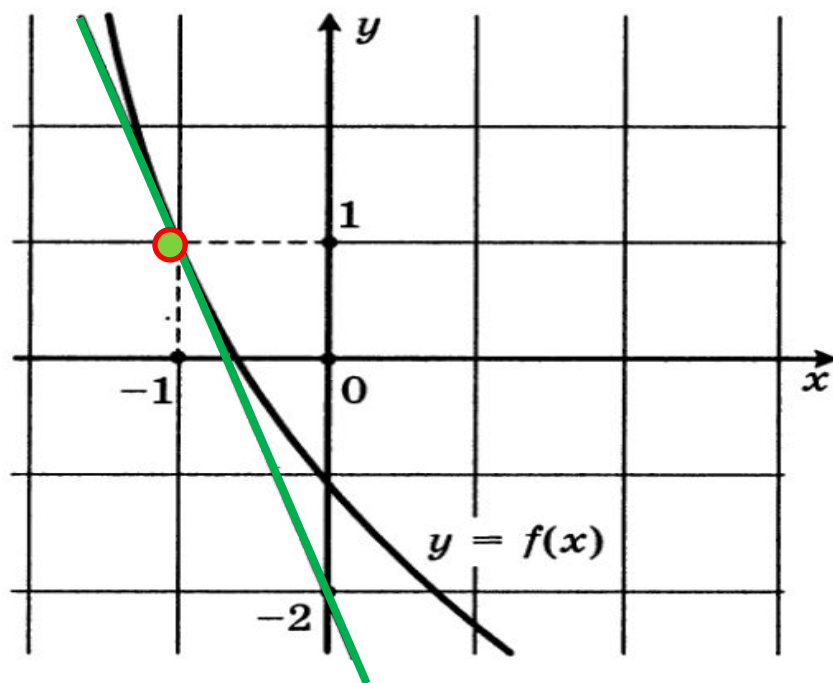
На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-6; 8)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции  $y=f(x)$  параллельна прямой  $y = -2x - 7$  или совпадает с ней.





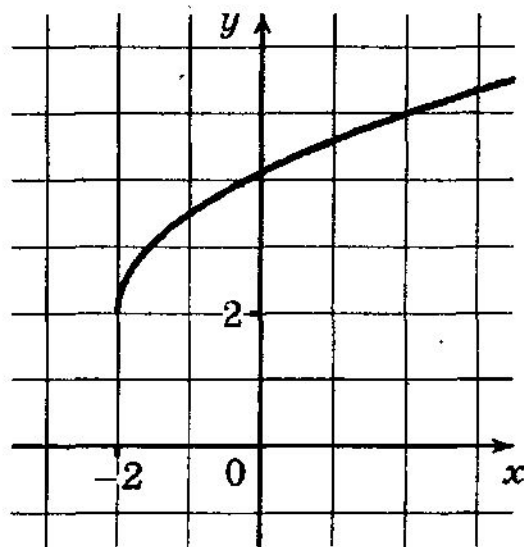
# №7

На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой  $-1$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0 = -1$ .



# №8

На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ . Прямая, проходящая через точку  $(-2; 4)$ , касается этого графика в точке с абсциссой 2. Найдите  $f'(2)$ .



# Проверьте себя

№1

1

№5

- 0, 25

№2

0, 25

№6

4

№3

1

№7

- 3

№4

1

№8

0, 25

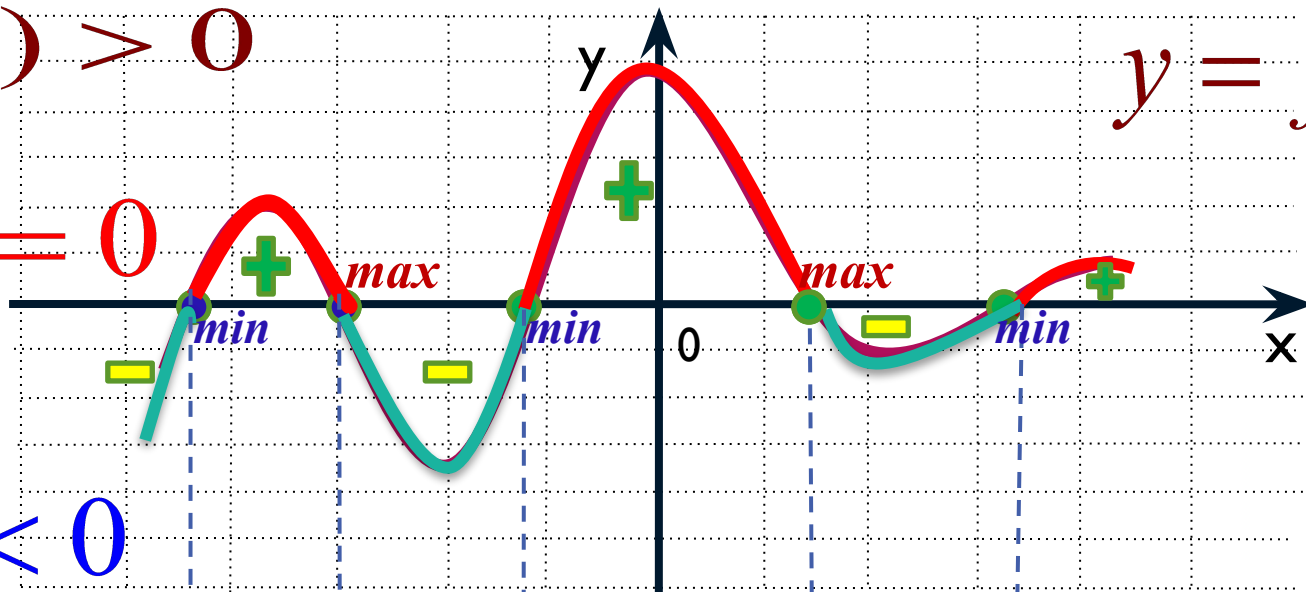
# ТЕМА 2

## *Применение производной к исследованию функций*

$$f'(x) > 0$$

$$y = f'(x)$$

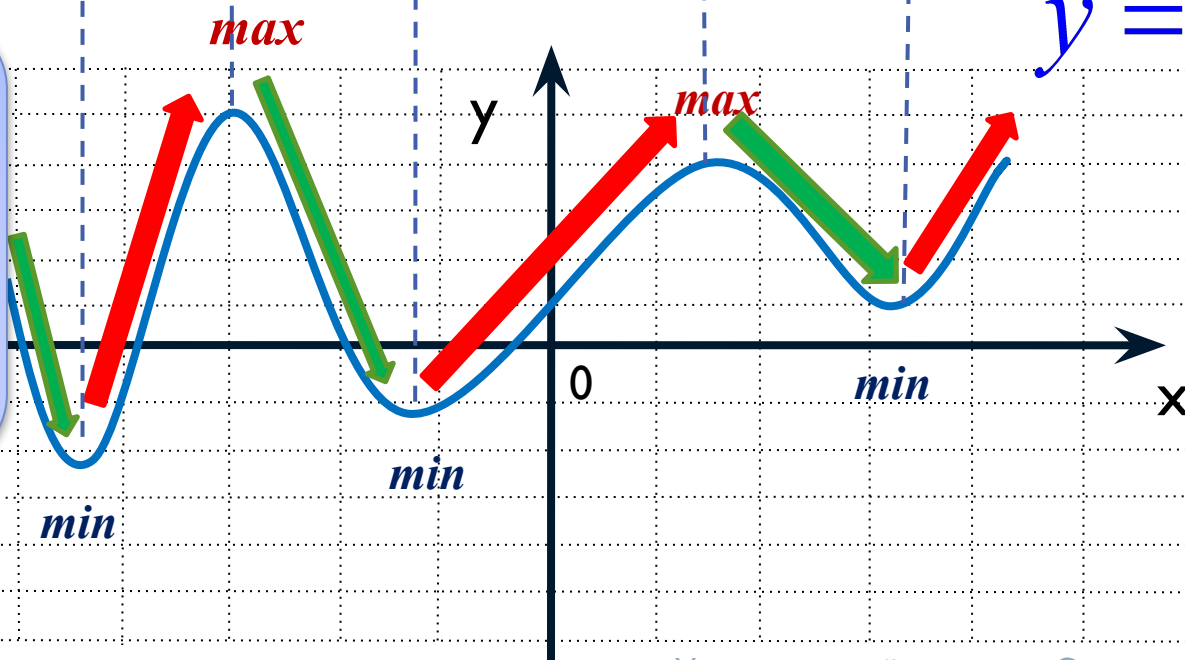
$$f'(x) = 0$$



$$f'(x) < 0$$

$$y = f(x)$$

Если производная  
меняет знак с плюса  
на минус при про-  
ходе через  
точку  $X_0$ , то  
 $X_0$ -точка  
максимума



# Закончите

свойство предложение

а

$f(x)$ :

1 функция **возрастает** на промежутке и **имеет** на нем

2 **производную** функция **убывает** на промежутке и **имеет** на нем **производную**

3 функция **возрастает** на промежутке

4 функция **убывает** на промежутке

5 в точке  $x_0$  функция **имеет экстремум**

6  $x_0$  - точка **минимума** функции

7  $x_0$  - точка **максимума** функции

свойств

а

$f'(x)$ :

6 проходя через точку  $x_0$ ,  $f'(x)$  **меняет** **знак с «-» на «+»**

7 проходя через точку  $x_0$ ,  $f'(x)$  **меняет** **знак с «+» на «-»**

4 **неверно**, что  $f'(x) > 0$

3 **неверно**, что  $f'(x) < 0$

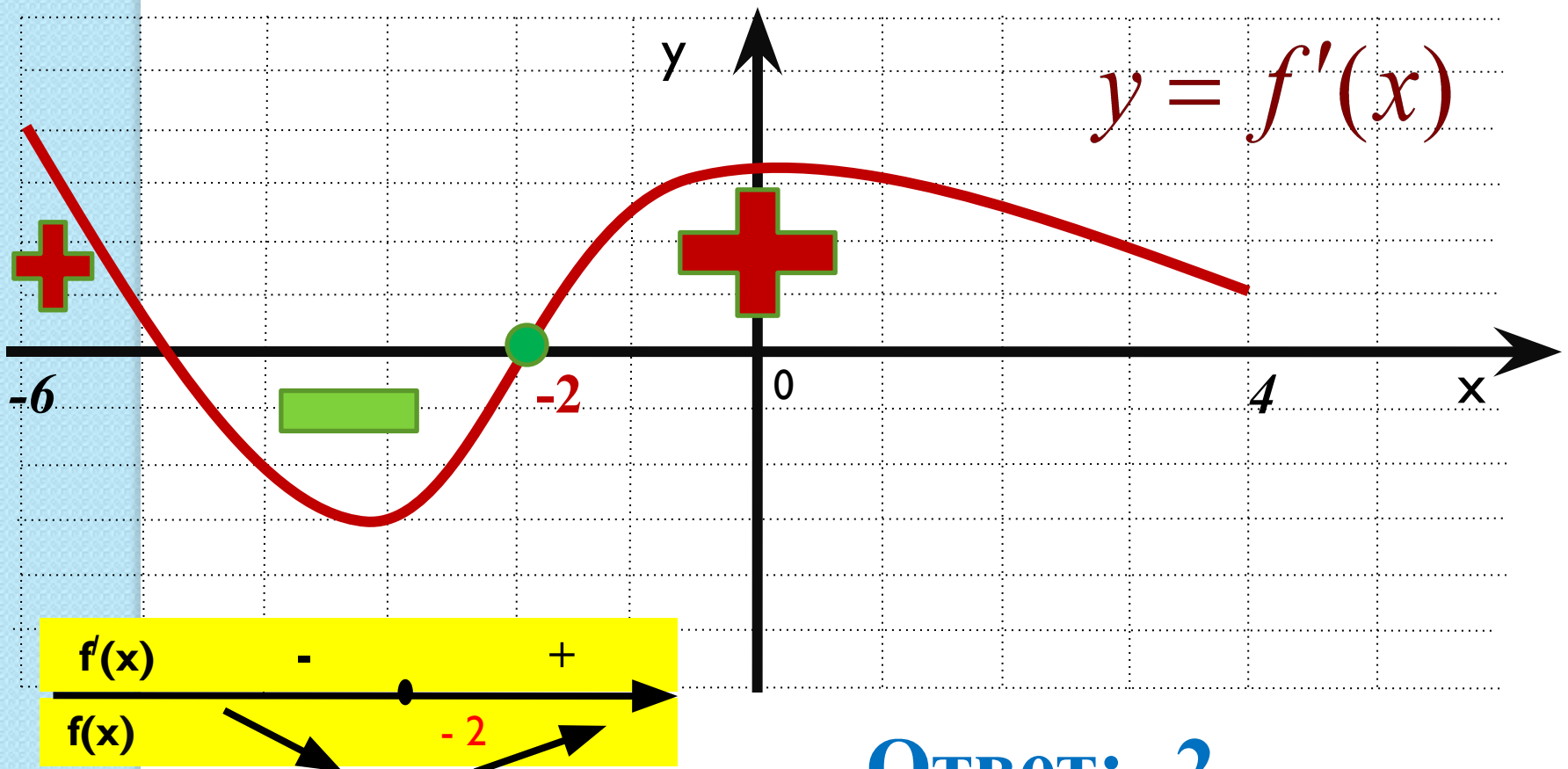
1  $f'(x) \geq 0$

2  $f'(x) \leq 0$

5  $f'(x_0) = 0$  или  $f'(x_0)$  **не существует**

## Задание №1.

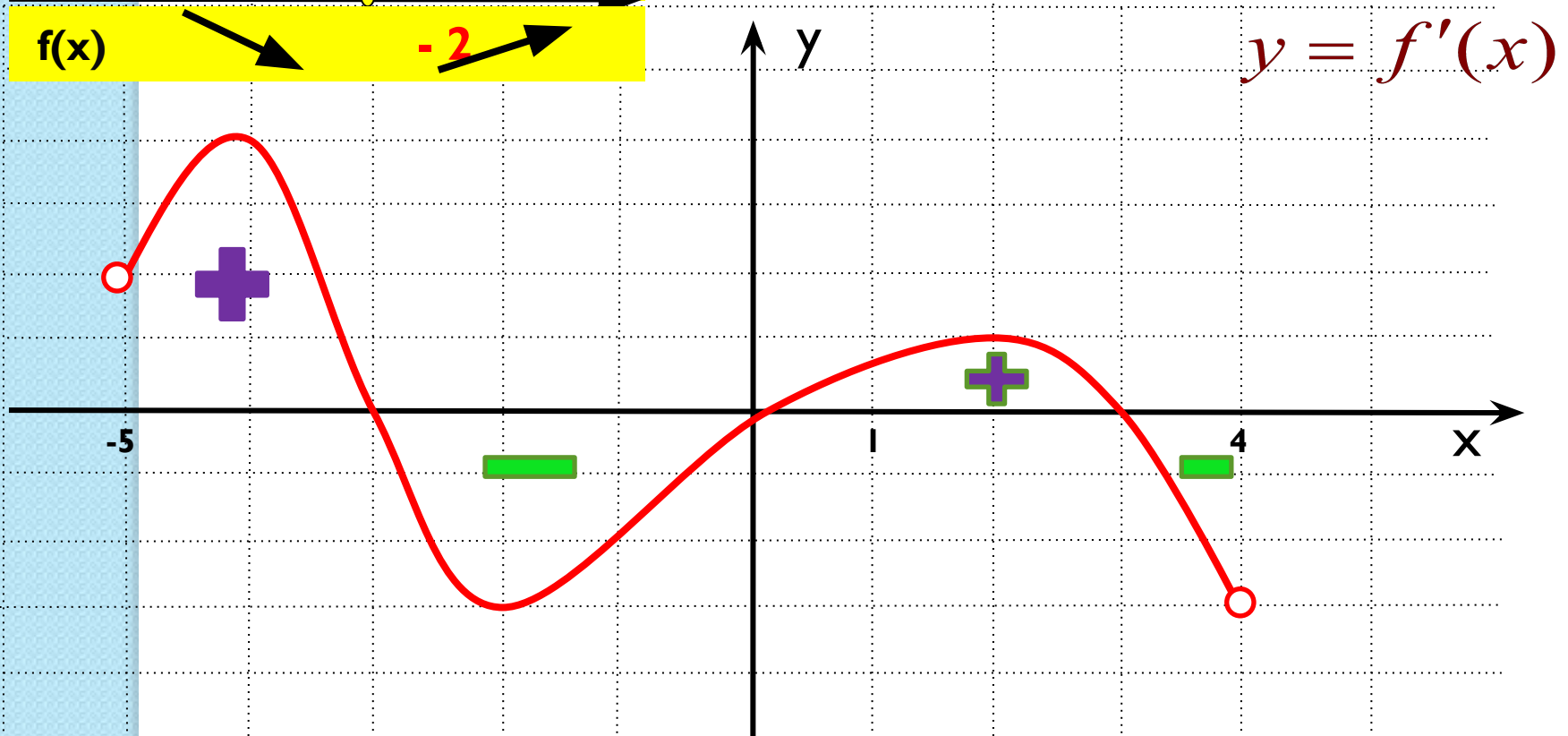
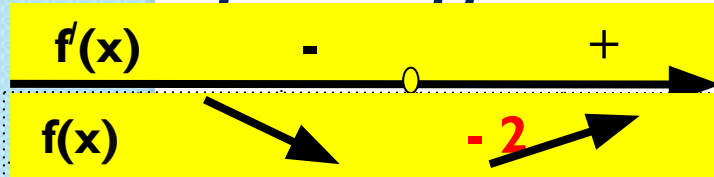
Укажите точку минимума функции  $y = f(x)$ , заданной на отрезке  $[-6; 4]$ , если на рисунке изображён график её производной.



**Ответ: -2**

# Задание №2.

Укажите промежутки монотонности функции, используя график её производной.

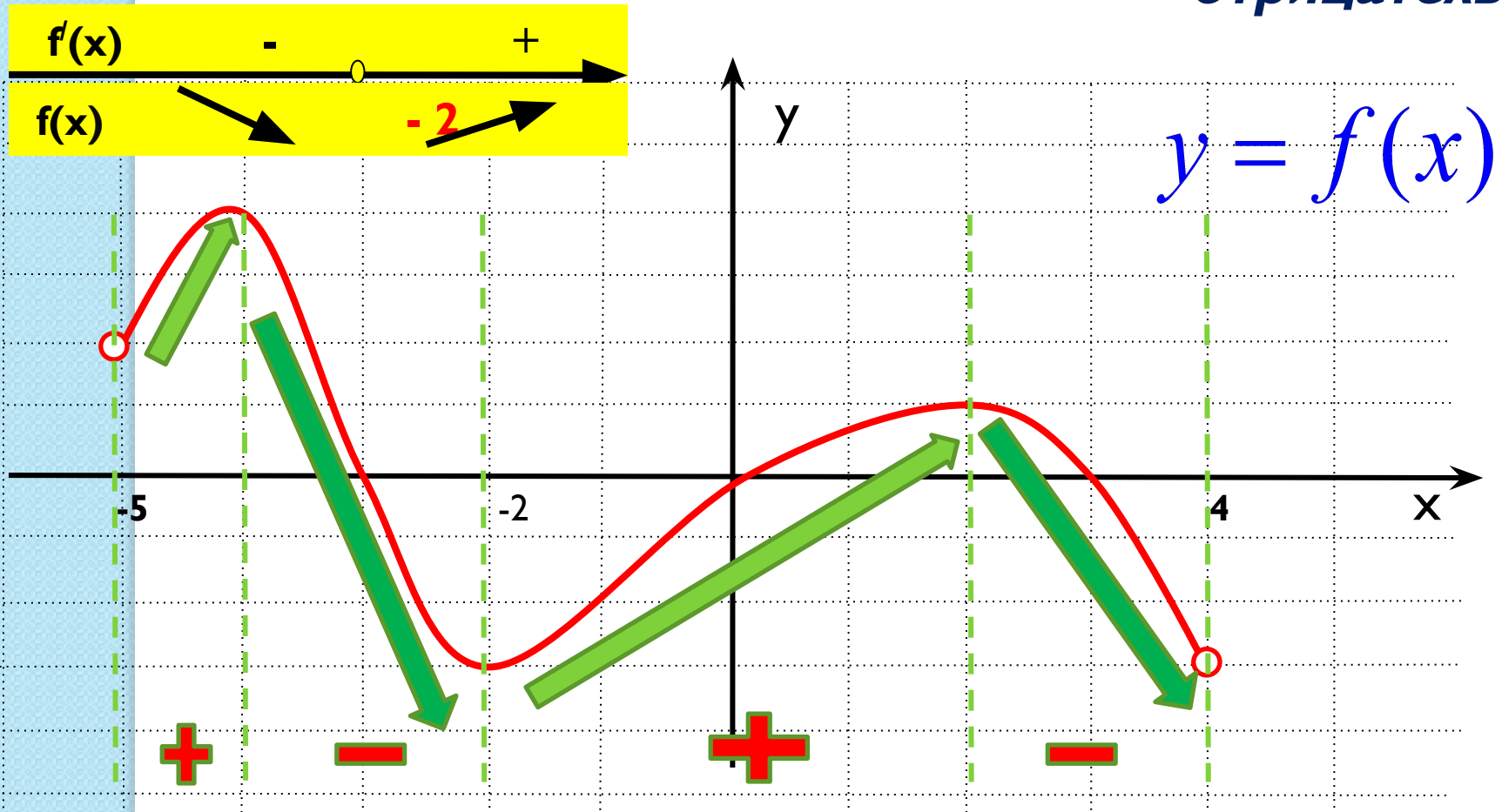


**Ответ:**  $(-5;-3], [0;3]$  - промежутки возрастания,

$(-3;0), (3;4)$  - промежутки убывания



**Задание №3.** Используя график функции, укажите промежутки, на которых её производная положительна, отрицательна.



Производная положительна на промежутках:  $(-5; -4)$ ,  $(-2; 2)$   
 Производная отрицательна на

промежутках  $(-4; -2)$ ,  $(2; 4)$

Решите

самостоятельно

следующие задания



## Задание №1

Прямая  $y = 7x - 5$  параллельна касательной к графику функции  $y = x^2 + 6x - 8$ . Найдите абсциссу точки касания.

## Задание №2

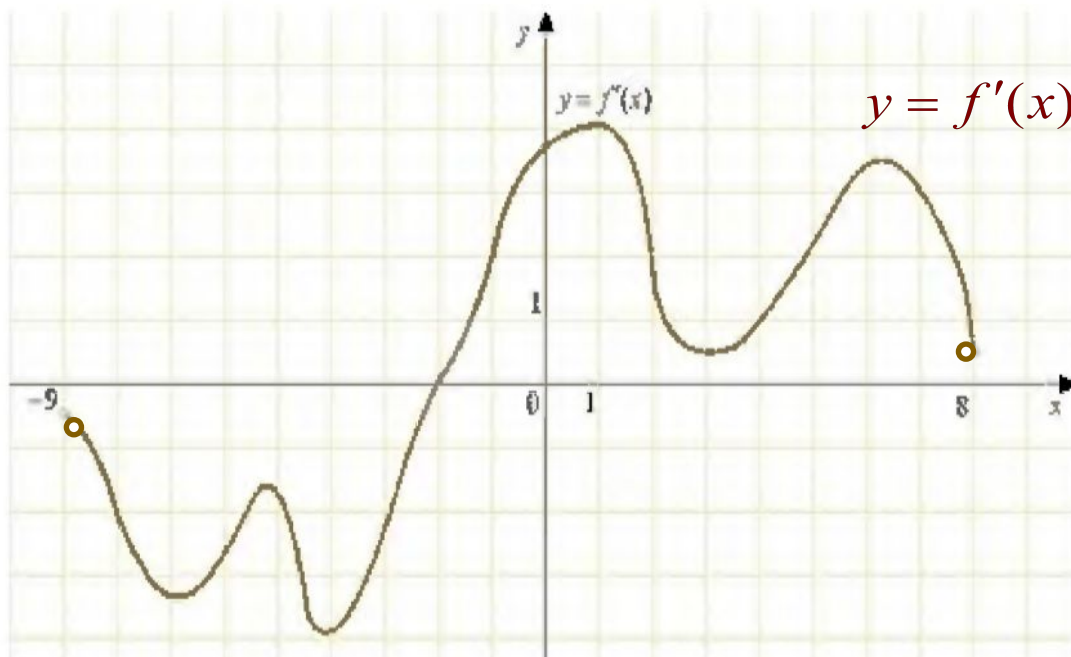
Прямая  $y = 2x$  является касательной к графику функции

$$y = x^3 + 5x^2 + 9x + 3$$

Найдите абсциссу точки касания.

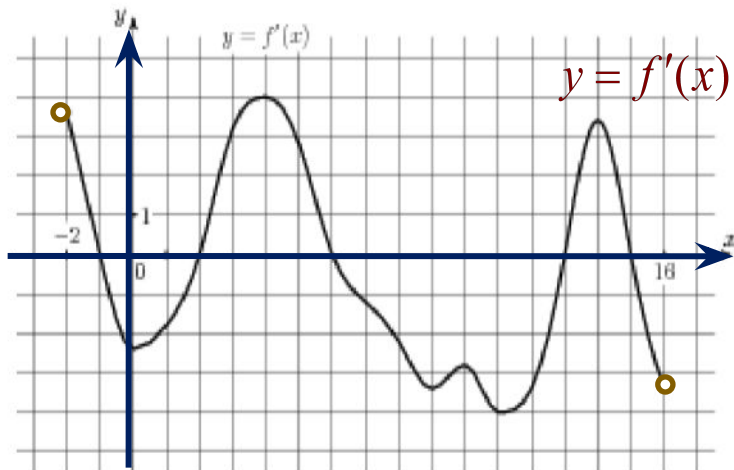
## Задание №3

На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-9; 8)$ . В какой точке отрезка  $[1; 7]$   $f(x)$  принимает наименьшее значение.



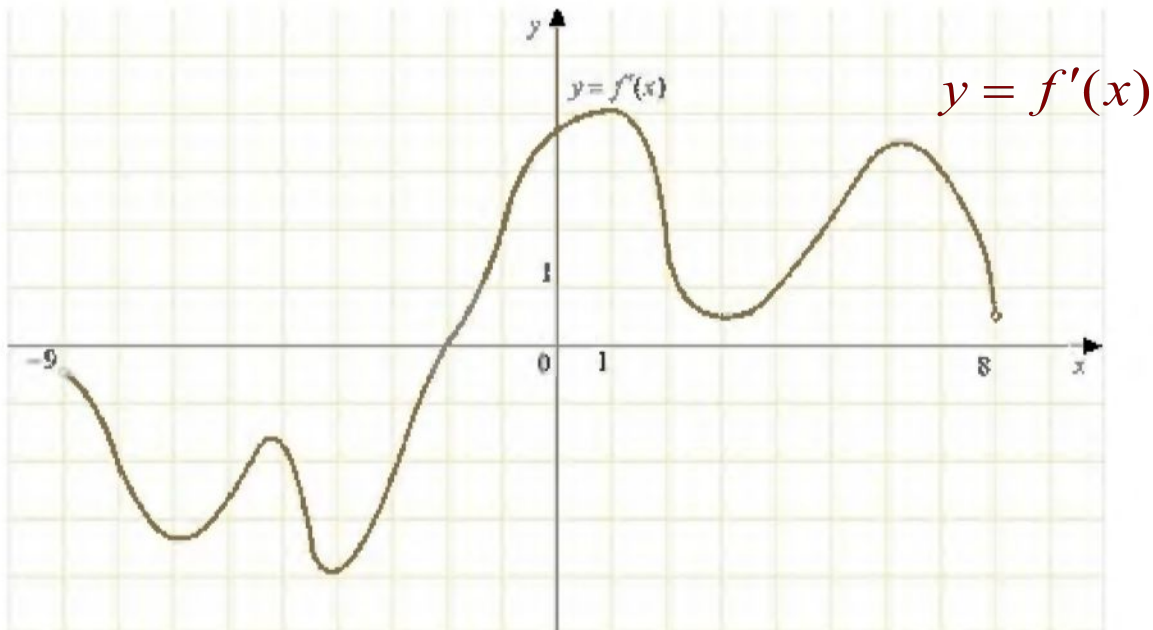
## Задание №4

На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-2; 16)$ . Найдите промежутки убывания функции  $f(x)$ . В ответе укажите длину наибольшего из них.



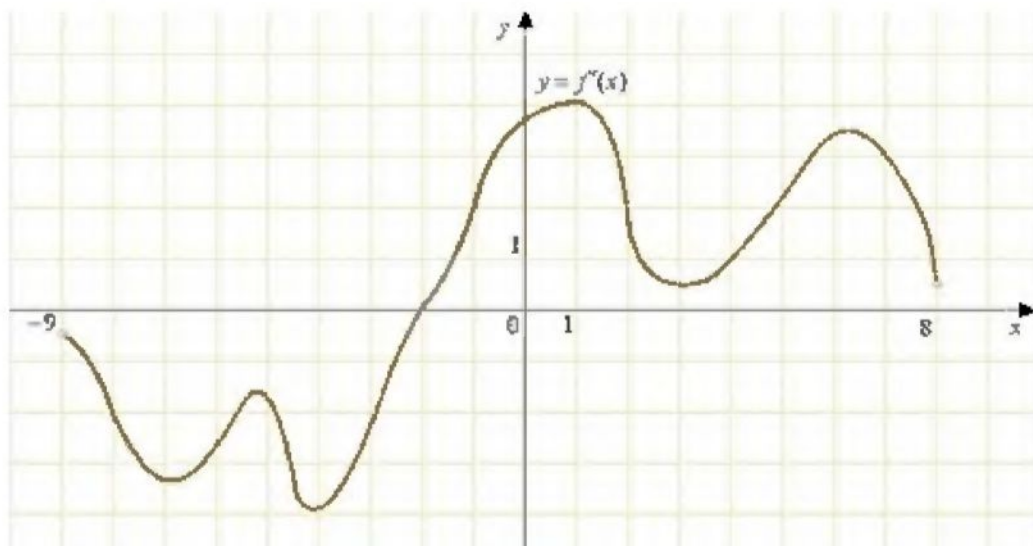
## Задание №5

На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-9; 8)$ .  
Найдите промежутки возрастания функции  $f(x)$ . В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



## Задание №6

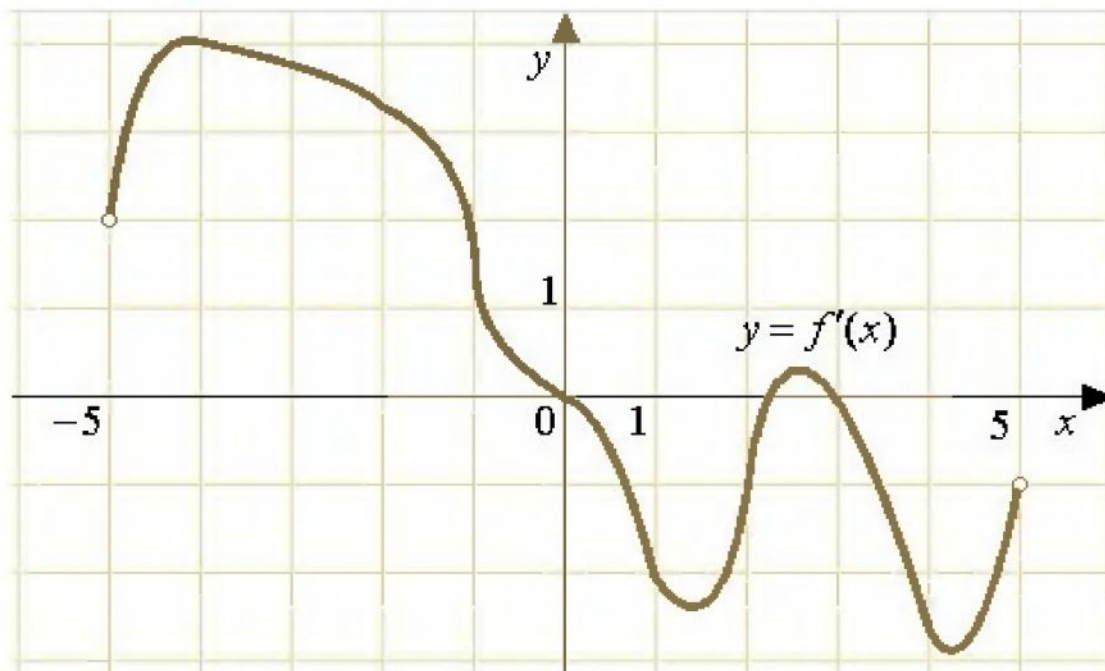
На рисунке изображен график производной функции  $f'(x)$ , определенной на интервале  $(-9; 8)$ . Найдите точку экстремума функции  $f(x)$  на интервале  $(-3; 3)$ .





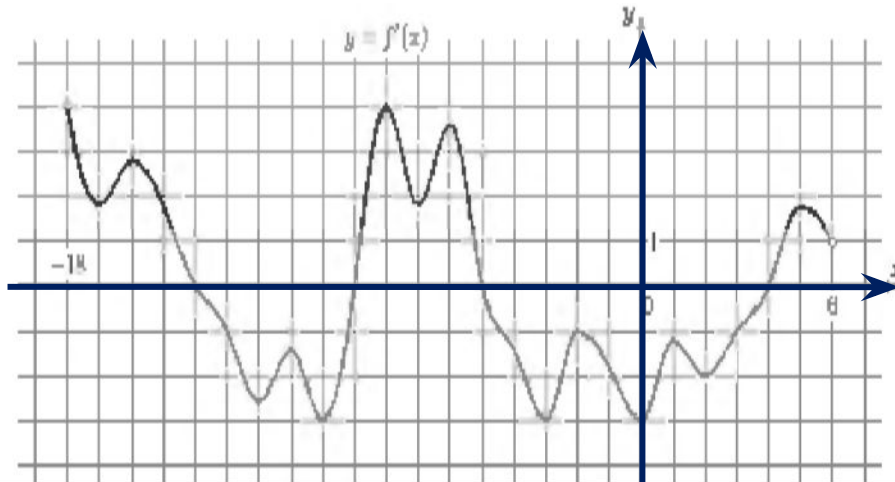
## Задание №7

На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-5; 5)$ .  
Найдите количество точек экстремума функции  $f(x)$  на отрезке  $[-4; 4]$ .



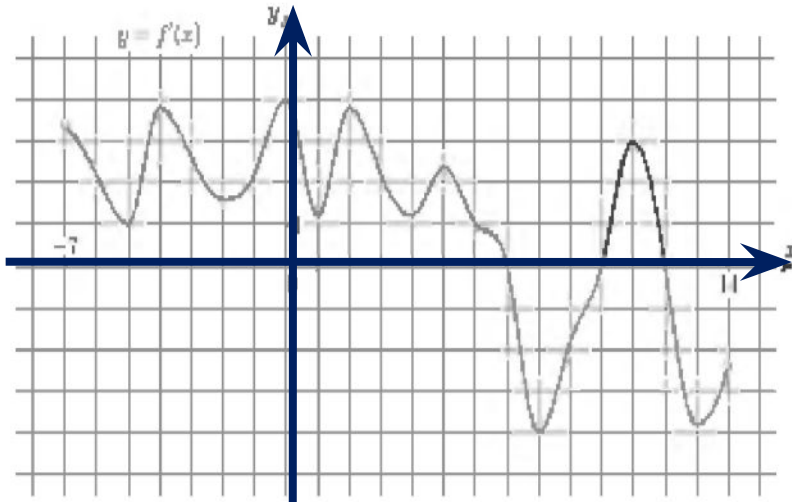
## Задание №8

На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-18; 6)$ . Найдите количество точек минимума функции  $f(x)$  на отрезке  $[-13; 1]$ .



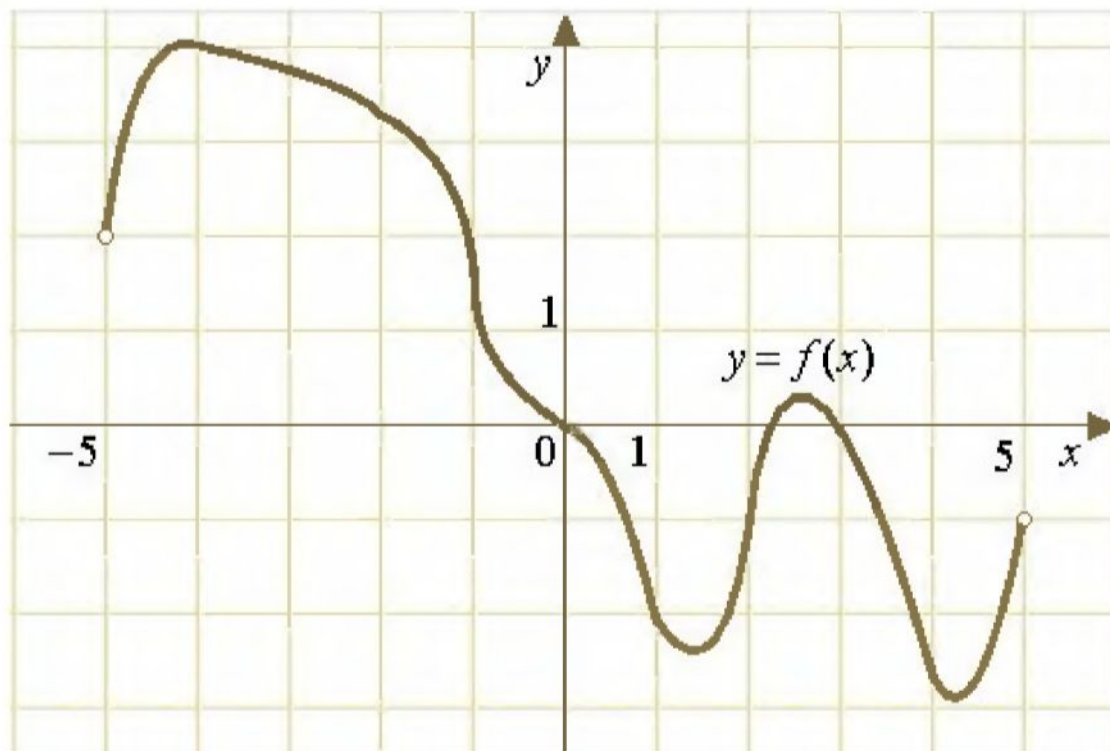
## Задание №9

На рисунке изображен график производной функции  $f'(x)$ , определенной на интервале  $(-7; 14)$ . Найдите количество точек максимума функции  $f(x)$  на отрезке  $[-6; 9]$ .



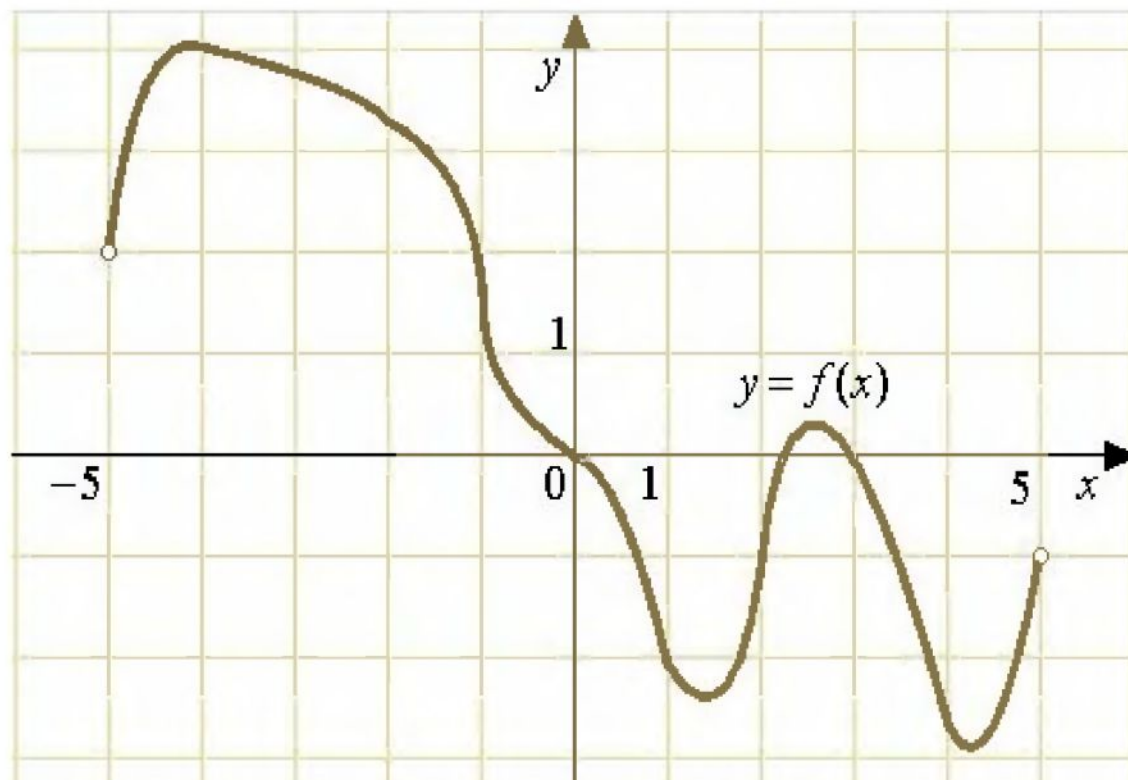
## Задание №10

На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-5; 5)$ .  
Определите количество целых точек, в которых производная функции  $f'(x)$  отрицательна.



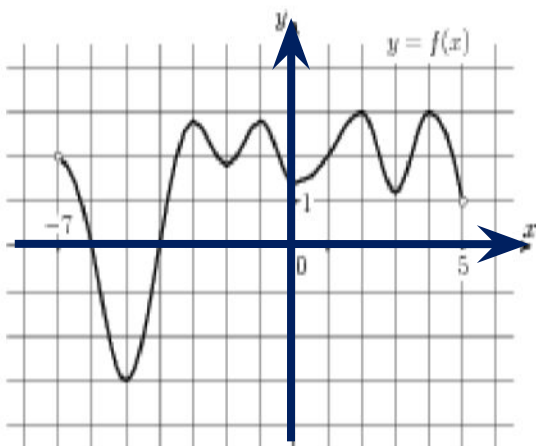
## Задание №11

На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-5; 5)$ .  
Определите количество целых точек, в которых производная функции  $f(x)$  положительна.

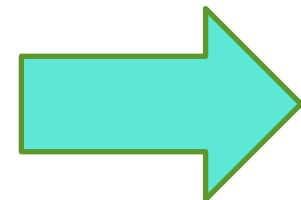


## Задание №12

На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-7; 5)$ .  
Найдите сумму точек экстремума функции  $f(x)$ .



# Проверьте себя



1 0, 5

2 - 1

3 7

4 7

5 25

6 - 2

7 3

8 1

9 1

10 8

11 1

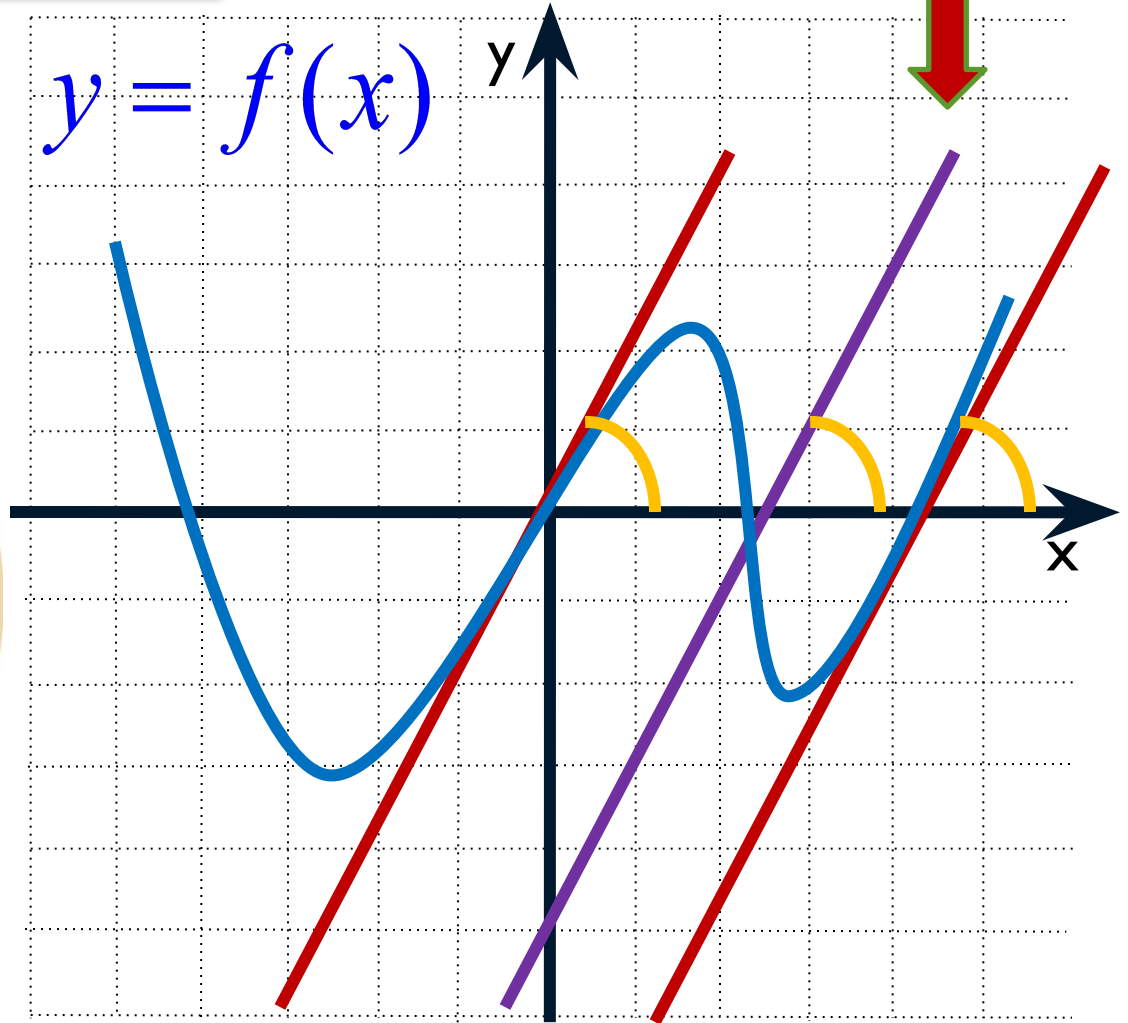
12 - 2

Угловые коэффициенты  
параллельных прямых равны

$$k_1 = k_2 = k_3 = 2$$

$$y = 2x - 5$$

$$y = f(x)$$



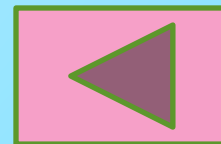
$$y = 2x + b$$





$$f'(x_0) = \operatorname{tg}\alpha = k$$

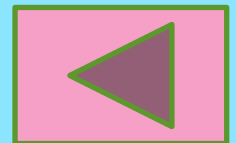
*Для вычисления углового коэффициента касательной достаточно найти отрезок касательной с концами в вершинах клеток и, считая его гипотенузой прямоугольного треугольника, найти отношение катетов.*



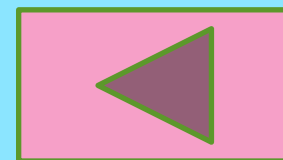
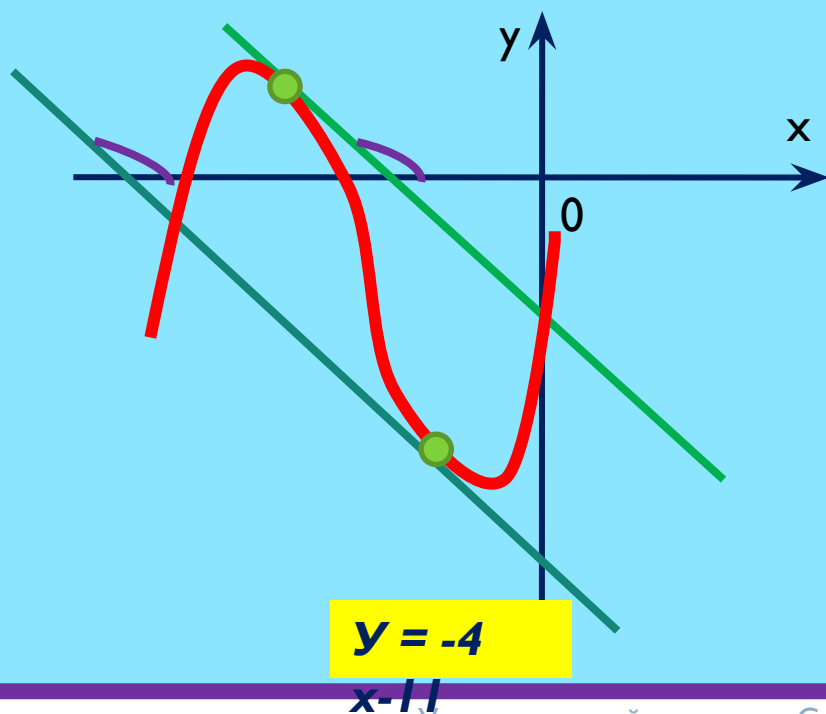
- Так как касательная параллельна прямой  $y=8x+11$ , то их угловые коэффициенты совпадают, т.е. угловой коэффициент касательной равен восьми  **$k = 8$** .

$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = k$$

**$x_0$**  – абсцисса искомой точки касания



- В результате решения будут найдены абсциссы двух точек касания, которые принадлежат графику данной функции.
- Но только одна из этих точек принадлежит касательной  $y = -4x - 11$ , чтобы определить какая, нужно найденные абсциссы подставить в оба из данных уравнений. Должны получиться верные равенства.



# Поставьте себе оценку за самостоятельные работы

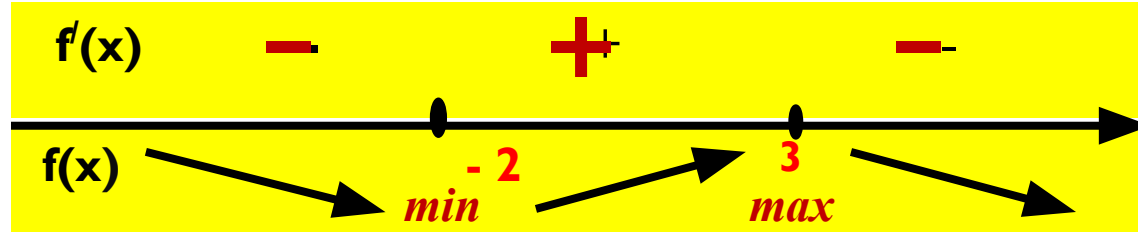
<u>Балл</u>	<u>Оценка</u>
19-20	5
15-18	4
10-14	3
0-9	2

Верно выполненное задание – 1 балл. Каждая консультация учителя во время самостоятельной работы снимает 0,5 балла

# Памятка

- Чтобы найти угловой коэффициент касательной к графику функции в заданной точке или значение производной функции в точке, надо найти тангенс угла наклона касательной к положительному направлению оси  $Ox$ . Для этого достаточно найти отрезок касательной с концами в вершинах клеток и, считая его гипотенузой прямоугольного треугольника, **найти отношение противолежащего катета к прилежащему.**
- Если на рисунке нет касательной, но известны точки, через которые она проходит, сначала надо провести касательную, а потом рассмотреть прямоугольный треугольник, в котором найти отношение катетов.
- Если **угол** наклона касательной к положительному направлению оси  $Ox$  **острый**, то угловой коэффициент касательной и значение производной функции в точке **положительны.**
- Если **угол** наклона касательной к положительному направлению оси  $Ox$  **тупой**, то угловой коэффициент касательной и значение производной функции в точке **отрицательны.**

- *Вспомнить связь функции и её производной поможет рисунок*



- *Точки экстремума( максимума и минимума) следует искать среди критических точек (производная равна нулю или не существует).*
- *Если производная меняет свой знак с плюса на минус при переходе через точку  $x_0$ , то  $x_0$  – точка максимума.*
- *Если производная меняет свой знак с минуса на плюс при переходе через точку  $x_0$ , то  $x_0$  – точка минимума.*
- *Если функция на отрезке возрастает, то своё наименьшее значение она принимает на левом конце отрезка, а наибольшее - на правом.*
- *Если функция на отрезке убывает, то своё наименьшее значение она принимает на правом конце отрезка, а наибольшее - на левом .*

# Рефлекси



У меня всё  
получилось!  
!!

Надо  
ещё  
примеров.  
решить  
пару

Ну  
придумал  
математику!  
кто  
эту





*Спасибо за работу!*

**Автор:** учитель высшей категории  
МОУ «Бельская СОШ» Тверской  
области Сильченкова Светлана  
Николаевна