

# **ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ: ПЕРЕСТАНОВКИ, СОЧЕТАНИЯ И РАЗМЕЩЕНИЯ**

Презентацию подготовил студент 12 группы ГБОУ СО НПО  
**Петров Владимир .**

---

Комбинаторика – раздел математики, который занят поисками ответов на вопросы: сколько всего есть комбинаций в том или ином случае, как из всех этих комбинаций выбрать наилучшую.

Слово «комбинаторика» происходит от латинского слова «combinare», что в переводе на русский означает – «сочетать», «соединять». Термин "комбинаторика" был введён знаменитым Готфридом Вильгельмом Лейбницем, - всемирно известным немецким учёным.

# Комбинаторные задачи делятся на несколько групп:



Задачи на  
перестановки

Задачи на  
размещение

Задачи на  
сочетание

# ЗАДАЧИ НА ПЕРЕСТАНОВКИ



Сколькими способами можно расставить 3 различные книги на книжной полке?

Это задача на **перестановки**

---

Запись  $n!$  читается так: «эн факториал»

**Факториал** - это произведение всех натуральных чисел от 1 до  $n$

Например,  $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n.$$

# Факториалы растут удивительно быстро:

<b>n</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
<b>n!</b>	<b>1</b>	<b>4</b>	<b>6</b>	<b>24</b>	<b>120</b>	<b>720</b>	<b>5040</b>	<b>40320</b>	<b>362880</b>	<b>3628800</b>

Задача. Сколькими способами можно расставить 8 участниц финального забега на восьми беговых дорожках?



$$P_8 = 8! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 40320$$

**Перестановкой из  $n$   
элементов  
называется каждое  
расположение этих  
элементов в  
определённом  
порядке.**

$$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n.$$

$$P_1 = 1!$$



## **Задача.**

*Квартет*

*Проказница Мартышка*

*Осёл,*

*Козёл,*

*Да косолапый Мишка*

*Затеяли играть квартет*

*...*

*Стой, братцы стой! –*

*Кричит Мартышка, - погодите!*

*Как музыке идти?*

*Ведь вы не так сидите...*

*И так, и этак пересаживались – опять музыка на лад не идет.*

*Вот пуще прежнего пошли у них разборы*

*И споры,*

*Кому и как сидеть...*



*Сколькими способами можно рассадить четырех музыкантов?*

$$P = 4! = 1 * 2 * 3 * 4 = 24$$

---

# ЗАДАЧИ НА РАЗМЕЩЕНИЯ

Задача: У нас имеется 5 книг, что у нас всего одна полка, и что на ней вмещается лишь 3 книги. Сколькими способами можно расставить на полке 3 книги?



Выбираем одну из 5-ти книг и ставим на первое место на полке. Это мы можем сделать 5-ю способами. Теперь на полке осталось два места и у нас осталось 4 книги. Вторую книгу мы можем выбрать 4-мя способами и поставить рядом с одной из 5-ти возможных первых. Таких пар может быть  $5 \cdot 4$ . Осталось 3 книги и одно место. Одну книгу из 3-ёх можно выбрать 3-мя способами и поставить рядом с одной из возможных  $5 \cdot 4$  пар. Получится  $5 \cdot 4 \cdot 3$  разнообразных троек. Значит всего способов разместить 3 книги из 5-ти  $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ .

Это задача на **размещения**.

**Размещением из  $n$  элементов по  $k$  ( $k \leq n$ ) называется любое множество, состоящее из  $k$  элементов, взятых в определённом порядке из данных  $n$  элементов.**

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

## Задача.

Учащиеся второго класса изучают 9 предметов. Сколькими способами можно составить расписание на один день, чтобы в нём было 4 различных предмета?



$$A^4_9 = \frac{9!}{5!} = 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 = 3024$$

***Решите***

***самостоятельно:***

В классе 27 учащихся.

Нужно отправить одного

учащегося за мелом,

второго дежурить в

столовую, а третьего

вызвать к доске. Сколькими

способами можно это

сделать?

# ЗАДАЧИ НА СОЧЕТАНИЯ:

Задача. Сколькими способами можно расставить 3 тома на книжной полке, если выбирать их из имеющихся в наличии внешне неразличимых 5 книг?



Книги внешне неразличимы. Но они различаются, и существенно! Эти книги разные по содержанию. Возникает ситуация, когда важен состав элементов выборки, но несущественен порядок их расположения.

123 124 125 134 135 145  
234 235 245  
345

ответ: 10

Это задача на **сочетания**

**Сочетанием из  $n$  элементов по  $k$  называется любое множество, составленное из  $k$  элементов, выбранных из данных  $n$  элементов.**

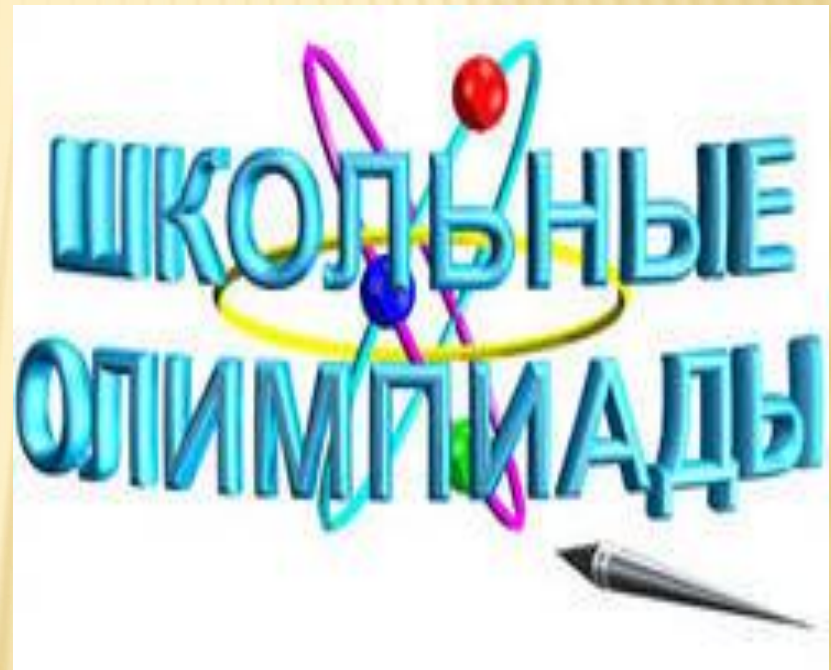
$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$$



**Задача.**

В классе 7 человек успешно занимаются математикой. Сколькими способами можно выбрать из них двоих для участия в математической олимпиаде?

$$C_7^2 = \frac{7!}{2!(7-2)!} = 21$$



**Решите самостоятельно:**

В классе 7 учащихся успешно занимаются по математике. Сколькими способами можно выбрать двоих из них, чтобы направить для участия в математической олимпиаде?

**Особая примета  
комбинаторных задач –  
вопрос, который можно  
сформулировать так, чтобы  
он начинался словами  
«Сколькими способами...»  
или «Сколько  
вариантов...»**

## Составим таблицу:

Перестановки	Размещения	Сочетания
<b>n</b> элементов <b>n</b> клеток	<b>n</b> элементов <b>k</b> клеток	<b>n</b> элементов <b>k</b> клеток
Порядок имеет значение	Порядок имеет значение	Порядок не имеет значения
$P_n = n!$	$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$	$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$

## Решите самостоятельно задачи:

1. В коробке находится 10 белых и 6 черных шаров. Сколькими способами из коробки можно вынуть один шар любого цвета?
2. Ольга помнит, что телефон подруги оканчивается тремя цифрами 5, 7, 8 но забыла, в каком порядке эти цифры расположены. Укажите наибольшее число вариантов, которые ей придется перебрать, чтобы дозвониться подруге.
3. В магазине “Филателия” продается 8 разных наборов марок, посвященных спортивной тематике. Сколькими способами можно выбрать из них 3 набора?

---

**СПАСИБО ЗА УРОК!**