

ФОРМУЛА ПОВНОЇ ЙМОВІРНОСТІ

Виконала :

студентка I курсу 515i групи

Факультету інформатики, математики та
економіки

Горушкіна Анастасія

План

- ▣ 1. Формула повної ймовірності
- ▣ 2. Приклад

1. Формула повної ймовірності

- ▣ *Теорема: Ймовірність події A , яка може настати лише за умови появи однієї із попарно не сумісних подій повної групи H , визначається за формулою:*

$$P(A) = P(H_1)P_{H_1}(A) + P(H_2)P_{H_2}(A) + \dots + P(H_n)P_{H_n}(A),$$

або

$$P(A) = \sum P(H_i)P_{H_i}(A).$$



Доведення

Якщо подія A відбулася разом з однією із подій H_1, H_2, \dots, H_n , то це означає, що відбулася одна із попарно несумісних подій $A \cap H_1, A \cap H_2, \dots, A \cap H_n$. Тоді маємо: $A = A \cap H_1 + A \cap H_2 + \dots + A \cap H_n$.

Тому, застосовуючи теорему про додавання ймовірностей несумісних подій, дістанемо: $P(A) = P(A \cap H_1) + P(A \cap H_2) + \dots + P(A \cap H_n)$.

За теоремою множення залежних подій маємо:

$$P(A \cap H_i) = P(H_i)P_{H_i}(A), \text{ де } i=1,2,\dots,n.$$

Після підстановки отримаємо:

$$P(A) = P(H_1)P_{H_1}(A) + P(H_2)P_{H_2}(A) + \dots + P(H_n)P_{H_n}(A).$$

Формула називається формулою повної ймовірності.

Події H_i називають *гіпотезами*;

$P(H_i)$ – ймовірність гіпотез.

Приклад

1) З трьох картоплезбиральних комбайнів до овочесховища надходить відповідно 20%, 30% і 50% врожаю. Від першого надходить 0,2% пошкоджених картоплин, від другого – 0,3% і від третього – 0,1%. Знайти ймовірність того, що взята навмання картоплина буде пошкодженою.

Розв'язання:

Нехай H_1 , H_2 , H_3 – гіпотези про те, що картоплина викопана відповідно першим, другим чи третім комбайном, A – картоплина пошкоджена.

За умовою:

$$P(H_1)=0,2; P(H_2)=0,3; P(H_3)=0,5;$$

$$P_{H_1}(A)=0,002; P_{H_2}(A)=0,003; P_{H_3}(A)=0,001.$$

За формулою повної ймовірності:

$$P(A)=0,2 \cdot 0,002 + 0,3 \cdot 0,003 + 0,5 \cdot 0,001 = 0,0018.$$