

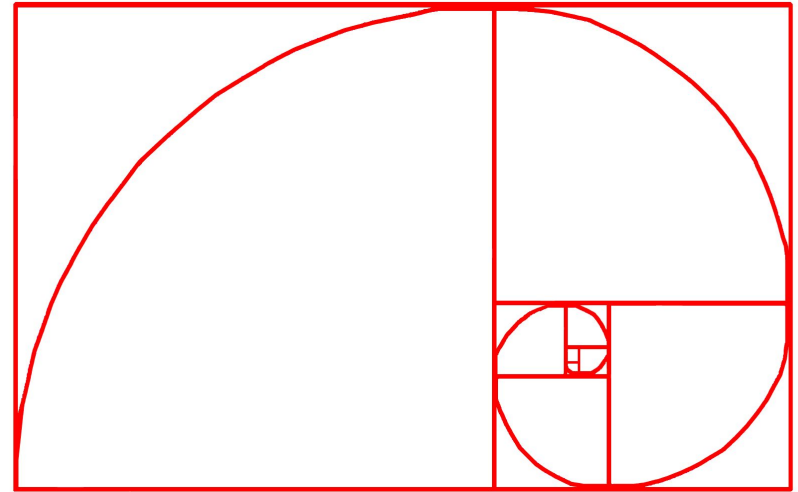
Д.3.



$$1 + 1 / (1 + 1 / (1 + \dots))$$



$$\varphi = 1.618\dots$$



$$f_n = 1 + 1 / (1 + 1 / (1 + \dots))$$

$$f(n-1)$$

$$f_0 = 1$$

$$f_n = 1 + 1 / f(n-1)$$

□ Сколько получится?

Золотое сечение

$\emptyset = \text{Phi} = \text{Golden Ratio} = \text{Golden Mean} = \text{Divine Proportion}$

$\frac{ab}{bc} = \frac{bc}{ac}$

$\frac{ab}{bd} = \frac{bd}{ad} = \frac{bc}{ac}$

$\frac{.618..}{1} = \frac{1}{1.618..} = \frac{1.618..}{2.618..}$

Fingers are in Golden Ratio Proportion

13
8 5
5 8
21

Fibonacci Series
1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...

Phylotaxis

Pyramid

Hexagram

Icosahedron

Architecture

Art

Spiral Nebulae

Golden Rectangle nested inside Hexagon

3 Golden Rectangles nest inside Icosahedron

Nautilus Shell

Pine Cone

The Golden Ratio, PHI, \emptyset , is the ratio between two quantities where the ratio of one to the other is the same as the ratio of larger one or the smaller one to the sum both numbers. It is an irrational constant 1.6180339887 or .6180339887

- Такой предмет у вас в сумке?

$$0 + 1 / (1 + 1 / (2 + 1 / 3 + \dots))$$

$$b_n = 0 + 1 / (1 + 1 / (2 + 1 / 3 + \dots))$$

□ При трудностях помогает доп. параметр

- $b'_k n = k + 1 / (k + 1 + 1 / (\dots + 1 / n))$

$$b_n = b'_0 n$$

$$b'_k n = \text{if } (k == n)$$

then n

$$\text{else } k + 1 / b'_k n$$

sumsin

$$\sin(1+2+\dots+n)/(\sin 1+\sin 2+\dots+\sin n)$$

□ Накапливающие параметры

s_1	s_2
0	0
1	$\sin 1$
1+2	$\sin 1 + \sin 2$
1+2+3	$\sin 1 + \sin 2 + \sin 3$
...	

$s_1 \square s_1+n$
$s_2 \square s_2+\sin n$

$$\text{sumsin } n = \text{sumsin}' n \ 0 \ 0$$

$$\text{sumsin}' 0 \ s_1 \ s_2 = \sin \ s_1 / s_2$$

$$\text{sumsin}' n \ s_1 \ s_2 = \text{sumsin}' (n-1) (s_1+n) (s_2+\sin n)$$


sumfact

$1!+2!+3!+\dots+n!$

□ Желательно $O(n)$

i	p	s
1	1	0
2	1	1
3	$1*2$	$1+1*2$
4	$1*2*3$	$1+1*2+1*2*3$
5	$1*2*3*4$	$1+1*2+1*2*3+1*2*3*4$

$\text{sumfact } n = \text{sumfact}' n \ 1 \ 1 \ 0$

$\text{sumfact}' 0 \ i \ p \ s = s$

$\text{sumfact}' n \ i \ p \ s = \text{sumfact}' (n-1) \ (i+1) \ (p*i) \ (s+p*i)$

i	\square	$i+1$
p	\square	$p*i$
s	\square	$s+p*i$

Еще синтаксис



Безымянная переменная (wildcard)

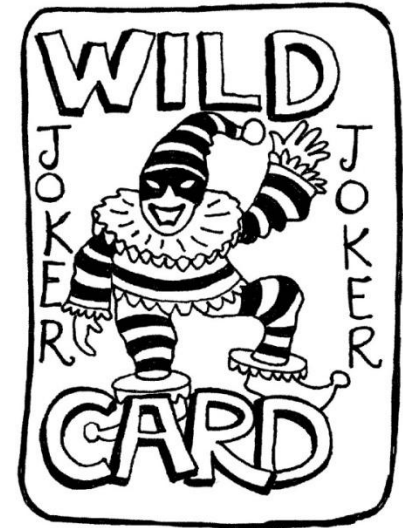
sumfact' 0 **i p** s = s

- Лучше так:

sumfact' 0 **_ _** s = s

_ - безымянная переменная (wildcard)

- Только слева от =



let

`sumfact' n i p s = sumfact' (n-1) (i+1) (p*i) (s+p*i)`

- Еще одна проблема (небольшая в данном случае)
 - $p*i$ – два раза
 - DRY (Don't Repeat Yourself)

`sumfact' n i p s = let
 p' = p*i
 in sumfact' (n-1) (i+1) p' (s+p')`

let в общем случае

Двумерный синтаксис



```
let
  правило1
  правило2
  ...
in выражение
```

- Могут быть и правила с параметрами
- М.б. частью выражения

```
f n = 1 + let
  i = 55
  j = n*n +
    5* n + 8
  g k = k * j
in g n * 2
```

Где кончается правило и начинается следующее?

- Двумерный синтаксис (off-side rule)
 - Запоминаем позицию первой лексемы после let (i в примере)
 - Правее □ продолжение правила
 - На том же уровне □ новое правило
 - Левее □ конец конструкции

Явное задание синтаксиса

```
let
  правило1
  правило2
  ...
in выражение
```

- Можно использовать { ; }, тогда отступы не имеют значение

```
let {правило1; правило2; правило3} in выражение
```

where

$\text{sumfact}'\ n\ i\ p\ s = \text{sumfact}'\ (n-1)\ (i+1)\ p'\ (s+p')$
where $p' = p*i$

левая часть = правая часть
where вспомогательные определения

- Разница:
- let можно писать где угодно
- where – часть правила
- Тоже двумерный синтаксис

Еще д.з.



minlist

- Не совсем правильное решение

`minlist [x] = x`

`minlist (x:xs) = if x < minlist xs
then x
else minlist xs`

- `minlist [1..100]` – очень долго



- Правильное решение 2

`minlist [x] = x`

`minlist (x:xs) =`

`let m = minlist xs`

`in if x < m then x else m`

- Правильное решение 3

Используем `min`

`minlist [x] = x`

`minlist (x:xs) =`

`min x (minlist xs)`

minlist – с чего начать?

- С чего начать?

minlist [x] = x

или

minlist [] = *очень большое число*

minlist [] = 1/0 

Вам что больше нравится?

- За minlist [] = 1/0
 - В более сложных случаях (минимум четных чисел)
- За minlist [x] = x
 - Работает не только для чисел
 - minlist ["klm", "abc", "pqr"]
 - "abc"

minsum

$\text{minsum } [] = 1/0$

$\text{minsum } (x:y:xs) = \min (x+y) (\text{minsum } (y:xs))$

rev

- Вариант 1, используя ++ [x]

`rev [] = []`

`rev (x:xs) = rev xs ++ [x]`

- Медленно...

- Вариант 3, быстрый ($O(n)$)

`rev xs = rev' xs []`

`rev' [] ys = ys`

`rev' (x:xs) ys = rev' xs (x:ys)`

- Прием:
Накапливающий параметр



Забыл сказать

- ▣ `length` → длина списка

`length [] = 0`

`length (_:xs) = 1 + length xs`

- ▣ Строки – списки символов
 - `"abc"` – сокращенная запись для `['a', 'b', 'c']`
 - `"abc" ++ "klm" □ "abcklm"`
 - `head "abc" □ 'a'`
 - `length "abc" □ 3`

Кортежи



Кортежи (tuples)

- (1,2) - пары
- (3,7,11) – тройки
- (3, 4, 88, 9) и т.д.

- Для пар есть встроенные функции `fst` и `snd`
 $\text{fst}(x, _) = x$
 $\text{snd}(_, y) = y$

- Обычно обрабатываем с помощью сопоставления с образцом
 $\text{abs}(x, y) = \text{sqrt}(x*x+y*y)$

- В чем разница со списками?
 - Значения могут быть разных типов
 - ("Сидоров", 1990, 178, 4.7, True)
 - Нельзя организовать цикл по всем элементам набора

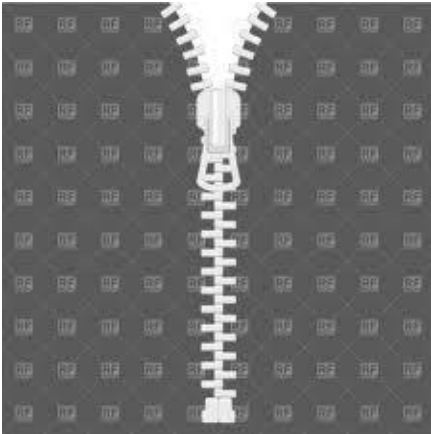
zip

- `zip` – соединить два списка в список пар

```
zip [1,2,3] [33,55,22]
```

□

```
[(1,33), (2,55), (3,22)]
```



```
zip (x:xs) (y:ys) =  
  (x,y) : zip xs ys
```

```
zip [] _ = []
```

```
zip _ [] = []
```

- Или

```
zip _ _ = []
```

- Разной длины □ укорачиваем

Pattern binding

- Пусть функция возвращает пару:

```
areaPerim r =  
    (3.14*r^2, 2*3.14*r)
```

```
areaPerim 10 □ (314, 62.8)
```

- Как получить результат?

- `fst` и `snd`:

```
let res = areaPerim 10  
    in fst res / snd res
```

- Слева от `=` м.б. шаблон:

```
let (s, p) = areaPerim 10  
    in s / p
```

- И в лямбда-выражениях: слева от `->` могут быть шаблоны

```
map (\(x, y) -> x+y) xs
```

```
[(1,2), (3,4)]
```

```
□ [3, 7]
```

- Похожая вещь в C++:

```
tie
```

```
tie(s, p) = areaPerim(10);
```

Алгебраические типы данных



Как называются стандартные типы?

- ▣ Integer, Char, Bool, Double
- ▣ Списки
[Integer]
- ▣ Строка
String – сокращение для [Char]
- ▣ Кортежи
(Integer, String)

data – простой случай.

Конструкторы

data Point = Pt Integer Integer

Pt 33 50

- Похоже на структуры в обычных языках
- Для доступа к полям – pattern matching

abs (Pt x y) = sqrt (x²+y²)

- Можно определить и именованные поля

□ Pt – конструктор

- Совсем не то, что конструктор в обычных языках 😞

- Задается в data
- Может использоваться в pattern matching
- Начинается с заглавной буквы

- ❖ Имя может совпадать с именем data:

data Point = Point Integer Integer

data с вариантами



```
data Person =  
  Student String Integer Integer |  
  Professor String String
```

```
Student "Сидоров" 5 541  
Professor "Чижиков" "алгебра"
```

```
[Student "Сидоров" 5 541,  
 Professor "Чижиков" "алгебра",  
 Student "Орлова" 5 545]
```

- Пример функции: hello
Person -> строка-приветствие

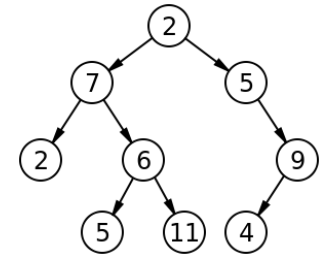
```
hello (Student name _ _) =  
  "Привет, " ++ name
```

```
hello (Professor name _ ) =  
  "Здравствуйте, профессор "  
  ++ name
```

- Еще пример: вместо enum:
data Suit =
 Spade | Heart | Club | Diamond



data с рекурсивным определением



```
data Tree = Empty |  
          Node Integer Tree Tree
```

```
Node 1 (Node 2 Empty Empty)  
      (Node 3 Empty Empty)
```

```
  1  
 /  \  
2    3
```

- Пример: сумма
sumTree Empty = 0
sumTree (Node val l r) =
 val + sumTree l + sumTree r


- Кстати: deriving Show

```
data Tree = Empty |  
          Node Integer Tree Tree  
          deriving Show
```

```
data Point = Pt Integer Integer  
           deriving Show
```

- чтобы можно было
печатать

Снова про функции высшего порядка



check

```
check cond [] = False
check cond (x:xs) =
  if cond x
  then True
  else check cond xs
```

□ Примеры вызова:

```
check (\x -> x * x <= 100) xs
```

```
mycond x = x*x < 100
check mycond xs
```

```
check mycond xs where
  mycond x = x*x < 100
```

□ Еще вариант

```
check cond [] = False
check cond (x:xs) = cond x ||
  check cond xs
```

Стандартные функции `all` и `any`

`any` - проверить, что хотя бы один элемент удовлетворяет условию

```
any (\x->x>0) [5,-1,8]  □  True
```

`all` - проверить, что все элементы удовлетворяют условию

```
all (\x->x>0) [5,-1,8]  □  False
```

checkDifferent

```
checkDifferent [] = True
checkDifferent (x:xs) =
  if x содержится в xs
  then False
  else checkDifferent xs
```

- *x* содержится в *xs*:
check (\t -> t == x) xs
 - Или any(\t->t==x)

```
checkDifferent (x:xs) =
  if any(\t -> t == x) xs
  then False
  else checkDifferent xs
```

- Стиль Haskell!!
(использовать функции высшего порядка)
- Еще вариант, без if
checkDifferent (x:xs) =
not any (\t -> t == x) xs &&
checkDifferent xs
- Более эффективное решение?
 - N Log N
 - Например, сначала отсортировать



Частичная параметризация

- Задача 1: Написать функцию для вычисления квадратного трехчлена

$$f(a, b, c, x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

- Задача 2: Ко всем элементам списка применить функцию $x^2 + 2 \cdot x + 4$

- Простой способ:

`map (\x -> f 1 2 4 x) xs`

- Частичная параметризация

`map (f 1 2 4) xs`

- Можно задавать часть параметров (только несколько первых)

- Получается функция от оставшихся параметров

`f 1 2 4` – функция от `x`

`f 1 2` – функция от `c` и `x`

`f 1` – функция от `b`, `c` и `x`

- Можно использовать при определении функции

`f1 = f 1 2 4`



section

- ▣ Частичная параметризация для бинарных операторов

(+2) – сокращение для $\lambda x \rightarrow x+2$

(>0) - сокращение для $\lambda x \rightarrow x>0$

- Можно задавать любой параметр
(2[^]) - сокращение для $\lambda x \rightarrow 2^x$
- Можно использовать переменные и выражения:
(+a)
(+sin y)

- Может быть *`имя_функции`*
(`mod` 10)

- ▣ Еще вариант checkDifferent

```
checkDifferent (x:xs) =  
  not any(== x) xs &&  
  checkDifferent xs
```