

ФРАКТАЛЫ

Понятия **фрактал** и **фрактальная геометрия**, появившиеся в конце 70-х, с середины 80-х прочно вошли в обиход математиков и программистов. Слово **фрактал** образовано от латинского *fractus* и в переводе означает *состоящий из фрагментов*. Оно было предложено Бенуа Мандельбротом в 1975 году для обозначения нерегулярных, но самоподобных структур, которыми он занимался.

Рождение фрактальной геометрии принято связывать с выходом в 1977 году книги Мандельброта *'The Fractal Geometry of Nature'*. В его работах использованы научные результаты других ученых, работавших в период 1875-1925 годов в той же области (Пуанкаре, Фату, Жюлиа, Кантор, Хаусдорф). Но только в наше время удалось объединить их работы в единую систему.

Роль фракталов в машинной графике сегодня достаточно велика. Они приходят на помощь, например, когда требуется, с помощью нескольких коэффициентов, задать линии и поверхности очень сложной формы. **Фрактальная геометрия незаменима при генерации искусственных облаков, гор, поверхности моря, шероховатой поверхности**. Фактически найден способ легкого представления сложных неевклидовых объектов, образы которых весьма похожи на природные.

Одним из основных свойств фракталов является самоподобие. В самом простом случае **небольшая часть фрактала содержит информацию о всем фрактале**. **ВАЖНО!**

Определение фрактала, данное Мандельбротом, звучит так: "**Фракталом называется структура, состоящая из частей, которые в каком-то смысле**

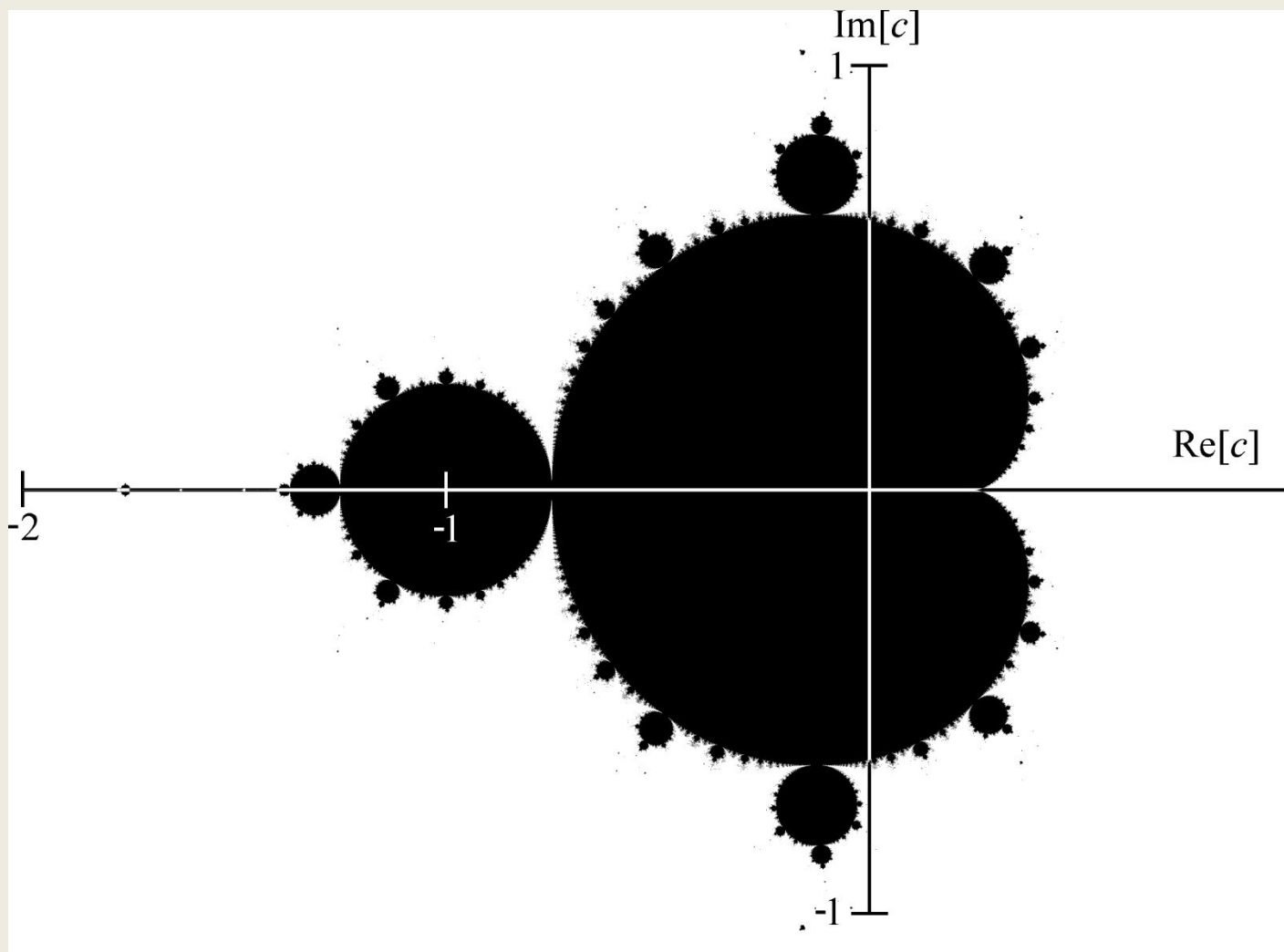
**Фрактал Мандельброта** есть множество  
точек  $C$

на комплексной плоскости, для которых  
последовательность  $Z_i$ , определяемая  
итерациями

$$\begin{aligned}Z_0 &= 0, \\Z_1 &= Z_0^2 + C, \\Z_2 &= Z_1^2 + C, \\&\dots \\Z_{i+1} &= Z_i^2 + C,\end{aligned}$$

конечна (то есть не уходит в бесконечность).

Визуально **множество Мандельброта** выглядит как набор бесконечного количества фигур, самая большая из которых *кардиоида*. Она окружена всё уменьшающимися кругами, каждый из которых окружен еще меньшими кругами, и т. д. до бесконечности. При любом увеличении этого фрактала будут выявляться всё более и более мелкие детали изображения, дополнительные ветки с более мелкими кардиоидами, кругами.





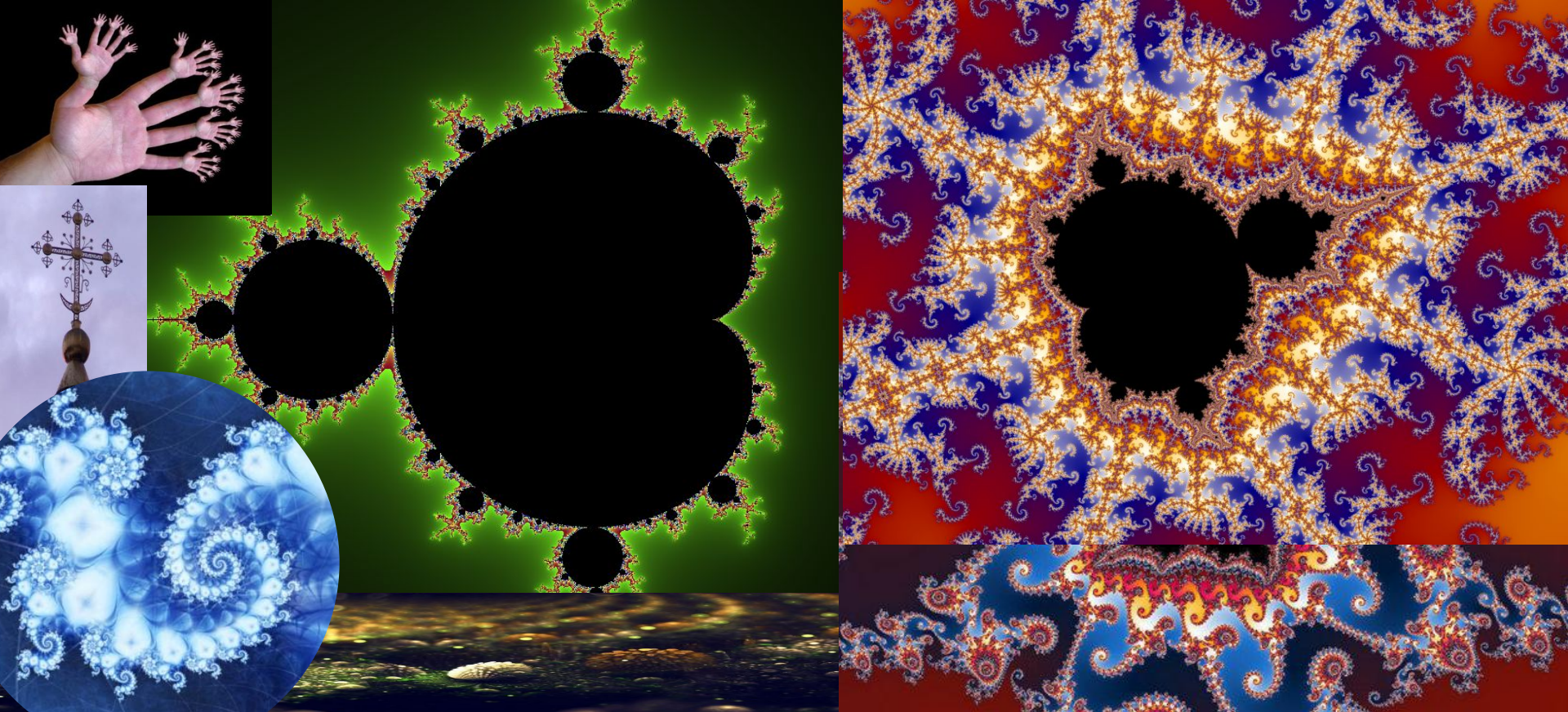
**Для построения множества Мандельброта** применяют алгоритм *escape-time*.

Доказано, что всё множество целиком расположено внутри круга радиуса 2 на плоскости.

Поэтому будем считать, что если для точки **C** последовательность итераций функции  $Z = Z^2 + C$  с начальным значением  $z = 0$  после некоторого большого их числа  $N$  (скажем, 100) не вышла за пределы этого круга, то точка принадлежит множеству и красится в черный цвет.

Соответственно, если на каком-то этапе, меньшем  $N$ , элемент последовательности по модулю стал больше 2, то точка множеству не принадлежит и остается белой. Таким образом, можно получить черно-белое изображение множества, **которое и было получено Мандельбротом**.

Чтобы сделать его цветным, можно, например, каждую точку не из множества красить в цвет, соответствующий номеру итерации, на котором ее последовательность вышла за пределы круга.



# Фильмы о фракталах

<http://www.youtube.com/watch?v=pYHSNFNxy50>

ПОСМОТРЕТЬ фрактал самому:

<http://elementy.ru/posters/fractals/Mandelbrot#nop>

[Построение фрактала, 7 м](#)

<http://video.yandex.ru/users/ksseha/view/7/>

[Полёт в глубину фрактала](#)

<http://www.youtube.com/watch?v=b09uqnn8DbE>

<http://www.youtube.com/watch?v=K0kGEs9JTrI>

<http://www.youtube.com/watch?v=Pzq4XvaBnT4>

**Спасибо за  
внимание!**

**Прошу переходить  
к дискуссии**