

# Наноэлектроника

## Лекция 10

к.т.н., доц. Марончук И.И.

**Фундаментальные  
физические явления  
наноэлектроники**

Три группы фундаментальных явлений определяют поведение подвижных носителей заряда (электронов и дырок) в наноразмерных структурах. Это квантовое ограничение, баллистический транспорт и квантовая интерференция, туннелирование, которые по своему происхождению представляют собой типичные квантово-механические явления.

## Квантовое ограничение

Квантовое ограничение имеет место в том случае, когда свободное движение электронов, по крайней мере, в одном из направлений оказывается ограниченным потенциальными барьерами, образующимися в наноструктуре, в которой эти электроны находятся. Оно вносит новые закономерности в спектр разрешенных энергетических состояний и перенос носителей заряда через наноструктуру. Свободный электрон, движущийся в трехмерной системе, имеет кинетическую энергию, величина которой в соответствии с пространственными компонентами его импульса  $p_x, p_y, p_z$  составляет

$$E = \frac{1}{2m}(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2),$$

или в волновом представлении

$$E = \frac{\hbar^2}{2m}(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)$$

где  $m$  (также обозначаемое как  $m^*$ ) - эффективная масса электрона, которая в твердых телах обычно меньше, чем масса покоя электрона  $m_0$ ;  $\hbar$  - редуцированная постоянная Планка ( $\hbar = h/2\pi$ );  $k_x, k_y, k_z$  - пространственные компоненты волнового вектора.

В наноструктуре свободное движение электрона ограничено, по крайней мере, в одном направлении. В данном направлении, пусть это будет направление вдоль оси  $x$ , силы, удерживающие электрон, могут быть представлены бесконечно глубокой потенциальной ямой, как это показано на рис. При геометрической ширине ямы  $a$  вдоль  $x$  электрон имеет нулевую потенциальную энергию в области  $0 < x < a$ . Бесконечно высокий потенциальный барьер предотвращает нахождение электрона за границами этой области.

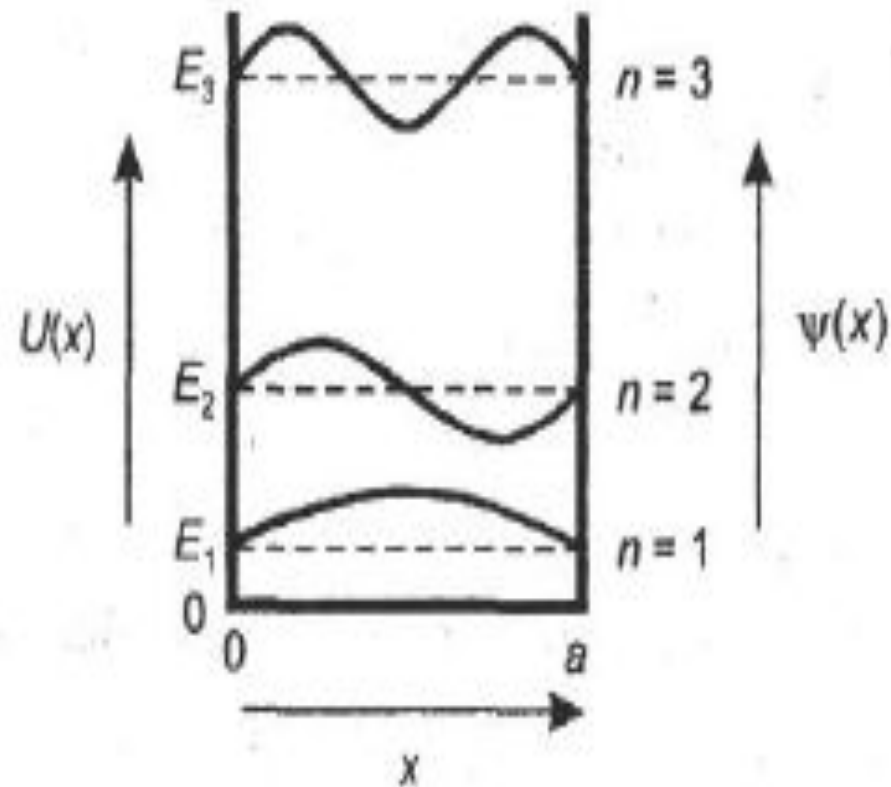


Рис. Потенциальная яма и волновые функции электронов в ней

Таким образом, волновая функция, соответствующая электрону, должна обращаться в нуль на границах потенциальной ямы, т. е. при  $x = 0$  и  $x = a$ . Лишь ограниченный набор волновых функций отвечает такому условию. Это стоячие волны с длиной волны  $\lambda$ , определяемой соотношением

$$\lambda_n = 2a/n,$$

где  $n = 1, 2, \dots$

Соответствующие разрешенные значения волнового вектора дискретны и имеют величину

$$k_n = 2\pi/\lambda_n = n\pi/a.$$

В результате разрешенные энергетические состояния электрона в яме оказываются тоже дискретными. Спектр этих состояний описывается как

$$E = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m} = \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2ma^2}.$$

Целое  $n$  является квантовым числом, обозначающим квантовое состояние. Из соотношения видно, что электрон, помещенный в ограниченную область пространства, может занимать только дискретные энергетические уровни.

Самое низкое состояние имеет энергию

$$E = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ma^2},$$

которая всегда больше нуля. Ненулевая минимальная энергия отличает квантово-механическую систему от классической механической системы, для которой энергия частицы, находящейся на дне потенциальной ямы, тождественно равна нулю. Кроме того, разрешенные значения энергии для электрона оказываются квантованными пропорционально  $n^2$ . Для того чтобы удовлетворять принципу неопределенности  $\Delta p \Delta x \geq \hbar / 2$  (в нашем случае  $\Delta x = a$ ), электрон должен иметь неопределенность своего момента  $\Delta p \Delta x \geq \hbar / 2a$ . Это соответствует минимальному изменению энергии  $\Delta E = (\Delta p)^2 / 2m = \hbar^2 / 8ma^2$ , которое с точностью до сомножителя  $\pi^2 / 4$  соответствует приведенному выражению для  $E_1$ . Таким образом, и принцип неопределенности приводит к выводу о ненулевом значении минимальной энергии электрона, замкнутого в потенциальной яме.



Конечное (ненулевое) минимальное значение энергии электронов и дискретность разрешенных энергетических состояний для них в наноструктуре, возникающие как следствие квантово-волнового поведения электрона в замкнутом пространстве, называют эффектом квантового ограничения. Он характерен как для электронов, так и для дырок.

Для больших квантовых чисел  $n$  дискретность уровней энергии уже не играет роли; относительное расстояние между ними уменьшается. Это - проявление принципа соответствия: при больших квантовых числах (большая энергия) законы квантовой механики дают тот же результат, что и классическая механика; энергию можно считать изменяющейся непрерывно.

*Основные свойства энергетического спектра электрона, находящегося в квантовой яме:*

1. Минимальная энергия, которой электрон обладает в потенциальной яме, отлична от нуля.
2. С ростом  $n$  расстояние между уровнями увеличивается.
3. Чем меньше размер ямы (т.е. меньше область локализации электрона), тем больше расстояние между уровнями.
4. При бесконечно большой ширине ямы ( $l \rightarrow \infty$ ) дискретный спектр энергии становится сплошным.

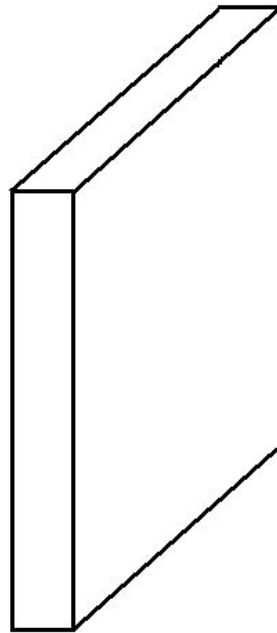
## Локализация электронов в простейших наноструктурах (размерное квантование)

В макромасштабе свободные электроны в твердом теле перемещаются по любому из трех пространственных направлений. В этом случае говорят, что электронный газ трехмерен. Волна, соответствующая свободному электрону в твердом теле, может беспрепятственно распространяться в любом направлении. При уменьшении размеров полупроводникового прибора до микромасштабов это свойство также сохраняется вплоть до определенного предельного размера.

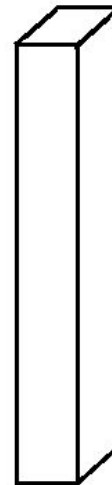
Ситуация кардинально меняется, когда электрон попадает в твердотельную структуру, размер которой  $l$ , по крайней мере в одном направлении, ограничен и по своей величине сравним с длиной волны де Бройля. Эффект, возникающий при ограничении или лимитировании движения электронов физическими размерами области, в которой он находится, называется эффектом локализации или **размерным квантованием** или **квантовым размерным эффектом**.

Эффекты такого рода наблюдаются в таких квантовых структурах, как тонкие полупроводниковые или металлические пленки, узкие приповерхностные области пространственного заряда (узкие каналы). В квантовой яме электроны проводимости локализованы по одному измерению и не локализованы по двум остальным в плоскости, перпендикулярной этому измерению.

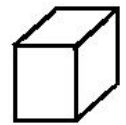
Квантово-размерные  
структуры, в которых  
наблюдается  
эффект размерного  
квантования



2D - "яма"



1D - "проволока"



0D - "точка"

В твердых телах квантовое ограничение может быть реализовано в трех пространственных направлениях. Количество направлений в твердотельной структуре, в которых эффект квантового ограничения отсутствует, используется в качестве критерия для классификации элементарных наноструктур по трем группам. Это - квантовые пленки, квантовые проволоки и квантовые точки, схематично показанные на рис.

Эти элементарные структуры представляют собой кристаллический материал, пространственно ограниченный в одном, двух и трех измерениях. Для изготовления наноструктур используют всевозможные полупроводниковые соединения, и полупроводники четвертой группы Si и Ge. Пространственное ограничение или конфайнмент приводит к тому, что энергетический спектр объемного материала трансформируется. Зонные спектры расщепляются на подзоны размерного квантования для квантовых ям и нитей и на дискретные уровни для квантовых точек (рис.). В результате, в плотности состояний низкоразмерных систем возникают характерные особенности (рис.).

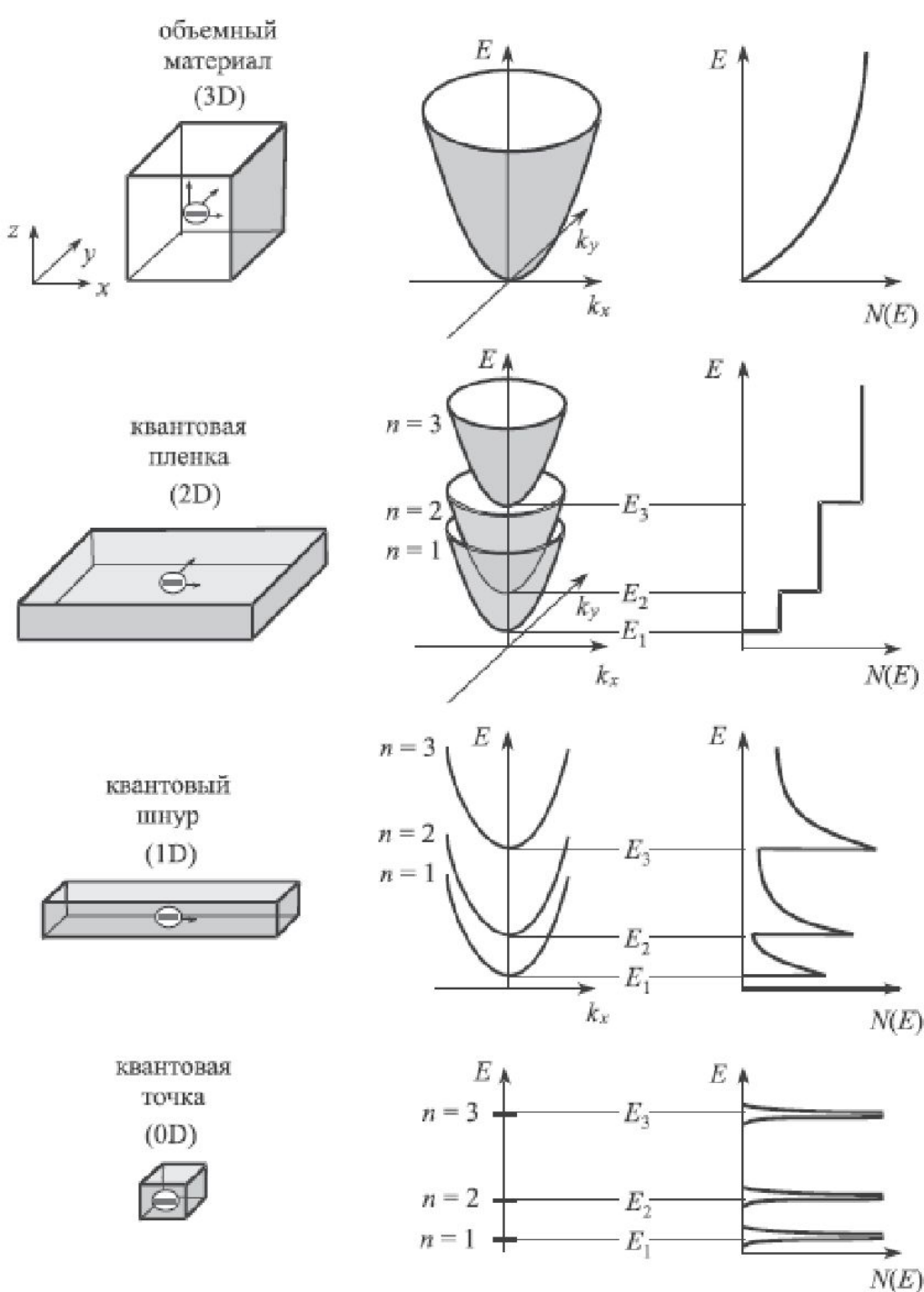


Рис. Элементарные низкоразмерные структуры, их энергетические диаграммы и плотности состояний  $N(E)$  в сравнении с трехмерной структурой.

**Квантовые пленки** - это двумерные (2D) структуры, в которых квантовое ограничение действует только в одном направлении - по толщине пленки (направление  $z$  на рис.). Носители заряда в квантовых пленках свободно двигаются в плоскости  $xy$ . Их общая энергия складывается из квантованных значений, определяемых эффектом квантового ограничения в направлении  $z$ , и монотонных кинетических компонентов в направлениях  $x$  и  $y$ :

$$E = \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2ma^2} + \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m}.$$

В  $k$ -пространстве энергетическая диаграмма квантовой пленки представляет собой семейство параболических зон, которые, перекрываясь, образуют подзоны. Минимальная энергия, которую электрон может занимать в  $n$ -й подзоне, не осуществляя движения в плоскости пленки, задается соотношением

$$E = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m} = \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2ma^2}.$$

Плотность электронных состояний в квантовой пленке в зависимости от энергии имеет ступенчатый вид, который заменяет типичную параболическую зависимость для свободных электронов в трехмерных (3D) структурах. Электроны в квантовых пленках обычно называют двумерным электронным газом.



**Квантовые проволоки** (или **квантовые нити** или **квантовые шнуры**) - это одномерные (1D) структуры, в которых квантовое ограничение действует в двух направлениях. Соответственно, носители заряда могут свободно двигаться в квантовой проволоке только в одном направлении - вдоль оси проволоки. Таким образом, кинетическая составляющая только вдоль одного направления и квантованные значения энергии вносят вклад в общую энергию носителя заряда. Как следствие этого, плотность состояний имеет зависимость от энергии вида  $E^{1/2}$  для каждой дискретной пары состояний в направлении квантового ограничения.

**Квантовые точки** - это нульмерные (0D) структуры, в которых движение носителей заряда ограничено во всех трех направлениях. Энергетические состояния при этом оказываются также квантованными во всех трех направлениях, а плотность состояний представляет собой серию острых пиков, наподобие того, как это имеет место у атомов. Благодаря такому сходству с атомами квантовые точки иногда называют искусственными атомами.

Квантовые пленки, квантовые проволоки и квантовые точки являются элементарными низкоразмерными наноструктурами, которые следует рассматривать в определенном смысле как идеализированные объекты, представляющие фундаментальные следствия проявления эффекта квантового ограничения. Очевидно, что наноструктуры, имеющие практический интерес, должны располагаться на какой-либо подложке и иметь контакт с другими структурами и функциональными элементами. Более того, приборные применения требуют комбинации элементарных структур. Вместе с этим, несмотря на значительное расширение гаммы квантово-механических эффектов, проявляющихся в сложных комбинированных структурах, отмеченные закономерности квантового ограничения остаются доминирующими.

На рисунке представлены изображения реальных элементарных наноструктур, полученные с помощью электронного микроскопа.

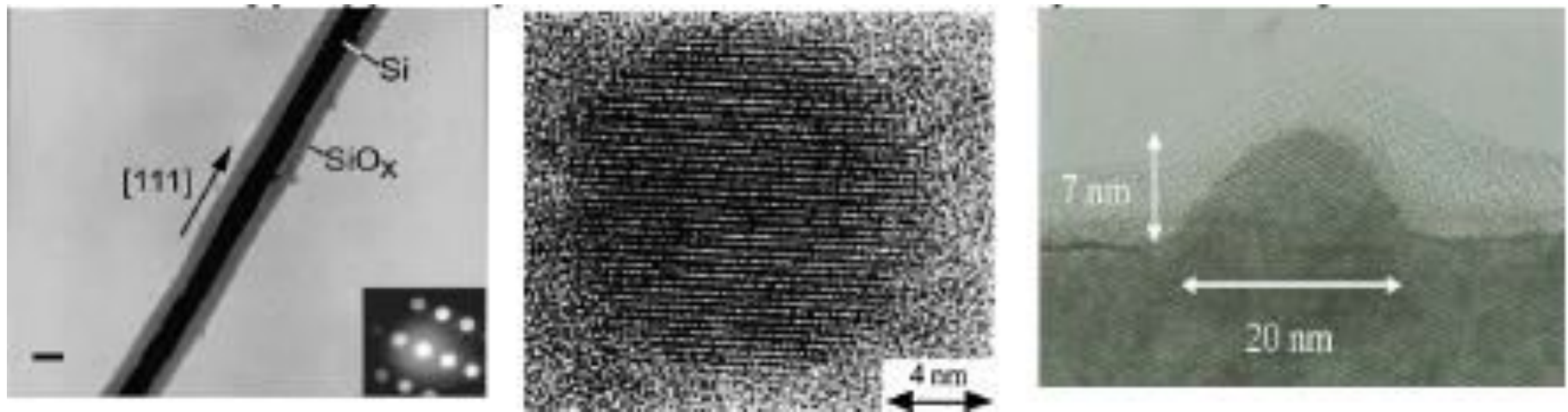


Рис. Изображения (слева направо) квантовой нити, квантовой точки CdS в SiO<sub>2</sub>, квантовой точки InAs в GaAs, полученные с помощью просвечивающего электронного микроскопа

Из элементарных наноструктур можно построить сложные наноструктуры, например, многослойные квантовые ямы и сверхрешетки, одномерные и двумерные массивы квантовых нитей или двумерные и трехмерные массивы квантовых точек (рис.).

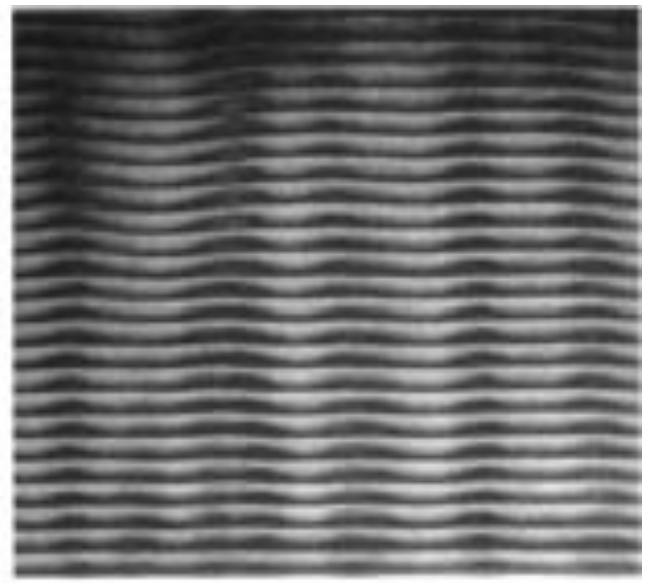
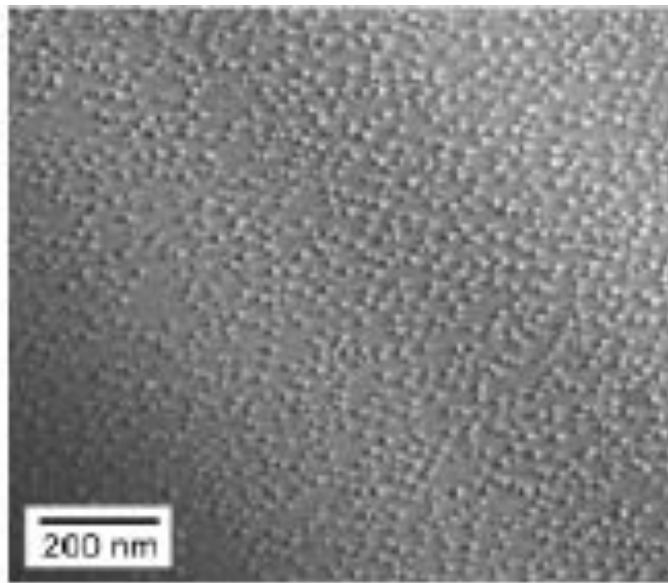


Рис. Изображения (слева направо) двумерного и трехмерного массива квантовых точек, полученные с помощью просвечивающего электронного микроскопа

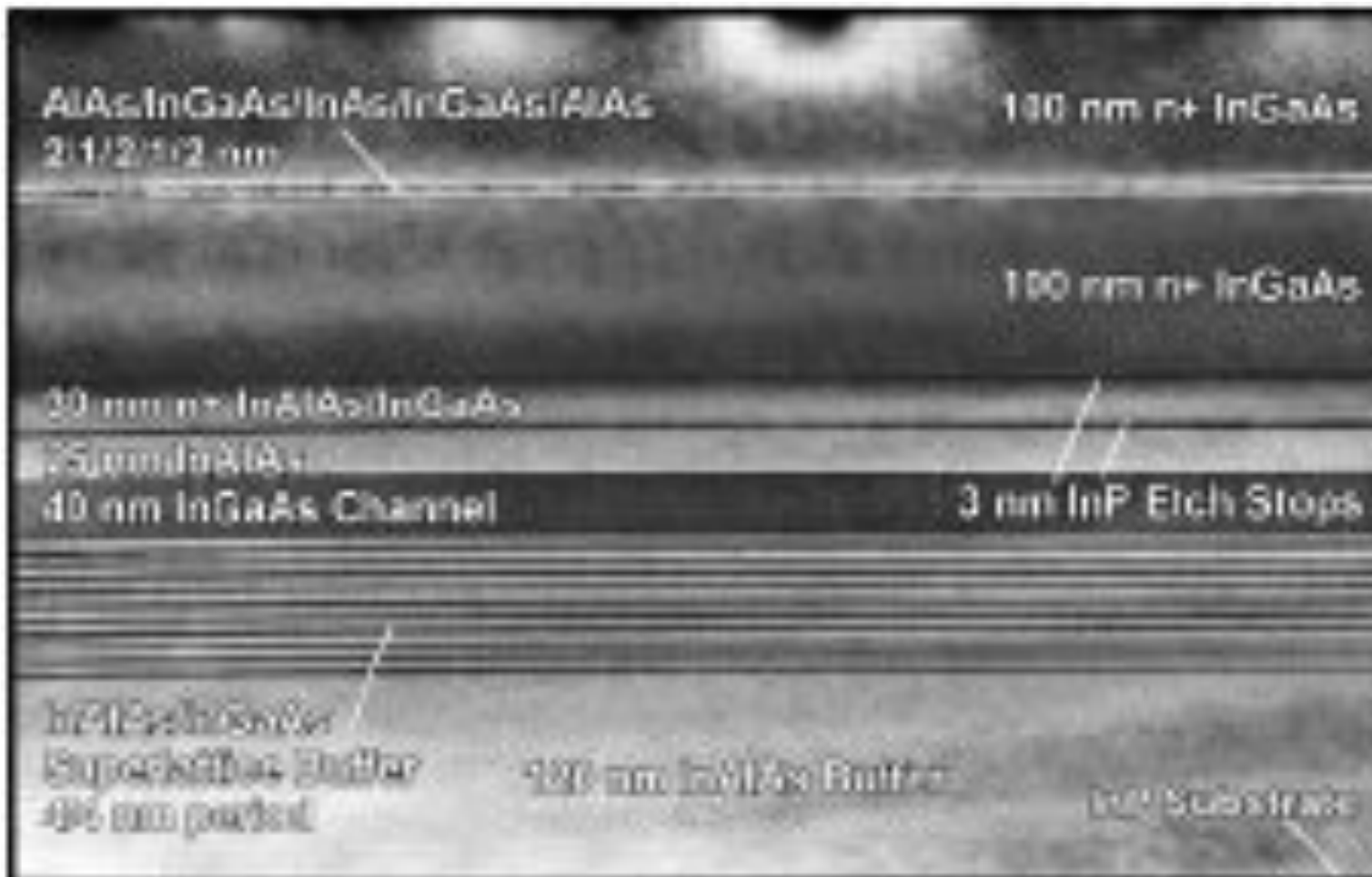


Рис. Изображение многослойной структуры из квантовых ям, полученное с помощью просвечивающего электронного микроскопа

В 1962 г. Л. В. Келдыш показал возможность создания в кристалле особой периодической структуры, которая называется **сверхрешеткой**.

Сверхрешетка - это кристаллическая структура, обладающая помимо периодического потенциала, свойственного кристаллической решетке, дополнительным потенциалом, период которого существенно превышает атомарные размеры, но соответствует наномасштабам. Сверхрешетки могут создаваться в проводниковых, магнитных и полупроводниковых материалах. Наиболее полно исследованы полупроводниковые сверхрешетки, состоящие из чередующихся нанослоев вещества, различающихся по составу. В этом случае сверхрешетки могут рассматриваться как одномерные системы потенциальных ям, разделенных сравнительно узкими потенциальными барьерами с заметной туннельной прозрачностью.

Примером могут служить слоистые неоднородные наноструктуры - сверхрешётки, в которых чередуются твёрдые сверхтонкие слои (толщиной от нескольких до ста нанометров) кристаллической решётки двух различных веществ - например, оксидов. Такая структура представляет собою кристалл, в котором наряду с обычной решёткой из периодически расположенных атомов существует сверхрешётка из повторяющихся слоев разного состава. Благодаря тому, что толщина нанослоя сравнима с дебройлевской длиной волны электрона, в сверхрешётках реализуется квантовый размерный эффект. Использование эффекта размерного квантования в многослойных наноструктурах позволяет создавать электронные устройства с повышенными быстродействием и информационной ёмкостью.

Простейшим электронным устройством такого типа является, например, двухбарьерный диод  $AlAs/GaAs/AlAs$ , состоящий из слоя арсенида галлия толщиной 4-6 нм, расположенного между двумя слоями арсенида алюминия толщиной 1,5-2,5 нм.

На основе сверхрешеток созданы приборы с отрицательной (N-образной) вольт-амперной характеристикой, способные усиливать и генерировать электромагнитные колебания, а также эффективные светоизлучающие приборы и приборы другого назначения.

В сверхрешетках может проявляться так называемый резонансный туннельный эффект. Этот эффект состоит в резком увеличении вероятности прохождения микрочастиц, например электронов, сквозь двух- или многобарьерную структуру, когда исходная энергия частицы совпадает с энергетическим уровнем в смежной потенциальной яме (резонансный уровень).



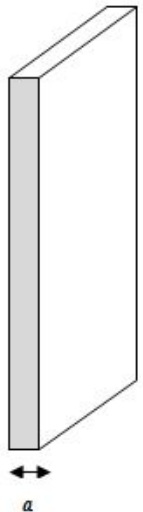
Этот эффект широко используется в наноэлектронике при разработке сверхбыстродействующих приборов. Идея использования резонансного туннелирования для создания быстродействующих приборов, предложенная еще в 60-е гг. прошлого столетия, была реализована лишь в 1970г. (Л. Есаки) благодаря появлению метода **молекулярно-лучевой эпитаксии**. В настоящее время молекулярная эпитаксия - самый эффективный метод наращивания на плоскую подложку слоев иного состава наноразмерной толщины. Такие слои являются **квантовыми ямами** для электронов.

В 1986г. К. К. Лихаревым были теоретически предсказаны кулоновская блокада туннелирования и одноэлектронное туннелирование, т.е. прохождение электронов через туннельный барьер по одному. Эти эффекты подтвердились экспериментально. На их основе созданы одноэлектронные транзисторы и элементы памяти.

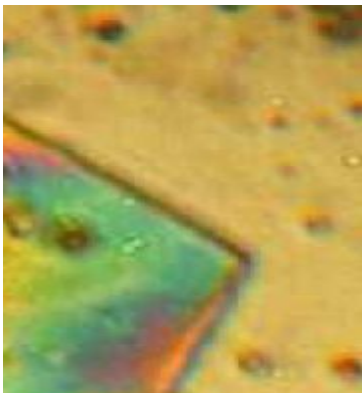
Вслед за сверхрешетками были теоретически описаны и получены на практике одномерные и нульмерные наноструктуры, называемые **квантовыми проволоками (нитями)** и **квантовыми точками** соответственно. В каждом слое сверхрешетки (двухмерная потенциальная яма) движение электронов ограничено лишь в одном измерении и реализуется в этом измерении за счет туннельного эффекта. В квантовой нити движение электронов ограничено в двух измерениях. В квантовых точках движение электронов ограничено в трех измерениях (наноразмерный кристаллик). В последнем случае реализуется предельный вариант размерного квантования, когда модификация электронных свойств наиболее выражена. Энергетический спектр электрона, принадлежащего квантовой точке, дискретен, подобно энергетическому спектру электрона в изолированном атоме. Однако реальная квантовая точка может содержать многие тысячи атомов. Например, квантовая точка в арсениде галлия размером в 14 нм содержит более  $10^5$  атомов.

Квантовые ямы, квантовые нити и точки открывают широкие возможности для создания различных наноэлектронных приборов.

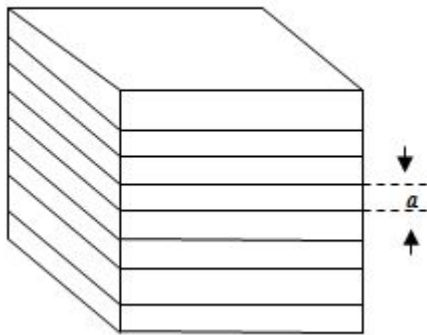
# Основные типы квантово-размерных структур



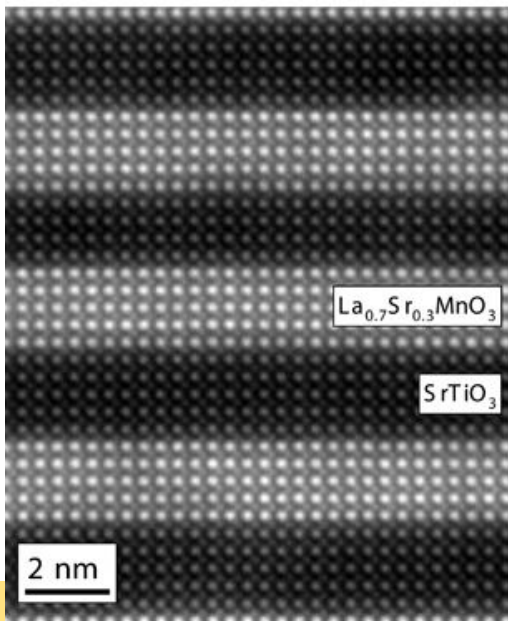
Квантовая яма



Тонкие плёнки,  
тонкие слои



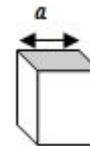
Сверхрешётка



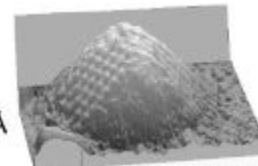
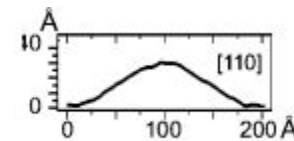
<http://lucidthoughts.com.au/wordpress>



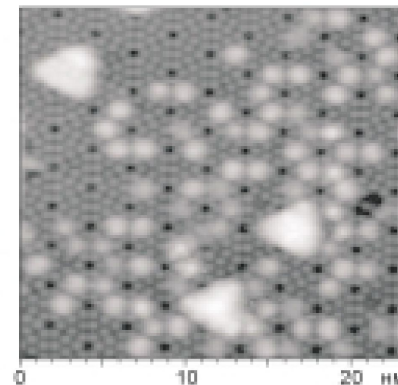
Квантовая  
нить



Квантовая  
точка



Нанокластер  
InAs



Нанокластеры Ge на  
поверхности Si

## Баллистический транспорт носителей заряда

Баллистический транспорт в наноструктурах заключается в переносе электронов без рассеяния. В противоположность этому в макроструктурах электроны могут подвергаться весьма существенному рассеянию на колебаниях кристаллической решетки, на структурных дефектах либо на границе раздела фаз, а также при взаимных столкновениях.

Электрон, сталкивающийся с другим электроном или испытывающий рассеяние на колебаниях решетки, на дефектах либо на границе раздела, неизбежно изменяет свое энергетическое состояние. Среднее расстояние, которое электрон проходит между двумя ближайшими актами рассеяния, называют средней длиной свободного пробега.

В макроскопических системах средняя длина свободного пробега электронов всегда намного меньше размера этих систем. Для них справедливы следующие допущения:

- 1) процессы рассеяния носителей заряда локальны, т. е. происходят в определенных точках пространства;
- 2) рассеяние непрерывно во времени;
- 3) и рассеяние, и поля, инициирующие движение носителей заряда, малы настолько, что оба эти фактора вызывают независимые отклонения в равновесии всей системы;
- 4) масштаб времени для наблюдения за системой выбран таким образом, что регистрируются только события, которые являются медленными по отношению к среднему времени между двумя ближайшими актами рассеяния.

Такие допущения позволяют использовать кинетическое уравнение Больцмана для описания транспорта носителей заряда в макроскопических системах.

В наноструктурах условия для транспорта носителей заряда существенно отличаются от таковых в макросистемах. В структурах с размером менее длины свободного пробега носителей перенос носителей заряда происходит без их рассеяния. Такой перенос называют баллистическим транспортом. При этом допущения, позволяющие описывать транспорт носителей заряда с использованием кинетического уравнения Больцмана, теряют свою силу. Основные эффекты, относящиеся к баллистическому транспорту, зависят от соотношения между размерами структуры, в которой рассматривается перенос носителей заряда, и характерными длинами свободного пробега. Ключевыми являются длины свободного пробега, характеризующие упругое и неупругое рассеяние носителей заряда.

Средняя длина свободного пробега при упругом рассеянии - это среднее расстояние, которое проходит носитель заряда между двумя ближайшими актами упругого рассеяния. Она определяется скоростью Ферми  $v_F = (2E_F/m)^{1/2}$  (где  $E_F$  - энергия Ферми) и временем рассеяния  $\tau_{sc} = Dd/v_F^2$  (где  $D$  - коэффициент диффузии носителей и  $d$  - размерность структуры) как  $l_e = v_F \tau_{sc}$ , когда электронная система вырождена при низкой температуре.

Средняя длина свободного пробега при неупругом рассеянии - это расстояние, на протяжении которого электронная волна изменяет свою фазу вследствие рассеяния. Численно это  $l_{in} = v_F \tau_\phi$  где  $\tau_\phi$  - время релаксации фазы (или энергии). Имеется другой параметр, характеризующий неупругое рассеяние носителей заряда.

Длина фазовой когерентности  $l_\varphi = (D\tau_\varphi)^{1/2}$  - это расстояние, на протяжении которого электронная волна сохраняет свою фазу, или, как еще говорят, подвижный носитель сохраняет свою фазовую память. Следует иметь в виду, что средняя длина свободного пробега при неупругом рассеянии и длина фазовой когерентности представляют собой различные характеристики. Длина фазовой когерентности меньше, чем средняя длина свободного пробега при неупругом рассеянии. Оба приведенных характеристических параметра важны при анализе условий фазовой интерференции электронных волн.



В твердых телах средняя длина свободного пробега для неупругого рассеяния больше, чем для упругого.

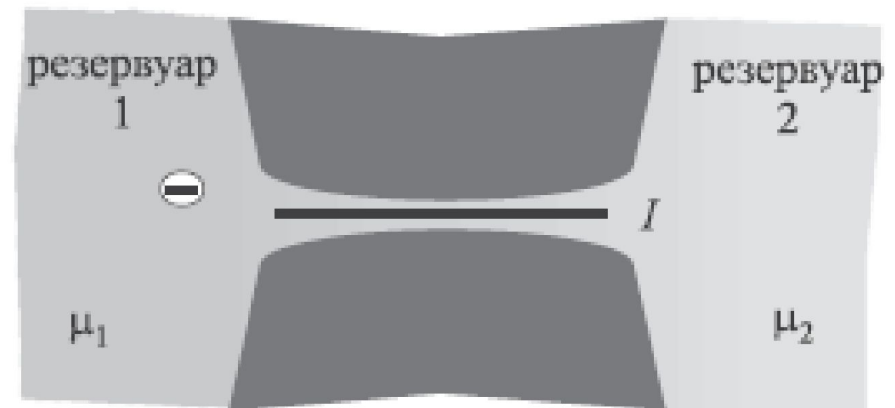
Транспорт носителей заряда в структурах с размером между этими двумя характеристиками происходит квазибаллистически, т. е. со слабым рассеянием. Одной из важных размерных характеристик для наноструктур является длина волны Ферми  $\lambda_F = 2\pi/k_F$ , где  $k_F$  - волновой вектор, соответствующий энергии Ферми. При температуре абсолютного нуля электроны находятся в состояниях, определяемых соотношением  $|k| < k_F$ , что эквивалентно электронным волнам с длиной волны  $\lambda > \lambda_F$ .

Сравнивая размер наноструктуры со средней длиной свободного пробега электронов и длиной волны Ферми, характеризующих материал, из которого данная структура изготовлена, можно оценить основные особенности движения носителей заряда в этой наноструктуре. В металлах средняя длина свободного пробега электронов даже при низких температурах обычно не превышает 10 нм. Эта величина сравнима или меньше размеров типичных наноструктур. Вследствие этого баллистический транспорт в металлических наноструктурах реализуется с трудом. Более того, длина волны Ферми в них тоже очень мала - 0,1-0,2 нм. В результате квантование энергетических уровней в металлах не является существенным фактором, за исключением очень низких температур, когда расстояние между двумя соседними энергетическими уровнями становится сравнимым с тепловой энергией. Поэтому наиболее существенное разделение энергетических уровней в квантовых точках из металлов связано с кулоновским взаимодействием.

Транспорт носителей заряда в полупроводниках характеризуется средней длиной свободного пробега электронов, которая может достигать до нескольких микрометров. Баллистический транспорт довольно легко реализуется в наноструктурах из полупроводников. Так, при комнатной температуре средняя длина свободного пробега электронов при неупругом рассеянии достигает 50-100 нм в Si и около 120 нм в GaAs. Более того, длина волн Ферми в полупроводниках достигает 30-50 нм. Когда размер структур становится сравнимым с этими величинами, квантование энергии, связанное с эффектом квантового ограничения, становится существенным фактором, определяющим электронные свойства и транспорт носителей заряда в них.

Идеальный баллистический транспорт носителей заряда в наноструктурах характеризуется универсальной баллистической проводимостью, которая не зависит от материала и определяется лишь фундаментальными константами. Наиболее простым прибором для иллюстрации этого является проводник с двумя контактами. Такой проводник схематически показан на рис., где сужение между двумя резервуарами с электронами действует как проводящая квантовая проволока. Предполагается, что в этом канале нет никаких неоднородностей, приводящих к рассеянию носителей. Кроме того, полагается, что связь этого совершенного проводящего канала с резервуарами для электронов осуществляется посредством безотражательных проводников, что предполагает неизбежное попадание в резервуар всех электронов, вышедших из канала.

Два резервуара с электронами, соединенные совершенным проводящим каналом



Будем считать, что вся структура находится при температуре абсолютного нуля и резервуары заполнены электронами до уровней, характеризующихся электрохимическими потенциалами  $\mu_1$  и  $\mu_2$ , причем  $\mu_1 > \mu_2$ . Если электронные состояния между  $\mu_1$  и  $\mu_2$  полностью заняты, между резервуарами протекает ток

$$I = (\mu_1 - \mu_2)ev(dn/d\mu),$$

где  $e$  - заряд электрона;  $v$  - составляющая скорости электронов на поверхности Ферми вдоль оси канала;  $dn/d\mu$  - плотность электронных состояний в канале с учетом вырождения по спину. В квантовом шнуре  $dn/d\mu = 1/\pi\hbar v$ . Подставляя  $(\mu_1 - \mu_2) = e(V_1 - V_2)$ , где  $V_1$  и  $V_2$  - электрические потенциалы, вызывающие разность электрохимических потенциалов в резервуарах, проводимость квантового шнура получаем в виде

$$G = I/(V_1 - V_2) = e^2/\pi\hbar = 2e^2/h.$$

Это проводимость идеального одномерного проводника, который функционирует в баллистическом режиме. Она определяется только фундаментальными константами – зарядом электрона и постоянной Планка. Величину  $e^2/h = 38,740$  мкСм называют единицей квантовой проводимости. Соответствующее сопротивление  $h/e^2 = 25812,807$  Ом. Приведенные рассуждения могут быть обобщены на случай, когда проводящий канал имеет более одного энергетического состояния ниже уровня Ферми. Для канала с  $N$  разрешенными состояниями, или, что то же самое, с  $N$  передающими модами, получаем

$$G = N(2e^2/h).$$

Проводимость канала с переменным числом передающих мод должна квантоваться в единицах  $2e^2/h$ . Это наблюдается в квантовых точечных контактах, которые представляют собой узкие двумерные каналы, соединяющие широкие резервуары с электронами. Как только движение электрона становится когерентным, в том смысле, что электрон проходит через всю структуру без рассеяния, его волновая функция будет сохранять определенную фазу. При этом электрон способен продемонстрировать разнообразные интерференционные эффекты.

## Фазовая интерференция электронных волн

Фазовая интерференция происходит в структурах с размерами порядка длины фазовой когерентности электрона в данном материале, что типично для твердотельных структур с нанометровыми размерами. При таких соотношениях проводимость структуры определяется эффектами, связанными с фазовой интерференцией. Это имеет место в чисто баллистических или квазibalлистических режимах переноса носителей заряда. Последний допускает слабое рассеивание носителей заряда, которое является типичным для большинства наноструктур, рассматриваемых как системы с незначительным разупорядочением. В этом случае критическая длина определяется средней длиной свободного пробега носителей заряда при неупругом рассеивании.



Рассмотрим интерференцию двух волн, представленных волновыми функциями в общем виде  $\psi = A e^{i\varphi}$ . Когда две таких волны складываются, вероятность появления новой волны определяется соотношением

$$W = |\psi_1 + \psi_2|^2 = |A_1|^2 + |A_2|^2 + 4|A_1 A_2|^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Эта вероятность может изменяться в пределах от суммы амплитуд двух взаимодействующих волн до их разности, в зависимости от соотношения их фаз ( $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ ). В отличие от наноструктур для макроскопических систем не важно сохранять какую-либо информацию относительно фаз взаимодействующих электронных волн, по крайней мере, по двум причинам. Во-первых, их размеры больше и длины фазовой когерентности, и средней длины свободного пробега носителей заряда при неупругом рассеивании. Во-вторых, усреднение по большому количеству парных взаимодействий полностью сглаживает эффект от интерференции отдельных электронных волн, потому что все они объединяются случайным образом. Этого не происходит в наноструктурах, где усреднение сведено к минимуму, что и позволяет наблюдать квантовые интерференционные эффекты.

Замечательной иллюстрацией квантовой интерференции фаз в низкоразмерных структурах является эффект Ааронова - Бома (Aharonov - Bohm effect). Конструкция интерферометра, подходящего для экспериментального наблюдения этого эффекта, показана на рис.

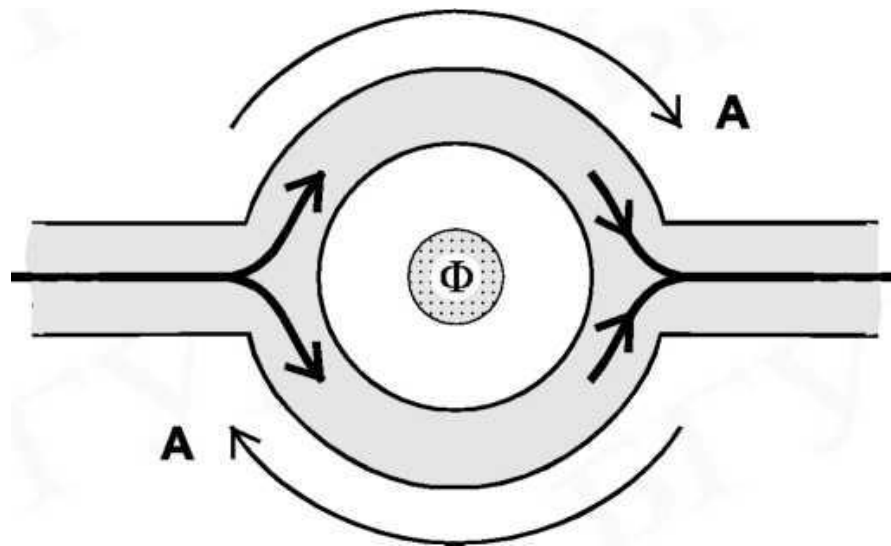


Рис. Конструкция интерферометра для экспериментального наблюдения эффекта Ааронова-Бома

Электронные волны, поступающие из волновода к левому входному контакту, расщепляются на две группы равных по амплитуде волн, огибают две половинки кольца, встречаются и интерферируют в правой части кольца и покидают его через правый выводной контакт. Маленький соленоид, несущий магнитный поток  $\Phi$ , размещается полностью внутри кольца так, что его магнитное поле перпендикулярно плоскости кольца и проходит через отверстие в нем. Желательно использовать волновод достаточно малых размеров, чтобы ограничить в нем возможное количество электронных мод одной или несколькими. Полный поток через структуру от левого входа к правому выходу зависит от соотношения между длиной ветвей кольца и средней длиной свободного пробега электронов при неупругом рассеянии в материале кольца.

Если это отношение удовлетворяет требованиям квазибаллистического транспорта, то ток в выходном контакте определяется фазовой интерференцией электронных волн на его входе. **Векторный потенциал магнитного поля  $A$** , проходящего через отверстие в кольце, азимутален. Следовательно, электроны, проходящие по каждой из ветвей кольца, двигаются или параллельно, или антипараллельно векторному потенциалу. В результате появляется разница в фазах электронных волн, прибывающих к выходному контакту из различных ветвей кольца. Эта разница определяется как  $\Delta\varphi = 2\pi(\Phi/\Phi_0)$ , где  $\Phi_0 = h/e$  - квант магнитного потока ( $h$  - постоянная Планка,  $e$  - заряд электрона).

Для появления интерференции электронных волн необходима периодичность в количестве квантов магнитного потока, пронизывающего кольцо. Интерференция происходит конструктивно - с увеличением амплитуды результирующей электронной волны, когда  $\Phi$  кратно  $\Phi_0$ , и деструктивно - с уменьшением амплитуды результирующей электронной волны, в промежутке между двумя ближайшими кратными значениями. Это приводит к периодической модуляции поперечной проводимости (сопротивления) кольца магнитным полем, которая известна как магнитный эффект Ааронова-Бома.

## Туннельные эффекты

Туннелирование представляет собой перенос электронов через или внутрь области, ограниченной потенциальным энергетическим барьером, превышающим полную энергию электрона. Туннелирование может иметь место как в макро- (микро-), так и в наноструктурах, однако в наноструктурах оно приобретает некоторые специфические черты, которые обнаруживают себя в явлениях, известных как эффекты одноэлектронного и резонансного туннелирования.

Термин «туннелирование» относится к переносу частицы через и внутрь области, ограниченной потенциальным барьером выше полной энергии данной частицы, что невозможно с точки зрения классической механики. Это явление иллюстрирует рис., где частица с энергией  $E$  приближается к прямоугольному барьеру высотой  $U > E$ . В классической механике такая частица должна просто отразиться от барьера. В квантовой механике картина иная. Квантово-механически движение частицы вблизи ступенчатого потенциального барьера описывается уравнением Шредингера, которое в одно-мерном случае имеет вид

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + U(x) = E\psi(x).$$



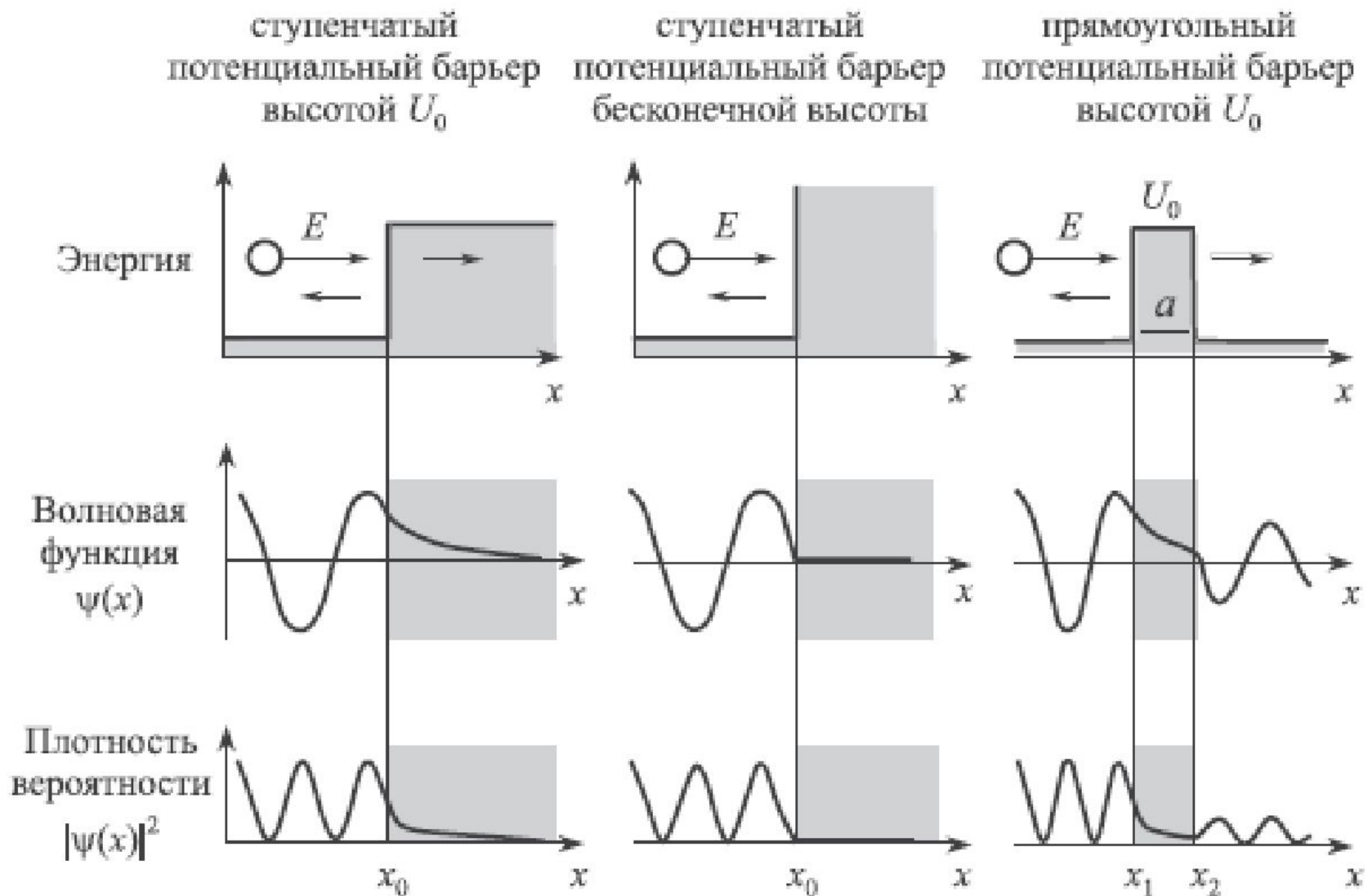


Рис. Взаимодействие квантовой частицы с полной энергией  $E$  со ступенчатым барьером конечной высоты  $U_0$ , с бесконечно высоким потенциальным барьером и с прямоугольным барьером высотой  $U_0$  и шириной  $a$ .

Полагая, что барьер имеет прямоугольную форму с конечной высотой  $U_0$ , имеем

$$U(x) = \begin{cases} 0 & \text{для } x < x_0 \\ U_0 & \text{для } x \geq x_0 \end{cases}.$$

В случае, когда  $0 < E < U_0$ , решением уравнения Шредингера являются волновые функции

$$\psi(x) = \begin{cases} A \exp(ik_1x) + B \exp(-ik_1x) & \text{для } x < x_0 \\ C \exp(ik_2x) + D \exp(-ik_2x) & \text{для } x \geq x_0 \end{cases}.$$

$$\text{с } k_1 = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2mE} \text{ и } k_2 = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)}.$$

Поскольку и сама волновая функция  $\psi(x)$ , и ее производная должны быть непрерывными в пространстве, условие сшивки на границе  $x = x_0$  дает соотношение между амплитудами  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$

$$A + B = C + D \text{ и } k_1(A - B) = k_2(C - D).$$

Если амплитуды волн с левой стороны барьера  $A$  и  $B$  известны, то амплитуды волн справа от барьера есть

$$C = (1/2)(1 + k_1/k_2)A + (1/2)(1 - k_1/k_2)B,$$
$$D = (1/2)(1 - k_1/k_2)A + (1/2)(1 + k_1/k_2)B,$$

что дает коэффициенты пропускания ( $T$ ) и отражения ( $R$ ) в виде

$$T = \frac{4k_1k_2}{(k_1 + k_2)^2} \text{ и } R = \left( \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \right)^2, \text{ а их сумма } T + R = 1.$$

В результате волна  $Ae^{ik_1x}$ , представляющая квантовую частицу с массой  $m$  и энергией  $E$ , падающая на ступенчатый потенциальный барьер высотой  $U_0$ , отражается как волна  $Be^{ik_1x}$ . Она также проникает в область за барьером. Это проникновение, характеризуемое коэффициентом пропускания, увеличивается по мере увеличения  $E$  и приближения к  $U_0$ . Функция  $|\Psi(x)|^2$ , называемая плотностью вероятности и показанная на рис., характеризует вероятность отыскания падающей квантовой частицы. Она осциллирует перед барьером и экспоненциально затухает за ним. Если же потенциальный барьер бесконечно высок или, по крайней мере,  $U_0/E \gg 1$ , проникновение за барьер отсутствует.

При этом коэффициент пропускания равен нулю, а коэффициент отражения равен единице. Имеет место идеальное отражение, сопровождаемое интерференцией падающей и отраженной волны с левой стороны барьера. Эта интерференция и приводит к осцилляции плотности вероятности отыскания частицы вблизи барьера. И проникновение квантовой частицы за потенциальный барьер, и осциллирующий характер вероятности ее нахождения вблизи барьера являются типичными проявлениями квантово-механических закономерностей, не имеющих аналогий в классической механике.

Мистические с точки зрения классической механики особенности возникают и при движении квантовой частицы над ступенчатым потенциальным барьером, т.е. при  $E > U_0$ . Классическая механика не предполагает никакого отражения частицы от барьера в этих условиях. Квантовая же механика дает коэффициент отражения, отличный от нуля. В результате длина волны, представляющей квантовую частицу, приближающуюся к барьеру,  $\lambda_1 = h / (2mE)^{1/2}$ , превращается в  $\lambda_2 = h / [2(E - U_0)]^{1/2}$ , когда частица пересекает границу  $x = x_0$  и движется над барьером.

Потенциальные барьеры ступенчатой формы важны для ограничения электронов в определенной области пространства. Однако барьеры определенной толщины, допускающие сквозное туннелирование электронов между разделенными таким барьером областями, наиболее часто используются в наноэлектронных приборах. Рассматривая прохождение электрона через прямоугольный потенциальный барьер (см. рис.), будем полагать, что он имеет конечную высоту  $U_0$  и толщину  $a = x_2 - x_1$ . Классическая частица с энергией  $E < U_0$  не может пройти через такой барьер. Она будет отражена в так называемых классических точках поворота. Классическая точка поворота - это точка с координатой  $x$  на границе потенциального барьера, в которой полная энергия частицы  $E$  равна потенциальной энергии барьера  $U(x)$ . Скорость классической частицы в этой точке обращается в нуль, и она начинает двигаться в обратном направлении. Для прямоугольного туннельного барьера координаты точек поворота ( $x_1$  и  $x_2$  на рис. ), совпадают с границами барьера.

Для квантовой частицы с аналогичным энергетическим соотношением существует ненулевая вероятность обнаружить ее на противоположной стороне потенциального барьера, что называют туннельным эффектом. Важно отметить, что вероятность нахождения квантовой частицы остается постоянной за барьером и осциллирует перед ним. При этом в осциллирующей части значения вероятности в отдельных точках оказываются даже ниже, чем в области за барьером. Туннельная прозрачность симметричного прямоугольного потенциального барьера характеризуется коэффициентом пропускания в виде

$$T = \left[ 1 + \frac{U_0^2}{4E(U_0 - E)} \sinh^2(ak_2) \right]^{-1}.$$



Коэффициент отражения есть  $R = 1 - T$ . В большинстве практически важных для электронного туннелирования случаев произведение  $ak_2$  достаточно велико, чтобы сделать член с  $\sinh^2(ak_2)$  преобладающим над 1, что позволяет получить упрощенное выражение для коэффициента пропускания

$$T = \frac{U_0^2}{4R(U_0 - E)} \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)}\right).$$

Существует также полезное представление прямоугольного барьера в виде  $\delta$ -функции. Это происходит, когда высота барьера  $U_0$  стремится к бесконечности, а толщина барьера  $a$  уменьшается до нуля, так что произведение  $S = aU_0$  остается постоянным. Коэффициент пропускания такого барьера есть

$$T = \left(1 + \frac{2mS^2}{4\hbar^2 E}\right)^{-1}$$

Туннельная прозрачность потенциального барьера произвольной формы  $U(x)$  может быть оценена с помощью выражения

$$T \approx \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m(U(x) - E)} dx\right),$$

где  $x_1$  и  $x_2$  точки поворота, определяемые из условия  $U(x_1) = U(x_2) = E$ .

Рис. качественно иллюстрирует изменение коэффициента пропускания барьеров различной формы в зависимости от отношения энергии падающего на барьер электрона  $E$  к высоте барьера  $U_0$ . Удивительно, что электронная волна, распространяющаяся над симметричным прямоугольным барьером, так что  $E > U_0$ , демонстрирует немонотонное, фактически резонансное поведение. Максимум надбарьерного переноса, соответствующий  $T = 1$ , имеет место только для электронов с определенными энергиями

где  $n = 1, 2, 3, \dots$

$$E = U_0 + \frac{\pi^2 \hbar^2}{8ma^2} n^2,$$

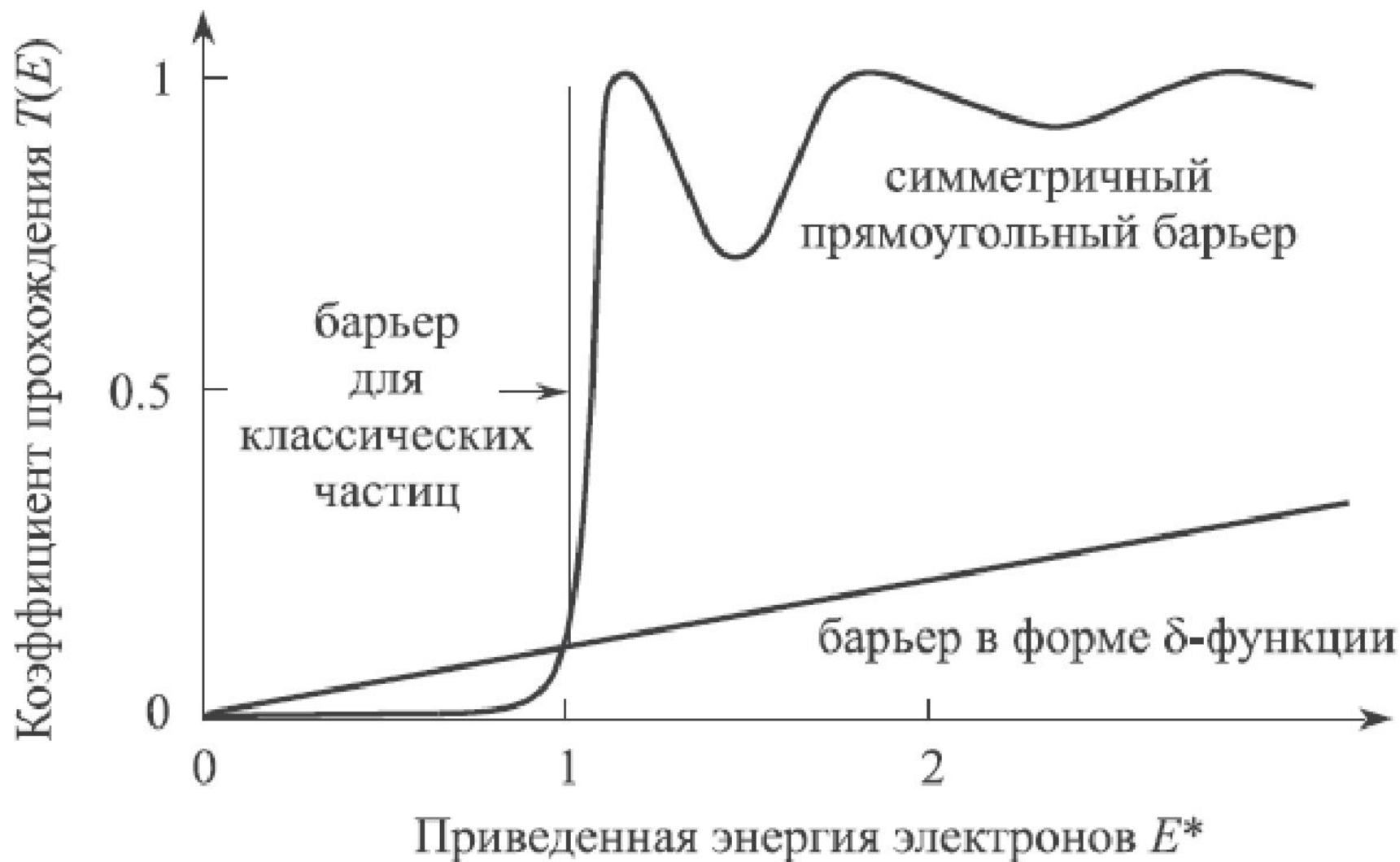


Рис. Коэффициент переноса в функции отношения энергии электрона и высоты потенциального барьера ( $E/U_0$ ) для различных форм потенциального барьера

Таким образом, прямоугольный барьер не влияет на надбарьерное прохождение электронных волн только с длиной волны  $\lambda = a/2, a, 2a, 4a, \dots$ . При других соотношениях падающие электронные волны частично отражаются барьером. Надбарьерный резонанс имеет место и в других системах, например при распространении микроволн.

Электронное туннелирование является достаточно общим явлением для твердотельных структур. При этом в наноструктурах это явление приобретает специфические особенности, отличающие его от эффектов в объемных системах. Одна из таких особенностей связана с дискретной природой переносимого электронами заряда и обнаруживает себя в явлении, которое известно как эффект одноэлектронного туннелирования.

Другая особенность определяется дискретностью энергетических состояний в полупроводниковой наноструктуре, связанной с эффектом квантового ограничения. Туннельный перенос носителей заряда через барьер с дискретного уровня в эмиттирующей области на энергетически эквивалентный ему уровень в коллекторной области происходит с сохранением энергии и момента электрона. Такое совпадение уровней приводит к резонансному возрастанию туннельного тока, известному как эффект резонансного туннелирования. Оба этих эффекта находят широкое применение в наноэлектронных приборах.

## Спиновые эффекты

Спин, будучи одной из фундаментальных характеристик электрона, привносит свои особенности в перенос носителей заряда через наноструктуры. Особыми проявлениями транспорта носителей заряда в наноструктурах, контролируемого спином электронов, являются гигантское магнитосопротивление и туннельное магнитосопротивление. Они образуют основу нового направления в науке и технике – спинтроники.

Спиновые эффекты в материале обусловлены спиновым дисбалансом в заселенности уровня Ферми, который обычно присутствует в ферромагнитных материалах, у которых плотности вакантных состояний для электронов с различными спинами практически идентичны, в то время как состояния с различными спинами существенно различаются по энергии, как это схематически показано на рис.

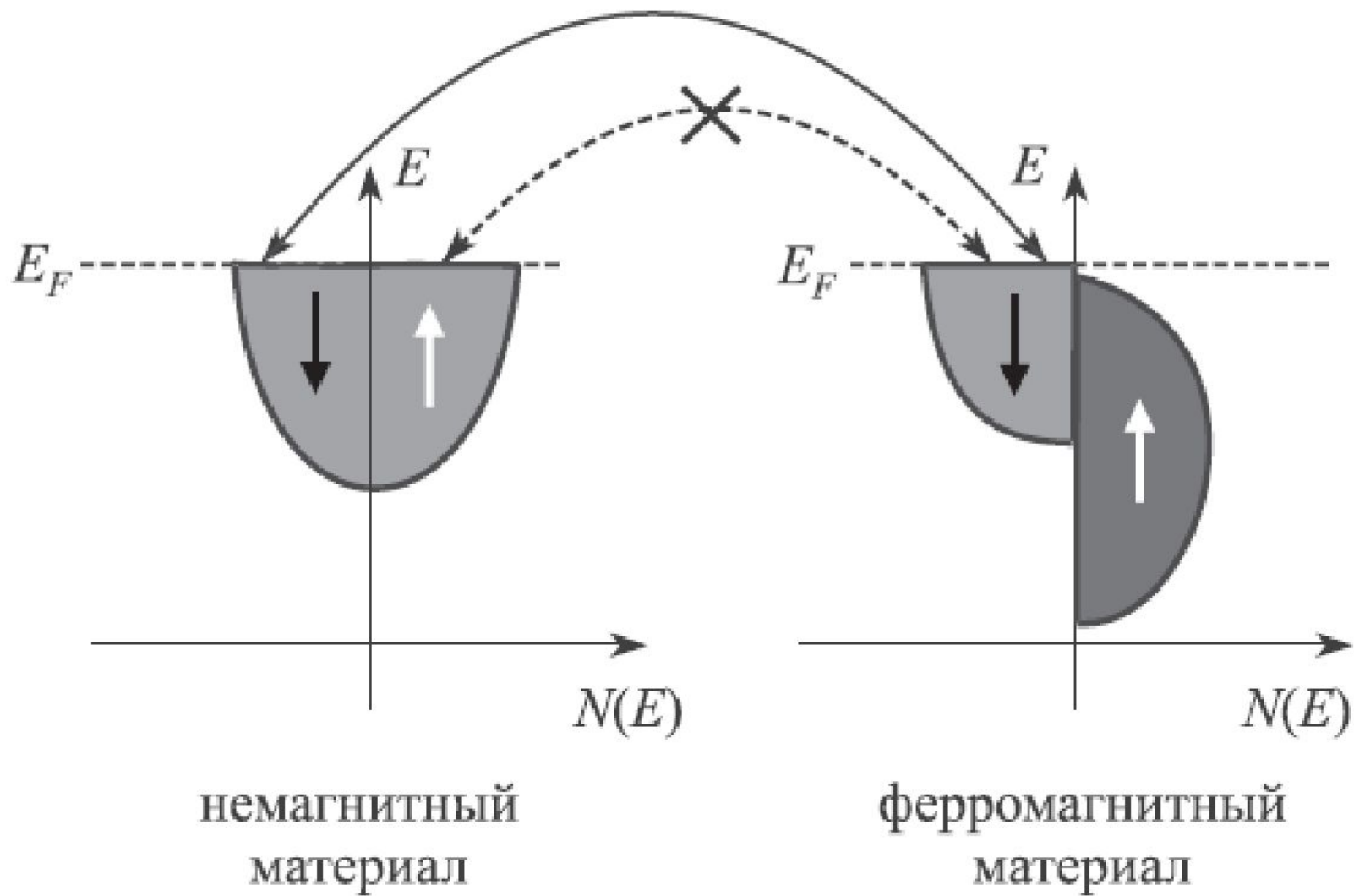


Рис. Плотности состояний электронов с различными спинами в ферромагнитном и немагнитном материале и обмен электронами между ними

Такой энергетический сдвиг приводит к заполнению энергетических зон электронами с одним определенным спином и соответствующему появлению собственного магнитного момента (намагниченности) материала. Заселенность энергетических зон электронами с одним спином определяет как спиновую поляризацию инжектируемых из такого материала электронов, так и особенности транспорта носителей заряда через него. Собственную спиновую поляризацию электронов в материале ( $P$ ) определяют как отношение разности в концентрациях электронов с различными спинами ( $n_1$  и  $n_2$ ) к их общей концентрации:

$$P = \frac{n_{\uparrow} - n_{\downarrow}}{n_{\uparrow} + n_{\downarrow}}.$$



Наиболее яркое проявление спиновых эффектов резонно ожидать в материалах с наибольшей спиновой поляризацией электронов. Это стимулирует поиск материалов со 100%-й спиновой поляризацией. Это должны быть материалы, у которых только один спиновый уровень занят вблизи уровня Ферми. На практике же пока используются материалы с частичной спиновой поляризацией. Это металлы и их сплавы, оксиды, магнитные полупроводники.

Электронный ток в твердотельных структурах, составленных из материалов с различной спиновой поляризацией, зависит от спиновой поляризации носителей заряда и спиновой поляризации областей, через которые эти носители движутся. Электроны, инжектированные с определенным спином, могут занять в коллекторе только вакантные места с такой же спиновой ориентацией.

Электрон, первоначально спин-поляризованный в инжектирующем электроде, по мере движения изменяет свой момент в процессах рассеяния и неизбежно изменяет и свой спин. Для практических применений важно знать, как долго электрон «помнит» свою спиновую ориентацию. В качестве характеристики "спиновой памяти" используют среднее расстояние, проходимое электроном до изменения своего спина, которое называют длиной спиновой релаксации ( $l_s$ ). В твердых телах ее величина превышает 100 нм и определяется спин-независимым средним свободным пробегом электронов, в качестве которого рассматривается средняя длина свободного пробега при неупругом рассеянии  $l_{in}$ . Тогда  $l_s = (l_{in} v_F \tau_{\uparrow\downarrow})^{1/2}$ , где  $v_F$  - скорость Ферми,  $\tau_{\uparrow\downarrow}$  - время релаксации спина. Длина спиновой релаксации определяется главным образом процессами спин-орбитального и обменного рассеяния. При идентичном составе материала в кристаллах она больше, чем в аморфной фазе.

В спин-поляризованных материалах состояния с преобладающим спином контролируются их намагниченностью. Если намагниченность изменяется на противоположную, преобладающая ориентация спинов также меняется на противоположную. При инъекции спин-поляризованных электронов в материал с намагниченностью, а следовательно, и спиновой поляризацией, контролируемой внешним магнитным полем, этот материал может вести себя как проводник или как изолятор в зависимости от направления намагниченности и ориентации спинов инжектированных электронов. При одинаковой направленности спинов инжектированных электронов и электронных состояний в материале обеспечивается наивысшая проводимость материала. Противоположная направленность спинов препятствует прохождению электронов через материал. Особенности транспорта носителей заряда, контролируемого спином электронов в наноструктурах, проявляются в двух основных эффектах: гигантское магнитосопротивление и туннельное магнитосопротивление.

## Квантовый эффект Холла

Квантовым эффектом Холла называется явление, связанное с равенством нулю диагональной компоненты холловской проводимости при определенных значениях магнитного поля. При этом недиагональная компонента принимает значения кратные фундаментальной постоянной.

Когда эффект Холла измеряется при низких температурах в образце, содержащем двумерный электронный газ, в котором электроны способны двигаться только в пределах плоскости, обнаружено, что сопротивление Холла отклоняется от классического поведения. При достаточно высоких полях на графике зависимости напряжения Холла от магнитного поля (рис. б) появляется ряд плоских ступенек (плато). Это явление назвали квантовым эффектом Холла. На плато напряжения Холла продольное напряжение становится нулевым.

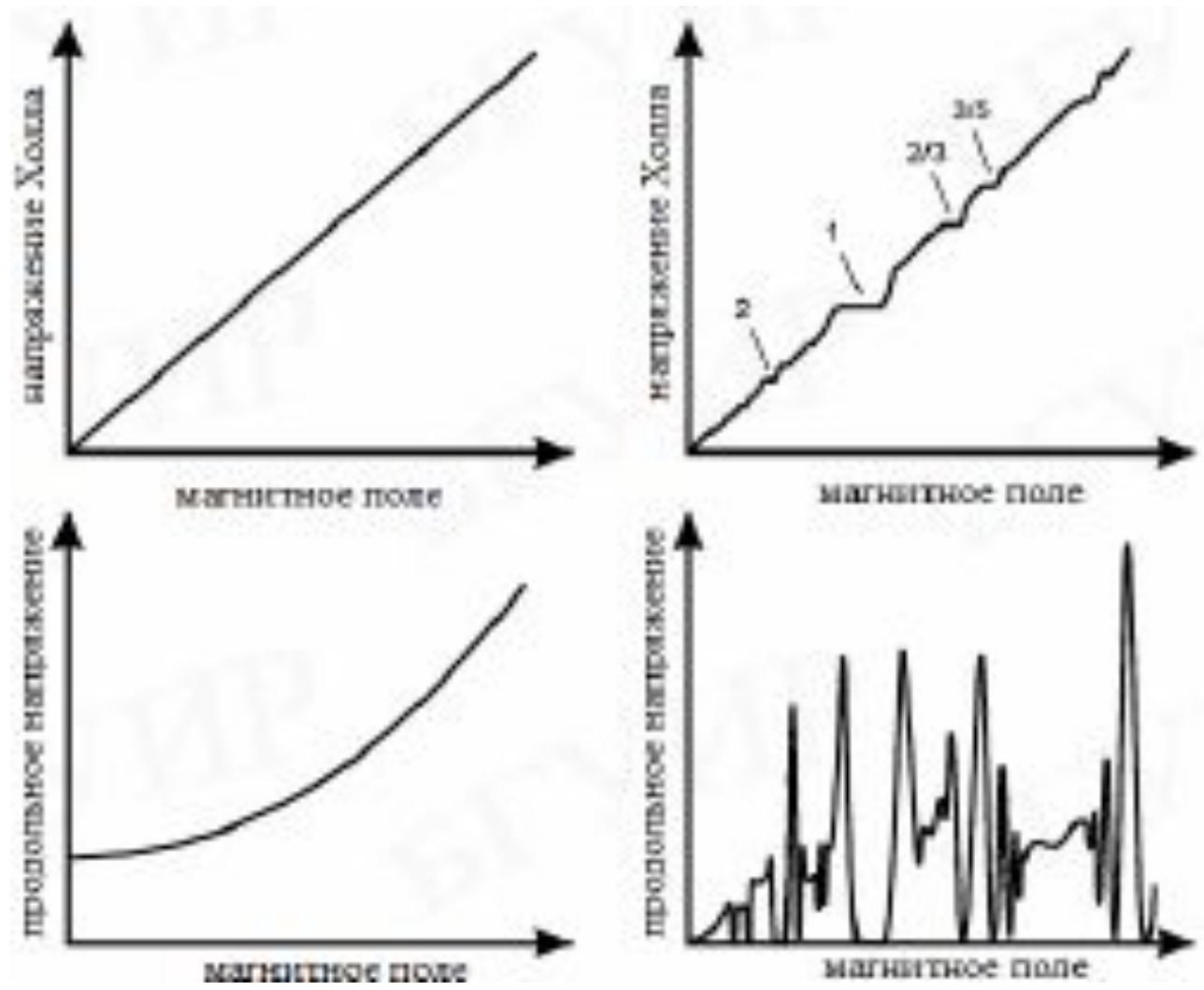


Рис. 4.6. Сравнительная характеристика классического (а) и квантового (б) эффектов Холла

Впервые этот эффект наблюдали Клауз фон Клитцинг и его сотрудники в 1980 г. при исследовании полевых транзисторов на кремнии со структурой металл - окисел - полупроводник. За открытие этих особенностей, названных целочисленным квантовым эффектом Холла (КЭХ), К. фон Клитцингу в 1985 г. была присуждена Нобелевская премия.

Они показали, что сопротивление Холла на участках, соответствующих плато ступенек, должно быть квантованным и равным  $R_H = h/(ie^2)$ , где  $h$  - постоянная Планка,  $i$  - некоторое целое число. Этот эффект называется интегральным квантовым эффектом Холла. Он независим от свойств материала. Квант сопротивления  $h/e^2$ , измеренный многократно с высокой точностью с использованием квантового эффекта Холла, стал стандартом сопротивления.

Двумя годами позже исследователи интегрального квантового эффекта Холла Даниель Цуи, Хорст Стюрмер и Артур Госсард нашли, что шаг квантования  $\nu = p/q$ , где  $p$  и  $q$  - целые числа, причем  $q$  - нечетные. Явление получило название дробного квантового эффекта Холла.

Сопутствующим квантованию  $R_H$  обстоятельством является то, что магнитосопротивление  $R$  понижается до исчезающе малых величин. Это - другой признак квантового эффекта Холла.

Исчезновение продольного сопротивления  $R$  является признаком отсутствия рассеяния энергии в системе. Таким образом, уместно ожидать существование энергетического зазора между основным состоянием системы и ее первым возбужденным состоянием





