

# Геометрическая прогрессия

*Решение задач*

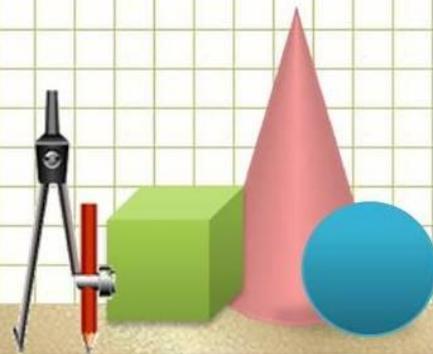
*Урок алгебры 9 класс*

*Учебник: Алимов Ш.А.*

*Учитель: Постнова А.Ю.*



2012-2013 учебный год





"Индийский царь Шерам позвал к себе изобретателя шахматной игры, своего подданного Сету, чтобы наградить его за остроумную выдумку. Сета издеваясь над царем, потребовал за первую клетку шахматной доски 1 пшеничное зерно, за вторую - 2 зерна, за третью - 4 зерна и т.д."

Сначала царь обрадовался, такому "скромному" желанию Сеты, но потом оказалось, что такое количество зерен пшеницы можно собрать лишь с урожая планеты, поверхность которой в 2000 раз больше всей поверхности Земли, т.к. их количество равно 18 446 744 073 709 551 615. А для их хранения потребуется амбар, с размерами: высота 4 м, ширина 10м, длина 30 000 000км - вдвое больше, чем расстояние от Земли до Солнца.



Рекуррентная  
формула

$q =$

$b_n =$

Свойство  $b_n$

$S_n =$

$$b_{n+1} = b_n \cdot q$$

$$q = b_{n+1} : b_n$$

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$b_n = \pm \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$$

$$S_n = \frac{b_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q}$$

- Дана геометрическая прогрессия  $\{b_n\}$ , где  $b_1 = 7$ , а  $b_2 = 28$ . Найти третий член прогрессии.

**ответ:**

84

56

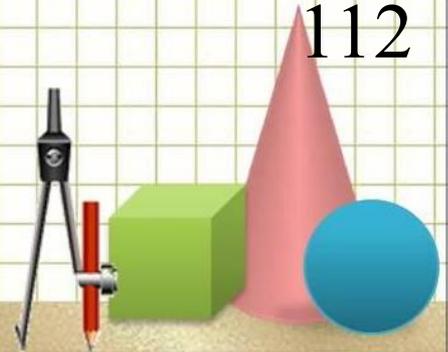
115

114

112

$$q = b_2 : b_1$$

$$b_3 = b_1 \cdot q^2$$



Рекуррентная  
формула

$q =$

$b_n =$

Свойство  $b_n$

$S_n =$

$$b_{n+1} = b_n \cdot q$$

$$q = b_{n+1} : b_n$$

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$b_n = \pm \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$$

$$S_n = \frac{b_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q}$$

- Найти третий член геометрической прогрессии, заданной формулой:  $3 \cdot 2^{n-1}$ .

$$b_1 = 3 \cdot 2^{1-1}$$

$$b_2 = 3 \cdot 2^{2-1}$$

$$q = b_2 : b_1$$

$$b_3 = b_1 \cdot q^2$$

**ответ:**

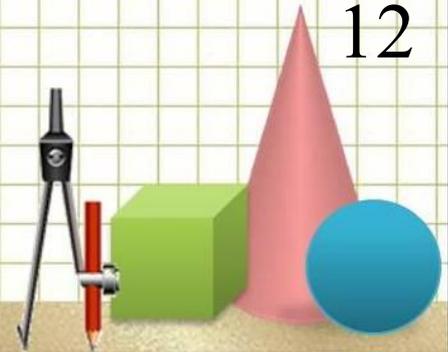
20

15

8

16

12



Рекуррентная  
формула

$q =$

$b_n =$

Свойство  $b_n$

$S_n =$

$$b_{n+1} = b_n \cdot q$$

$$q = b_{n+1} : b_n$$

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$b_n = \pm \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$$

$$S_n = \frac{b_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q}$$

- Найти номер члена 8,1 геометрической прогрессии 0,3; 0,9...

$$q = b_2 : b_1$$

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

**ответ:**

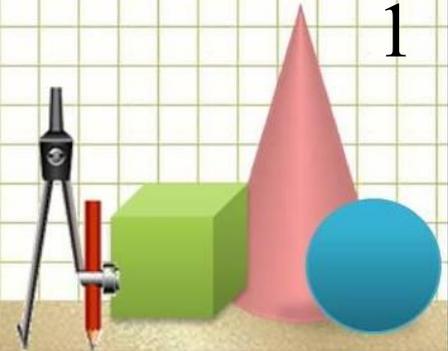
5

3

4

6

1



Рекуррентная  
формула

$q =$

$b_n =$

Свойство  $b_n$

$S_n =$

$$b_{n+1} = b_n \cdot q$$

$$q = b_{n+1} : b_n$$

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$b_n = \pm \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$$

$$S_n = \frac{b_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q}$$

- Найти отрицательный неизвестный член геометрической прогрессии: 2; x; 32...

$$b_2 = -\sqrt{b_1 \cdot b_3}$$

**ответ:**

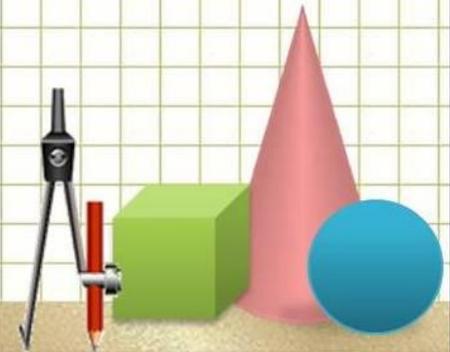
-9

9

-8

-16

8



Рекуррентная  
формула

$q =$

$b_n =$

Свойство  $b_n$

$S_n =$

$$b_{n+1} = b_n \cdot q$$

$$q = b_{n+1} : b_n$$

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$b_n = \pm \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$$

$$S_n = \frac{b_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q}$$

- Чему равна сумма первых 6 членов геометрической прогрессии, в которой:  $b_2=6$ ,  $b_4=54$  и  $b_3 < 0$ ?

$$b_3 = -\sqrt{b_2 \cdot b_4}$$

$$b_2 = b_1 \cdot q^1$$

$$S_6 = \frac{b_1 \cdot (1 - q^6)}{1 - q}$$

**ОТВЕТ:**

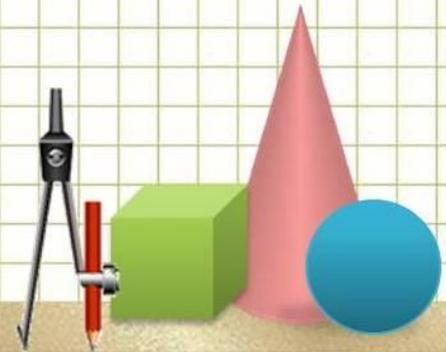
– 365

224

365

364

– 364



Рекуррентная  
формула

$q =$

$b_n =$

Свойство  $b_n$

$S_n =$

$$b_{n+1} = b_n \cdot q$$

$$q = b_{n+1} : b_n$$

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$b_n = \pm \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$$

$$S_n = \frac{b_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q}$$

- Чему равен третий член геометрической прогрессии, если  $b_4 = 16$ , а  $b_7 = 128$ ?

$$b_7 = b_4 \cdot q^{7-4}$$

$$b_3 = b_4 : q$$

**ОТВЕТ:**

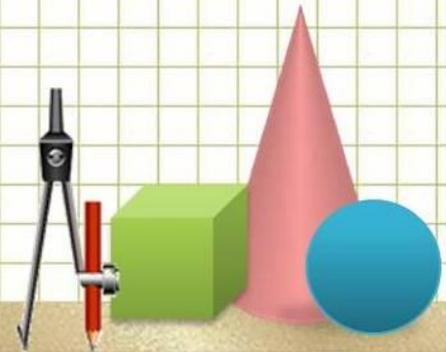
9

10

8

4

6



Рекуррентная  
формула

$q =$

$b_n =$

Свойство  $b_n$

$S_n =$

$$b_{n+1} = b_n \cdot q$$

$$q = b_{n+1} : b_n$$

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$b_n = \pm \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$$

$$S_n = \frac{b_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q}$$

- Найти  $q$ , если  $b_5 - b_1 = 9$  и  $b_1 + b_3 = 3$ .

$$b_5 = b_1 \cdot q^4$$

$$b_3 = b_1 \cdot q^2$$

$$\begin{cases} b_1 \cdot q^4 - b_1 = 9 \\ b_1 + b_1 \cdot q^2 = 3 \end{cases}$$

**ОТВЕТ:**

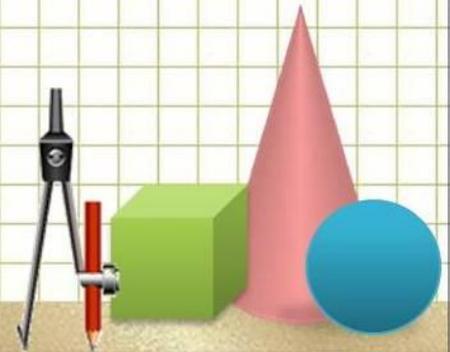
$\pm 2$

3

-2

2

-3



Рекуррентная  
формула

$q =$

$b_n =$

Свойство  $b_n$

$S_n =$

$$b_{n+1} = b_n \cdot q$$

$$q = b_{n+1} : b_n$$

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$b_n = \pm \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$$

$$S_n = \frac{b_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q}$$

- В геометрической прогрессии  $b_3 = 64$ ,  $b_7 = 0,25$ .  
Найти  $b_8$ .

$$b_7 = b_1 \cdot q^6$$

$$b_3 = b_1 \cdot q^2$$

$$q^4 = b_7 : b_3$$

$$b_8 = b_7 \cdot q$$

**ответ:**

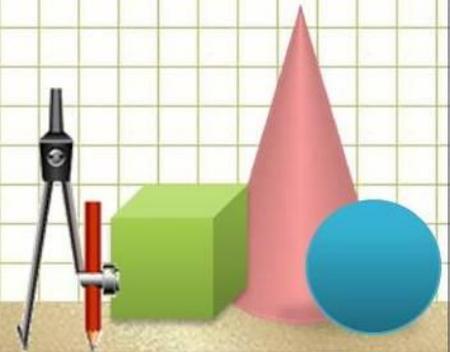
-64

0,025

-0,025

-0,0625

0,02



Рекуррентная  
формула

$q =$

$b_n =$

Свойство  $b_n$

$S_n =$

$$b_{n+1} = b_n \cdot q$$

$$q = b_{n+1} : b_n$$

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$b_n = \pm \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$$

$$S_n = \frac{b_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q}$$

- Чему равен знаменатель геометрической прогрессии, в которой  $S_2=2$ , а  $S_4=10$ ?

$$S_2 = \frac{b_1 \cdot (1 - q^2)}{1 - q}$$

$$S_4 = \frac{b_1 \cdot (1 - q^4)}{1 - q}$$

**ОТВЕТ:**

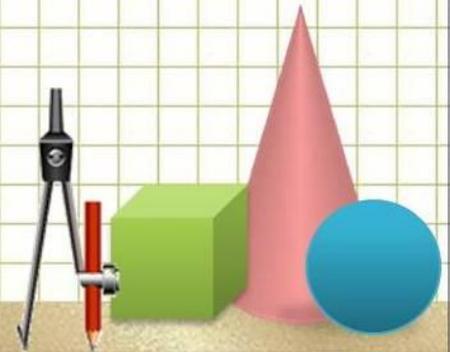
-3

$\pm 2$

2

-2

3



Рекуррентная  
формула

$q =$

$b_n =$

Свойство  $b_n$

$S_n =$

$$b_{n+1} = b_n \cdot q$$

$$q = b_{n+1} : b_n$$

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$b_n = \pm \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$$

$$S_n = \frac{b_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q}$$

- В геометрической прогрессии  $\{b_n\}$   $b_1 \cdot b_2 = 48$ . Найти первый член этой прогрессии, если знаменатель равен 3.

$$b_2 = b_1 \cdot q$$

**ответ:**

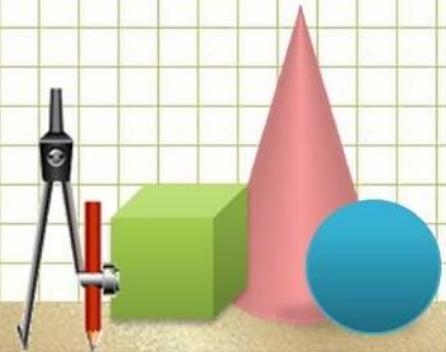
-4

-2

8

6

$\pm 4$



Рекуррентная  
формула

$q =$

$b_n =$

Свойство  $b_n$

$S_n =$

$$b_{n+1} = b_n \cdot q$$

$$q = b_{n+1} : b_n$$

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$b_n = \pm \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$$

$$S_n = \frac{b_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q}$$

- Найти пятый член геометрической прогрессии, в которой  $b_3 = -8$ ,  $b_8 = -256$ .

$$q^5 = b_8 : b_3$$

$$b_5 = b_3 \cdot q^{5-3}$$

**ОТВЕТ:**

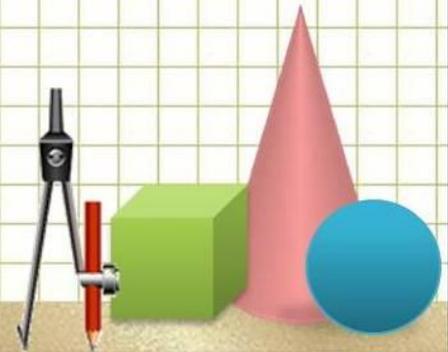
32

2

-2

6

-32



Рекуррентная  
формула

$q =$

$b_n =$

Свойство  $b_n$

$S_n =$

$$b_{n+1} = b_n \cdot q$$

$$q = b_{n+1} : b_n$$

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

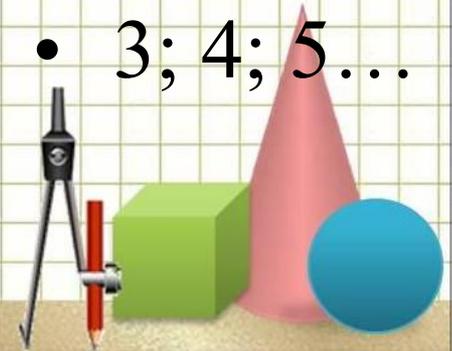
$$b_n = \pm \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$$

$$S_n = \frac{b_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q}$$

- Какой вид будет иметь геометрическая прогрессия, если её знаменатель будет равен 1, а первый член будет равен 3?

ответ:

- 3; 1; 1/3...
- 3; 9; 27...
- 3; 5; 7...
- 3; 3; 3...
- 3; 4; 5...



Рекуррентная  
формула

$q =$

$b_n =$

Свойство  $b_n$

$S_n =$

$$b_{n+1} = b_n \cdot q$$

$$q = b_{n+1} : b_n$$

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$b_n = \pm \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$$

$$S_n = \frac{b_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q}$$

- Найти знаменатель геометрической прогрессии, в которой  $b_1 = 0,5$ , а сумма первых пяти членов равна  $15,5$ .

$$S_5 = \frac{b_1 \cdot (1 - q^5)}{1 - q}$$

**ответ:**

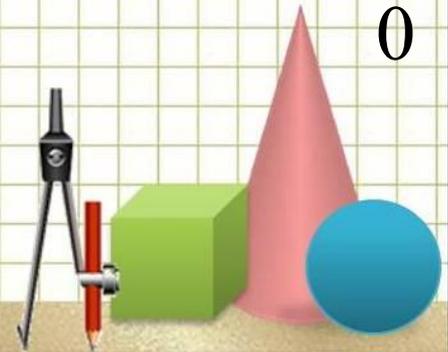
8

2

4

5

0



Рекуррентная  
формула

$q =$

$b_n =$

Свойство  $b_n$

$S_n =$

$$b_{n+1} = b_n \cdot q$$

$$q = b_{n+1} : b_n$$

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$b_n = \pm \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$$

$$S_n = \frac{b_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q}$$

- В геометрической прогрессии  $\{b_n\}$  найти количество членов меньших  $4374$ , если  $b_5 = 54, b_8 = 1458$ .

$$b_8 = b_5 \cdot q^{8-5}$$

$$b_1 \cdot q^{n-1} < 4374$$

**ответ:**

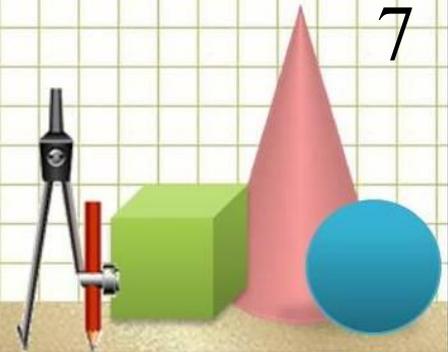
8

9

6

3

7



Рекуррентная  
формула

$q =$

$b_n =$

Свойство  $b_n$

$S_n =$

$$b_{n+1} = b_n \cdot q$$

$$q = b_{n+1} : b_n$$

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$b_n = \pm \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$$

$$S_n = \frac{b_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q}$$

- Учёные изучали какое-то простейшее и обнаружили, что каждый месяц оно делится на две части, т.е. размножается. Месяц назад от этого простейшего образовались двое простейших. Сколько простейших будет в следующем месяце?

$$S_4 = \frac{b_1 \cdot (1 - q^4)}{1 - q}$$

**ответ:**

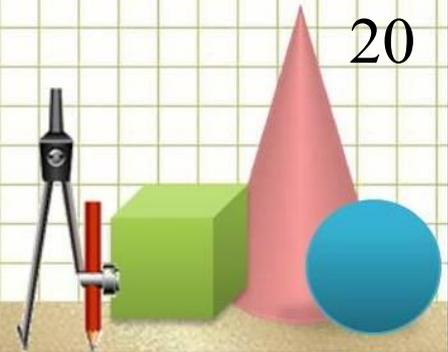
8

12

4

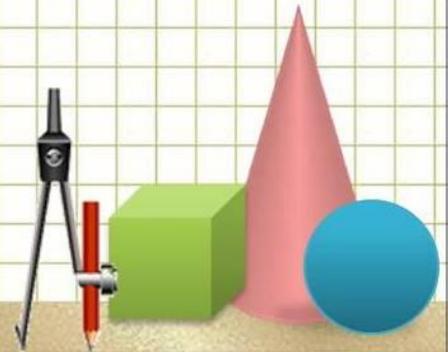
16

20



Домашнее задание

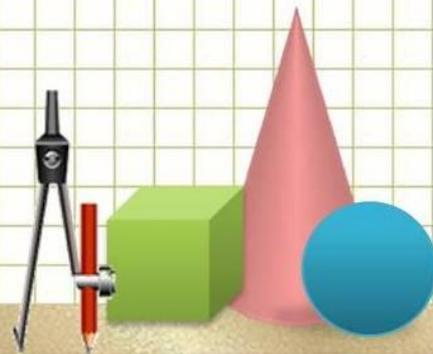
# ЗАДАЧА ПРО КОШЕК, ПРО ЛОШАДЬ, №№



- В доме было 7 кошек.
- Каждая кошка съедает 7 мышей.
- Каждая мышь съедает 7 колосьев.
- Каждый колос дает 7 растений.
- На каждом растении вырастает 7 мер зерна.
- Сколько всех вместе?"



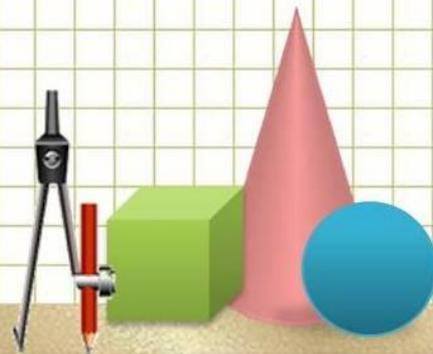
- В старинной арифметике Магницкого есть забавная задача:
- "Некто продал лошадь за 156 руб. Но покупатель, приобретя лошадь, раздумал её покупать и возвратил продавцу, говоря:
- - Нет мне расчета покупать за эту цену лошадь, которая таких денег не стоит.
- Тогда продавец предложил другие условия:
- - Если по-твоему цена лошади высока, то купи только её подковные гвозди, лошадь же получишь тогда в придачу бесплатно. Гвоздей в каждой подкове 6. За первый гвоздь дай мне всего 0,25 коп., за второй - 0,5 коп., за третий - 1 коп. и т.д. покупатель, соблазненный низкой ценой и желая даром получить лошадь, принял условия продавца, рассчитывая, что за гвозди придется уплатить не более 10 руб. На сколько покупатель проторговался?



• Найти сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии:  $2\sqrt{2}; 2; 2\sqrt{2} \dots$

• **Выберите правильный ответ:**

- $4\sqrt{2}-1$
- $11-2\sqrt{2}$
- $2\sqrt{2}-1-2\sqrt{2}$
- $4\sqrt{2}+2\sqrt{2}$
- $2\sqrt{2}-1-2\sqrt{2}$



- **Задание 10 из 20:**
- Найти знаменатель бесконечно убывающей геометрической прогрессии:  $2/3$ ;  $4/9$ ;  $8/27$ ...
- **Выберите правильный ответ:**

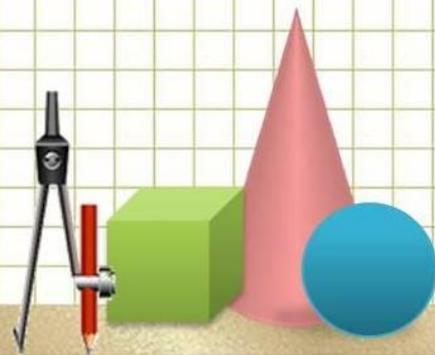
- $2/3$

- $-2/3$

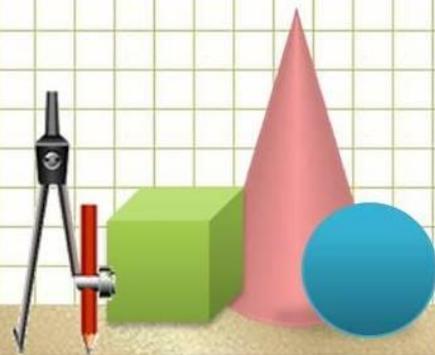
- $2$

- $-2$

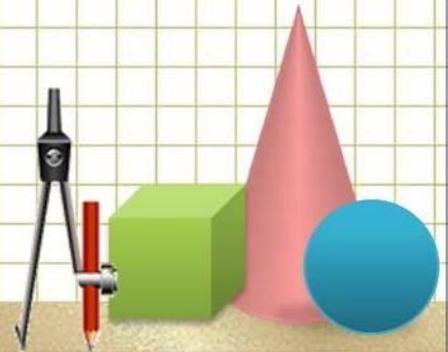
- $1/3$



- **Задание 14 из 20:**
- Чему равен четвёртый член бесконечно убывающей геометрической прогрессии:  
 $2/3; 4/9; 8/27 \dots ?$
- **Выберите правильный ответ:**
- $16/56$
- $16/81$
- $2/5$
- $2/3$
- $25/81$



- **Задание 17 из 20:**
- Представить  $0,(3)$  в виде обыкновенной дроби.
- **Выберите правильный ответ:**
- $5/3$
- $2/9$
- $10/3$
- $2/3$
- $1/3$



- **Задание 18 из 20:**
- Представить дробь  $\frac{8}{3}$  в виде десятичной дроби.
- **Выберите правильный ответ:**
- 2,(6)
- 0,(6)
- 0,(5)
- 0,(25)
- 2,(3)

