ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ВЕКТОРЫ

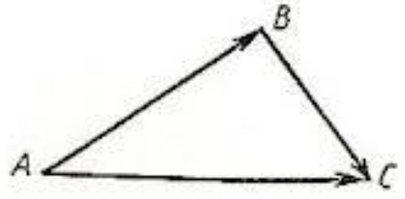


Рис. 1.22

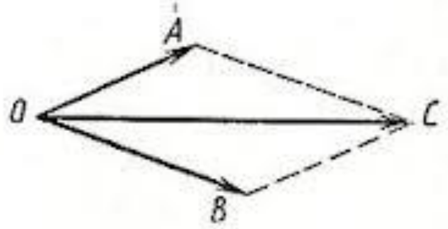


Рис. 1.23

ОПЕРАЦИИ НАД ВЕКТОРАМИ

СЛОЖЕНИЕ

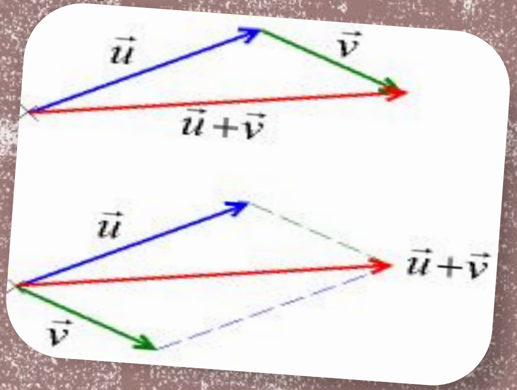
- Операцию сложения геометрических векторов можно определить несколькими в принципе эквивалентными способами, каждый из которых однако может быть удобнее или естественнее в зависимости от ситуации и типа рассматриваемых векторов. Так, правило треугольника наиболее простое и геометрически фундаментальное, удобно для сложения любого количества векторов, однако правило параллелограмма более удобно для фиксированных или скользящих векторов, так как не требует переноса второго слагаемого (что в принципе могло бы смущать или запутывать в этих случаях) для построения суммы, то есть удобно для сложения векторов с началом в одной точке, в добавок имея то преимущество, что в нем более очевидно равноправие слагаемых; координатное же определение, являясь простым и удобным, бывает очень полезно для вычислений.

Правило треугольника

- Для сложения двух векторов a и b по правилу треугольника оба эти вектора переносятся параллельно самим себе так, чтобы начало одного из них совпадало с концом другого. Тогда вектор суммы задаётся третьей стороной образовавшегося треугольника, причём его начало совпадает с началом первого вектора, а конец с концом второго вектора Это правило прямо и естественно обобщается для сложения любого количества векторов, переходя в **правило ломаной**: начало второго вектор совмещается с концом первого, начало третьего — с концом второго и т. д., сумма же *n*векторов есть вектор, с началом, совпадающим с началом первого, и концом, совпадающим с концом *n*-го (то есть изображается направленным отрезком, замыкающим ломаную).

ПРАВИЛО ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

- **Для сложения двух векторов a и b по правилу параллелограмма оба эти векторы переносятся параллельно самим себе так, чтобы их начала совпадали. Тогда вектор суммы задаётся диагональю построенного на них параллелограмма, исходящей из их общего начала**



СЛОЖЕНИЕ ВЕКТОРОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КООРДИНАТ.

- Каждая координата суммы векторов есть сумма соответствующей координаты всех (двух или более) суммируемых векторов. Например, для двумерного случая:

$$(\vec{a}+\vec{b})_x = a_x + b_x,$$
$$(\vec{a}+\vec{b})_y = a_y + b_y.$$

МОДУЛЬ(ДЛИННА)ВЕКТОРА

- Модуль(длинну)вектора можно узнать например при помощи теоремы косинусов

$$|\vec{u}+\vec{v}| = \sqrt{|\vec{u}|^2 + |\vec{v}|^2 - 2|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|\cdot\cos\beta},$$

Где β — угол между отрезками, изображающими данные векторы, когда начало одного вектора совпадает с концом другого.

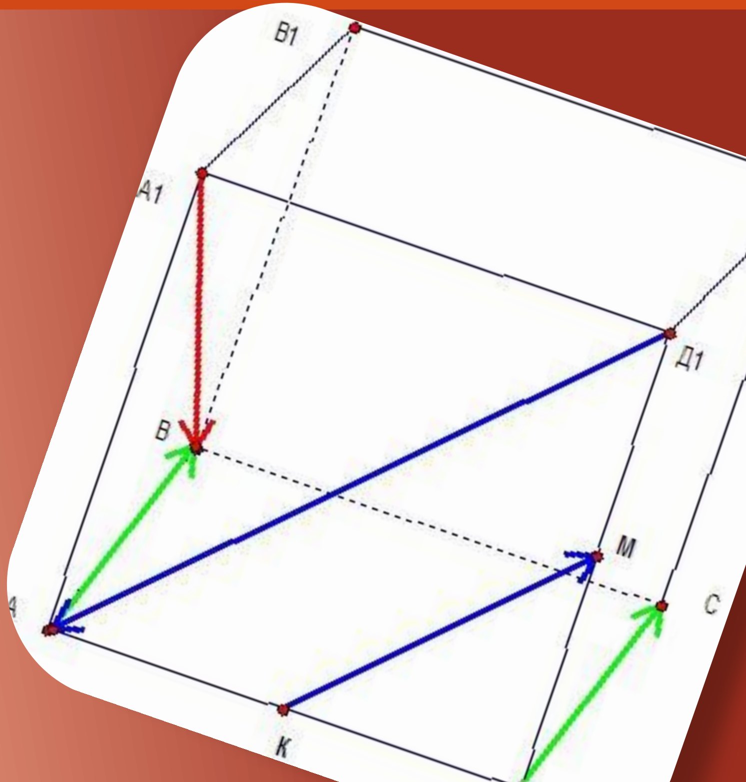
- Или:

$$|\vec{u}+\vec{v}| = \sqrt{|\vec{u}|^2 + |\vec{v}|^2 + 2|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|\cdot\cos\alpha},$$

Где α — угол между векторами (выходящими из одной точки).

Сложение двух скользящих векторов **определено лишь в случае, когда прямые, на которых они расположены, пересекаются. Тогда каждый из векторов переносится вдоль своей прямо в точку пересечения этих прямых, после чего сложение осуществляется по правилу параллелограмма.**

Сложение двух фиксированных векторов **определено лишь в случае, когда они имеют общее начало. Их сложение в этом случае осуществляется по правилу параллелограмма.**



СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ

Скалярное произведение на множестве геометрических векторов вводится, как $(\vec{a}, \vec{b}) = |\vec{a}||\vec{b}|cos(\varphi)$.

Скалярное произведение любого вектора $\vec{a}$ и какого-то единичного вектора $\vec{e}$ есть проекция (ортогональная проекция) вектора $\vec{a}$ на направление этого единичного вектора: $(\vec{a}, \vec{e}) = \mathrm{Pr}_{\mathbf{e}}(\vec{a})$.

Легко видеть, что скалярное произведение может быть записано через операцию (ортогонального) проецирования: $(\vec{a}, \vec{b}) = |\vec{a}|\mathrm{Pr}_{\mathbf{a}}(\vec{b}) = |\vec{b}|\mathrm{Pr}_{\mathbf{b}}(\vec{a})$

(где $\mathrm{Pr}_{\mathbf{a}}(\vec{b})$ — проекция вектора $\vec{b}$ на направление $\vec{a}$, $\mathrm{Pr}_{\mathbf{b}}(\vec{a})$ — проекция вектора $\vec{a}$ на направление $\vec{b}$).